

Е.Г. ГЛУХАРЕВ
Н.И. ЗУБАРЕВ

Зубчатые соединения

СПРАВОЧНИК

ББК 34.441
Г55
УДК 621.833 (031)

Рецензент А. Л. Филипенков

Глухарев Е. Г., Зубарев Н. И.

Г55 Зубчатые соединения: Справочник. — 2-е изд., перераб. и доп. — Л.: Машиностроение, Ленингр. отделение, 1983. — 270 с., ил.

В пер.: 1 р.

В справочнике приведены основные параметры применяемых в машиностроении зубчатых (шлицевых) соединений, рассмотрены виды передаваемой нагрузки, описаны типовые конструкции. Особое внимание уделено физическим основам новых методов расчета соединений и влиянию параметров соединений на работу узла, в который они входят. В новом издании (1-е изд. 1976 г.) учтены изменения в государственных стандартах; введен раздел, посвященный особенностям проектирования узлов с зубчатыми соединениями, уточнены расчетные формулы.

Справочник предназначен для инженерно-технических работников заводов и проектных организаций.

Г $\frac{2702000000-020}{038(01)-83}$ 20-83

ББК 34.441
6П4.63(083)

© Издательство «Машиностроение», 1983 г.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Зубчатые соединения, часто называемые шлицевыми, широко распространены во всех отраслях машиностроения. Их высокая несущая способность, надежность, технологичность, особенно легкость сборки обеспечили им преимущественное распространение перед другими видами соединений валов со ступицами в первую очередь в объектах массового производства: автомобилях, станках, редукторах общего назначения и т. д.

Несмотря на столь широкое распространение шлицевых соединений и на то, что они относятся к числу ответственных элементов машин, выбор их основных параметров в большинстве случаев производится на основе условного расчета (по средним напряжениям смятия), без учета их свойств и особенностей нагрузки. Такой метод расчета до сих пор преобладает в справочной и учебной литературе, в которой зубчатым соединениям уделяется весьма мало места. Теоретических работ, посвященных зубчатым соединениям, опубликовано сравнительно немного и они в основном исследовательского плана.

Практика эксплуатации машин и экспериментальные исследования показывают, что устаревший метод расчета по средним напряжениям с применением произвольных коэффициентов неравномерности распределения нагрузки, не может служить сколько-нибудь надежным критерием для оценки несущей способности и долговечности соединения. С увеличением напряженности механических узлов несостоятельность привычных методов расчета зубчатых соединений сказывается все более резко; нередки случаи, когда ресурс машины ограничивается предельным состоянием зубчатых соединений. Встречаются отказы соединений вполне благополучных по средним напряжениям.

В свете изложенного видна необходимость внедрения методов расчета зубчатых соединений, основанных на физической сущности явлений, происходящих в соединении во время передачи им нагрузки с учетом всех его свойств.

В данном справочнике сделана попытка охватить комплекс вопросов, связанных с проектированием как собственно зубчатых соединений, так и узлов, в состав которых они входят. Приводится классификация, обзор типовых случаев применения соединений, вопросы технологичности; основное внимание уделено исследованию работы и

расчету соединений при различных сочетаниях нагрузок. Так как большинство вопросов, посвященных выявлению фактической нагруженности элементов соединений, до сих пор систематически не освещалось в технической литературе, для большей части зависимостей приведены выводы с пояснением исходных физических предпосылок. Это необходимо для сознательного применения расчетных зависимостей и, по мнению авторов, должно способствовать достижению современного уровня расчетов при проектировании соединений.

По сравнению с первым изданием в это издание внесены значительные изменения. Уточнены расчетные зависимости для ряда сочетаний нагрузок; все расчетные зависимости преобразованы к виду, удобному для вычислений на наиболее распространенных типах микрокомпьютеров.

Гл. 2 дополнена сведениями о ремонте соединений. Значительно расширена гл. 6, посвященная влиянию свойств соединения на работу узла; включен параграф о динамике передачи, имеющей зубчатые соединения шестерен с валами. Гл. 7, посвященная расчетам соединений, приведена в соответствие с внедренными по 1981 г. включительно государственными стандартами.

Авторы выражают благодарность В. П. Соловьеву за оказанную им помощь при переработке гл. 2 и 5 и предоставленные им экспериментальные данные.

**КОНСТРУКТИВНЫЕ ТИПЫ ЗУБЧАТЫХ СОЕДИНЕНИЙ
И ИХ ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ**

Широкое распространение зубчатых соединений в машиностроении объясняется целым рядом их преимуществ перед другими соединениями аналогичного назначения.

1. Зубчатые соединения обладают наибольшей надежностью среди соединений типа вал—ступица, особенно при воздействии пиковых нагрузок. Исключаются явления выворачивания и среза шпонок, проскальзывания в пресовых соединениях и, как следствие, ослабление натяга и снижения несущей способности и т. п.

С точки зрения теории надежности зубчатое соединение можно рассматривать как систему с постоянно нагруженными резервными элементами. Если, например, допустить, что вероятность безотказной работы всех пар зубьев соединения одинакова и равна вероятности безотказной работы шпоночного соединения $p_{ш}(t)$, то вероятность отказа зубчатого соединения, имеющего z зубьев, будет в $[1 - p_{ш}(t)]^{1-z}$ раз меньше аналогичного показателя шпоночного соединения (учет неравномерности распределения нагрузки в соединении несколько снижает этот показатель).

2. Несущая способность зубчатого соединения при равных размерах значительно выше, чем у шпоночных и профильных и у соединений с гарантированным натягом. Кроме того, при неизменном диаметре и длине несущая способность зубчатого соединения может варьироваться в довольно широких пределах за счет изменения числа зубьев и глубины захода.

3. Зубчатые соединения могут вполне надежно работать без радиального натяга (в отличие от шпоночных и профильных). Поэтому в отличие от других типов соединений они являются легкоразъемными. Это качество делает их незаменимыми для ряда конструкций, особенно требующих «туннельной» сборки.

4. Зубчатые соединения лучше других работают в механизмах, имеющих скользящие вдоль вала детали.

К недостаткам зубчатых соединений следует отнести:

1) некоторую технологическую сложность, возрастающую при применении упрочняющей технологии;

2) износы рабочих поверхностей при определенных видах нагрузки или наличии избыточных связей;

3) меньшую точность центрирования по сравнению со шпоночными соединениями и соединениями с гарантированным натягом.

1.1. Классификация зубчатых соединений

Зубчатые соединения различаются по ряду конструктивных и технологических признаков, по виду сопряжения соединяемых деталей и т. п.

Основными конструктивными и технологическими признаками соединения являются следующие:

1) форма поперечного сечения (профиль соединения);

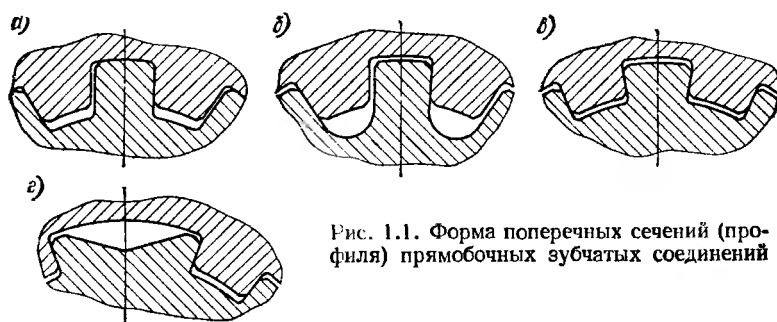


Рис. 1.1. Форма поперечных сечений (профиля) прямобочных зубчатых соединений

2) расположение образующей боковой поверхности относительно оси соединения;

3) метод центрирования сопрягаемых деталей (вала и втулки);

4) методы технологической обработки (копирование, обкатка, наличие упрочняющих процессов).

По форме (профилю) поперечного сечения применяемые в настоящее время соединения делятся на три основные группы: соединения с прямобочными, эвольвентными и треугольными зубьями.

К **п р я м о б о ч н ы м** относятся соединения с плоскими поверхностями зубьев вала, расположенными параллельно его плоскости симметрии (рис. 1.1, а) или по радиусам (рис. 1.1, б).

Первый, наиболее распространенный тип соединений стандартизован (см., например, ГОСТ 1139—80, стан-

дарты TGL 05462, TGL 05463, TGL 05471, TGL 05472 и др.). Минимальное число зубьев — 4, максимальное — 20; число зубьев всегда четное.

К нестандартным соединениям этого типа относятся соединения с полностью скругленной впадиной (рис. 1.1, б), позволяющей уменьшить концентрацию напряжений и дающей некоторые технологические преимущества (меньший износ режущего инструмента, меньшая поводка при термообработке).

Второй тип прямобочных соединений, применяемый, например, в авиационных двигателях [33], обеспечивает сохранение центрирования при тепловых деформациях и деформациях от центробежных сил, направленных по радиусам. Модификацией этого типа являются соединения с широким зубом, имеющим облегчающую выемку в средней части (рис. 1.1, в) [24, 34].

К эвольвентным относят соединения с зубьями, имеющими эвольвентные боковые поверхности. Наиболее распространены соединения с углом исходного контура $\alpha = 30^\circ$. Такие соединения повсеместно стандартизованы: например в СССР — ГОСТ 6033—80, в ГДР — TGL, в ФРГ — DIN, в США — ASA¹, а также нормами ASME, AGME, SAE, NMTBA. Эти соединения имеют, как правило, теоретическую высоту зуба, равную модулю (рис. 1.2, а).

Применяются также соединения, образованные инструментом с углом исходного контура 45° , 25° , 20° и $14^\circ 30'$ при высоте зуба как меньше, так и больше модуля. Высота зуба в таких соединениях назначается в процентах от высоты зуба шестерни равного модуля [43].

Соединения с $\alpha = 45^\circ$ и высотой зуба 40 % от высоты зуба шестерни (рис. 1.2, б) выполняются мелко модульными, благодаря чему в наименьшей степени снижают прочность вала; наиболее доступны для выполнения поперечной накаткой.

Соединения с $\alpha = 25^\circ$ и 20° , имеющие высоту зуба соответственно 70 и 75 % высоты зуба шестерни (рис. 1.2, в, г), допускают шевингование валов и применяются в основном

¹ ASA — Американское объединение по стандартизации; ASME — Американское общество инженеров-механиков; AGME — Американская ассоциация производителей зубчатых колес; SAE — Американское общество автомобильных инженеров; NMTBA — Ассоциация владельцев станкостроительных предприятий.

в качестве компенсаторов несоосности. Благодаря наибольшей по сравнению с другими типами высоте зубьев они обладают наибольшей несущей способностью, лимитируемой смятием боковых поверхностей зубьев.

Соединения с $\alpha = 14^\circ 30'$ и небольшой глубиной захода — 30 % от высоты зуба шестерни (рис. 1.2 *д*) — близки по своим свойствам к прямобочным. Они имеют достаточно большую площадь наружной цилиндрической поверхности, что дает возможность центрирования по ней.

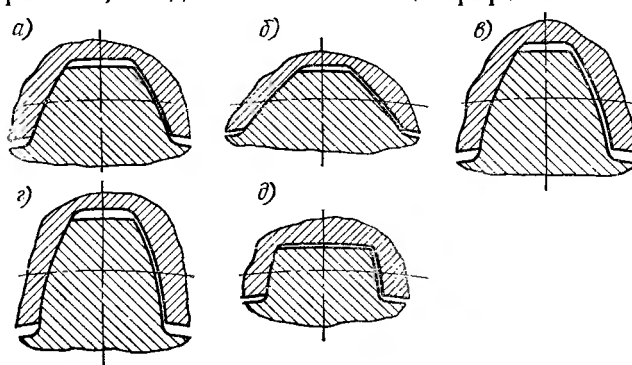


Рис. 1.2. Форма поперечных сечений (профиля) эвольвентных зубчатых соединений

Растягивающие напряжения в ступице (втулке) от радиальных составляющих нагрузки на зубья в этих соединениях наименьшие.

К соединениям с **т р е у г о л ь н ы м** профилем зубьев относят соединения с плоскими боковыми поверхностями зубьев, составляющими между собой угол в 55, 60, 72 или 90° (рис. 1.3, соответственно *a, б, в, г*). Эти соединения отличаются малым угловым шагом, что удобно при сборке, и весьма незначительно снижают прочность вала. Последнее обстоятельство определяет их преимущественное применение для соединений торсионных рессор.

Модификацией треугольных зубьев являются трапецидальные (рис. 1.4), применяемые, например, в соединениях с винтовыми зубьями.

Шариковые соединения (рис. 1.5) имеют специфическую форму профиля. Эти соединения имеют весьма ограниченную область применения и в дальнейшем не рассматриваются.

По расположению образующей боковой поверхности зуба относительно оси соединения различают:

прямые зубья, образующие боковых поверхностей которых параллельны оси соединения;

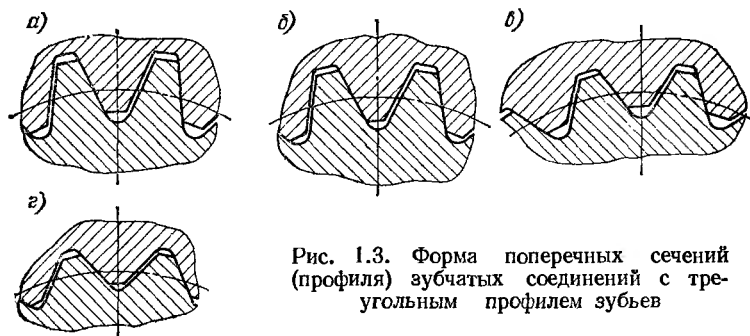


Рис. 1.3. Форма поперечных сечений (профиля) зубчатых соединений с треугольным профилем зубьев

винтовые зубья, образующие боковых поверхностей которых представляют собой винтовые линии, соосные с осью соединения;

конические зубья — с образующими боковых поверхностей в виде линейчатых конусов с небольшим (до $7^{\circ} 30'$) углом при вершине;

торцовые зубья, образующие боковых поверхностей которых образуют

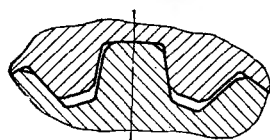


Рис. 1.4. Поперечное сечение зубчатого соединения с трапецидальными зубьями

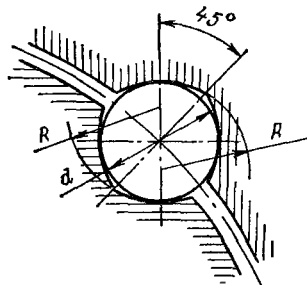


Рис. 1.5. Профиль шарикового соединения

угол с осью соединения, близкий к прямому (или направлены радиально). Эти зубья имеют ряд модификаций, зависящих от назначения соединения.

По способу центрирования сопрягаемых деталей различают соединения с центрированием по круглым поверх-

ностям соединения — наружному либо внутреннему диаметру — и соединения с центрированием по боковым поверхностям зубьев. Часто применяется центрирование по вспомогательным цилиндрическим или коническим поверхностям [26], воспринимающим поперечную силу и изгибающий момент (рис. 1.6). Цилиндрические кольца, применяемые с эвольвентными соединениями (рис. 1.6, б), нормализованы в авиационной промышленности [33], применяются также и в других отраслях.

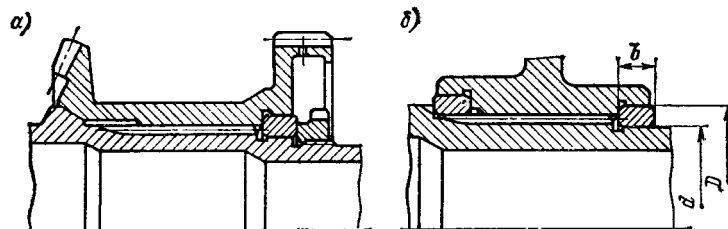


Рис. 1.6. Центрирование по вспомогательным поверхностям: а — коническим; б — цилиндрическим при помощи промежуточных втулок

Необходимо отметить, что прямобоочные соединения могут выполняться с любым видом центрирования (по наружному или внутреннему диаметру или по боковым поверхностям), эвольвентные соединения — по боковым поверхностям или наружному диаметру, а соединения по ГОСТ 6033—80 — и по внутреннему диаметру (при этом применяется специальная форма впадины), соединения с треугольными зубьями — только по боковым сторонам. Выбор способа центрирования зависит как от технологии производства деталей соединения, так и от вида и характера нагрузки, передаваемой соединением. Для уменьшения зазора между центрирующими поверхностями применяется радиальная затяжка соединения согласно работе [26] (рис. 1.7).

В осевом направлении детали, насаженные на зубчатый вал, фиксируют самыми различными способами: затягивают гайками, торцовыми шайбами при помощи болтов, ввертываемых в торец вала, замыкают пружинными кольцами и т. п. Соединения с коническими и торцовыми зубьями требуют обязательной осевой затяжки; чаще всего для этого применяют торцовые гайки.

По технологическим признакам различают соединения с термообработанными до высокой твердости ($HRC \geq 45$) поверхностями деталей («твердые» детали) и с поверхностями деталей, имеющими твердость $HRC < 35$ («улучшенные» поверхности). «Твердые» детали после термообработки могут подвергаться финишной механической обработке (шлифованию, прошивке и т. п.) или применяться без нее.

Различают также зубчатые детали, полученные методом обкатки и методом копирования.

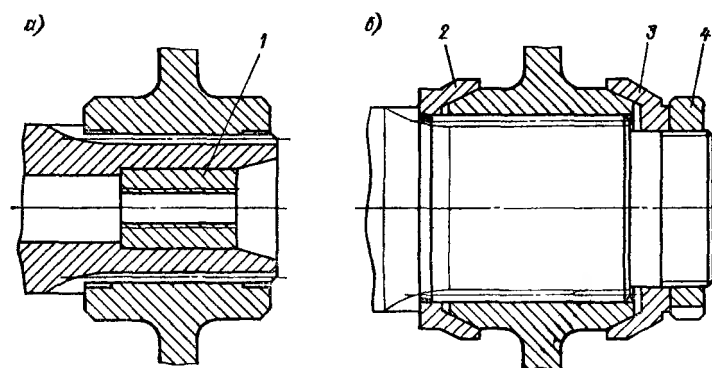


Рис. 1.7. Радиальная затяжка соединений: а — путем увеличения диаметра вала при запрессовке пробки 1; б — путем уменьшения диаметра втулки при обжатии ее коническими втулками 2 и 3 с помощью гайки 4

По виду сопряжения соединяемых деталей зубчатые соединения принято разделять на неподвижные, подвижные не под нагрузкой и подвижные под нагрузкой.

В неподвижных соединениях детали постоянно зафиксированы одна относительно другой в осевом направлении.

В подвижном без нагрузки соединении ступица может занимать несколько (два-три) фиксированных положений на валу, перемещаясь вдоль вала от одного положения до другого, в то время когда нагрузка не передается. В подвижных под нагрузкой соединениях осевые взаимные перемещения происходят во время действия нагрузки.

1.2. Виды нагрузок, передаваемых зубчатыми соединениями, и характер их приложения

Зубчатые соединения представляют собой сложную статически неопределимую систему, способную передать любое сочетание нагрузок.

Основной нагрузкой для зубчатого соединения является крутящий момент. Дополнительными нагрузками являются поперечная сила и изгибающий момент, являющийся моментом этой силы или независимым от нее. Сразу же оговоримся, что в практике не встречаются соединения, передающие только основную нагрузку — всегда имеются какие-то побочные силовые факторы. Поэтому в дальнейшем будем считать, что соединение передает простую — основную — нагрузку, если эти побочные факторы пренебрежимо малы по сравнению с крутящим моментом.

Степень статической неопределимости зубчатого соединения, передающего основную нагрузку, равна $z - 1$ (z — число зубьев), поскольку имеется единственное уравнение статики — равновесие моментов. Любая дополнительная нагрузка дает возможность составить дополнительное уравнение статики, при этом степень статической неопределимости остается той же, что и при основной нагрузке. Таким образом, для раскрытия статической неопределимости соединения нужно в любом случае найти $z - 1$ условие совместимости деформаций.

Помимо внутренних связей — боковых поверхностей зубьев, препятствующих взаимному повороту втулки и вала, — на соединение могут быть наложены внешние, или избыточные связи, определяющие взаимное положение вала и втулки в поперечном и продольно-угловом направлениях. В этом смысле центрирование по диаметру является избыточной связью. Как обычно, связи могут быть заменены реакциями, т. е. наличие избыточных связей сводится к дополнительным нагрузкам.

Приложенная к соединению нагрузка вызывает его деформацию, т. е. изменение взаимного расположения вала, и втулки. Простая нагрузка — крутящий момент — вызывает поворот втулки относительно вала на угол ψ (деформацию кручения). Сложная нагрузка — сочетание крутящего момента с другими силовыми факторами — вызывает несоосность, характеризуемую поперечным сме-

щением втулки ε , проекции которого на оси координат будут x , y , и перекосом (продольно-угловой деформацией) γ , который проецируется на оси координат в виде углов γ_x и γ_y (рис. 1.8). Действие избыточных связей аналогично действию побочных нагрузок.

По характеру приложения можно различать стационарно и циркуляционно приложенную нагрузку. По аналогии с подшипниками качения стационарной нагрузкой

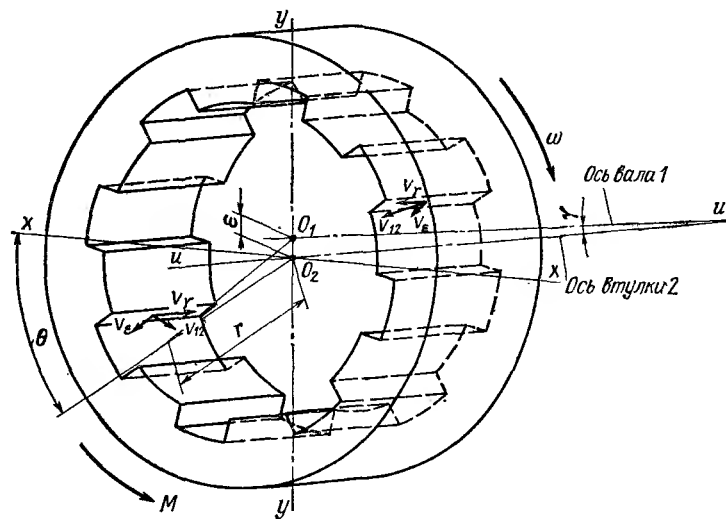


Рис. 1.8. Взаимные перемещения деталей зубчатого соединения от сложной нагрузки или избыточных связей и скольжение боковых поверхностей зубьев

является та, векторы которой не изменяют своего положения относительно соединения, т. е. вращаются вместе с ним или направлены вдоль его оси; циркуляционной нагрузкой будет та, векторы которой меняют положение относительно соединения, т. е. неподвижны в пространстве при вращающемся соединении. В случае стационарного нагружения нагрузка, воспринимаемая любым из элементов соединения, остается постоянной во времени; при циркуляционном нагружении она зависит от углового положения элемента соединения относительно векторов допол-

нительных нагрузок, являясь периодической функцией времени с частотой, равной частоте вращения соединения.

При стационарном приложении сложной нагрузки соединение вращается вокруг оси той детали, которая имеет базу в узле (например, вокруг оси вала, опертого на подшипники); ось второй детали (втулки) описывает в общем случае конус.

При циркуляционном приложении сложной нагрузки обе детали (и вал, и втулка) вращаются вокруг неподвижных осей, в общем случае скрещивающихся под некоторым углом. Несоосность приводит к поперечному (со скоростью v_x) и продольному (со скоростью v_y) скольжению боковых поверхностей (рис. 1.8), которое имеет колебательный характер с периодом, равным времени одного оборота соединения.

Избыточная связь, имеющая вид дополнительной опоры втулки непосредственно на валу (в том числе и центрирование по диаметру), эквивалентна стационарной нагрузке; если избыточная связь осуществляется через внешние элементы, например через корпус (см. рис. 1.27, а), она эквивалентна циркуляционной нагрузке.

Для раскрытия статической неопределимости зубчатого соединения при различных сочетаниях нагрузок в дальнейшем применяется метод деформаций. Результатом решения является коэффициент неравномерности распределения нагрузки между зубьями — отношение максимальной нагрузки к той, которая имела бы место в случае приложения только основной нагрузки к соединению, не имеющему погрешностей, т. е. к средней.

Для суммирования неравномерности распределения нагрузки, вызываемой различными силовыми факторами, применяется метод наложения или суперпозиции. Этот метод дает точные результаты, когда деформация системы не зависит от последовательности приложения силовых факторов и неравномерность, вызываемая каждым из них, $K \leq 2$.

В противном случае результат получается завышенным (это завышение все же меньше, чем при суммировании или перемножении коэффициентов неравномерности). Существенное снижение сложности расчета дает основание использовать этот метод и в случае $K > 2$, тем более, что погрешность идет в запас прочности.

1.3. Геометрические параметры зубчатых соединений

Для всех типов зубчатых соединений общими параметрами поперечного сечения являются:

номинальный диаметр соединения D , являющийся наружным диаметром (диаметр выступов) вала;

глубина захода h , т. е. расстояние, отсекаемое на радиусе окружностями выступов вала и отверстия;

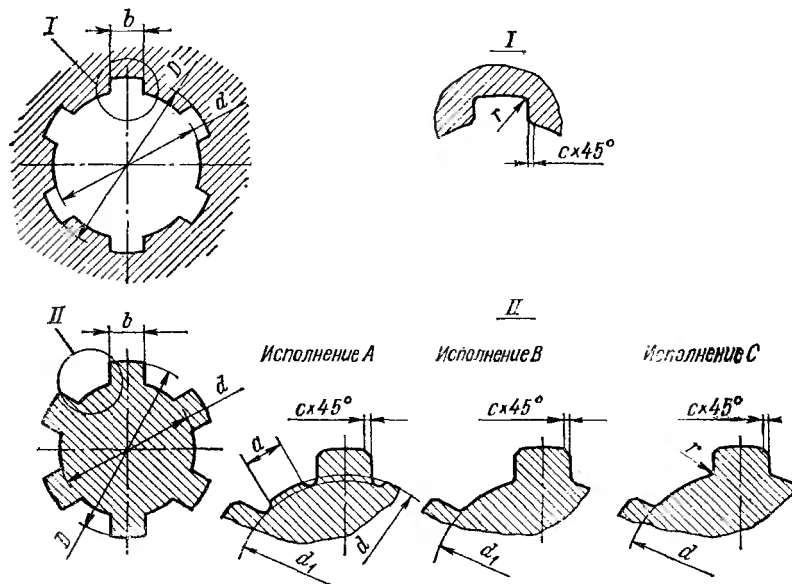


Рис. 1.9. Прямобоочные соединения по ГОСТ 1139—80 (размеры см. в табл. 1.1—1.3). Исполнения А и С — для центрирования по d , исполнение В — для центрирования по D

рабочая глубина захода $h_p \leq h$, т. е. высота поверхности контакта сопряженных зубьев, измеренная по радиусу;

число зубьев z (в связи с этим при использовании в расчетах цилиндрической системы координат продольная координата обозначается u);

средний диаметр соединения $d_{ср}$, т. е. диаметр окружности, проходящей через середину рабочей глубины захода.

Прямобоочные соединения по ГОСТ 1139—80 (рис. 1.9 и табл. 1.1—1.3) имеют плоские боковые поверхности зубьев,

Т а б л и ц а 1.1. Размеры (мм) соединений легкой серии по ГОСТ 1139—80

$z \times d \times D$	Число зубьев z	d	D	b	d_1 , не менее	a , не менее	c		r , не более
							но-мин.	пред. откл.	
6×23×26	6	23	26	6	22,1	3,54	0,3	+0,2	0,2
6×26×30	6	26	30	6	24,6	3,85	0,3	+0,2	0,2
6×28×32	6	28	32	7	26,7	4,03	0,3	+0,2	0,2
8×32×36	8	32	36	6	30,4	2,71	0,4	+0,2	0,3
8×36×40	8	36	40	7	34,5	3,46	0,4	+0,2	0,3
8×42×46	8	42	46	8	40,4	5,03	0,4	+0,2	0,3
8×46×50	8	46	50	9	44,6	5,75	0,4	+0,2	0,3
8×52×58	8	52	58	10	49,7	4,89	0,5	+0,3	0,5
8×56×62	8	56	62	10	53,6	6,38	0,5	+0,3	0,5
8×62×68	8	62	68	12	59,8	7,31	0,5	+0,3	0,5
10×72×78	10	72	78	12	69,6	5,45	0,5	+0,3	0,5
10×82×88	10	82	88	12	79,3	8,62	0,5	+0,3	0,5
10×92×98	10	92	98	14	89,4	10,08	0,5	+0,3	0,5
10×102×108	10	102	108	16	99,9	11,49	0,5	+0,3	0,5
10×112×120	10	112	120	18	108,8	10,72	0,5	+0,3	0,5

параллельные плоскости симметрии последних. Для впадин между зубьями втулки предусмотрена одна форма исполнения, для вала — три формы: исполнения *A* и *C* применяются при центрировании по внутреннему диаметру d , когда вал подвергается шлифованию; исполнение *B* применяется при центрировании по наружному диаметру D .

Предусматриваются три серии соединений: легкая, средняя и тяжелая, различающиеся высотой и числом зубьев. Толщина зуба вала b , являющаяся шириной впадин отверстия, у тяжелой серии меньше, чем у средней и легкой. Валы тяжелой серии изготавливаются только в исполнениях *B* и *C*.

Рабочая глубина захода определяется по зависимости

$$h_p = 0,5(D_B - d_A) - 2c. \quad (1.1)$$

Здесь индекс *A* относится к отверстию, *B* — к валу.

В табл. 1.4 приведены геометрические характеристики сечений валов прямобоковых соединений: рабочая глубина захода h_p , средний радиус r , удельный статический момент площади боковых поверхностей зубьев относительно оси вала S_F , полярный момент сопротивления W_p , пло-

Т а б л и ц а 1.2. Размеры (мм) соединений средней серии по ГОСТ 1139—80

$z \times d \times D$	Число зубьев z	d	D	b	d_1 , не менее	a_f , не менее	c		r , не более
							но-мин.	пред. откл.	
6×11×14	6	11	14	3,0	9,9	—	0,3	+0,2	0,2
6×13×16	6	13	16	3,5	12,0	—	0,3	+0,2	0,2
6×16×20	6	16	20	4,0	14,5	—	0,3	+0,2	0,2
6×18×22	6	18	22	5,0	16,7	—	0,3	+0,2	0,2
6×21×25	6	21	25	5,0	19,5	1,95	0,3	+0,2	0,2
6×23×28	6	23	28	6,0	21,3	1,34	0,3	+0,2	0,2
6×26×32	6	26	32	6,0	23,4	1,65	0,4	+0,2	0,3
6×28×34	6	28	34	7,0	25,9	1,70	0,4	+0,2	0,3
8×32×38	8	32	38	6,0	29,4	—	0,4	+0,2	0,3
8×36×42	8	36	42	7,0	33,5	1,02	0,4	+0,2	0,3
8×42×48	8	42	48	8,0	39,5	2,57	0,4	+0,2	0,3
8×46×54	8	46	54	9,0	42,7	—	0,5	+0,3	0,5
8×52×60	8	52	60	10,0	48,7	2,44	0,5	+0,3	0,5
8×56×65	8	56	65	10,0	52,2	2,50	0,5	+0,3	0,5
8×62×72	8	62	72	12,0	57,8	2,40	0,5	+0,3	0,5
10×72×82	10	72	82	12,0	67,4	—	0,5	+0,3	0,5
10×82×92	10	82	92	12,0	77,1	3,00	0,5	+0,3	0,5
10×92×102	10	92	102	14,0	87,3	4,50	0,5	+0,3	0,5
10×102×112	10	102	112	16,0	97,7	6,30	0,5	+0,3	0,5
10×112×125	10	112	125	18,0	106,3	4,40	0,5	+0,3	0,5

щадь сечения F . Кроме размеров по ГОСТ 1139—80 приведены размеры нестандартных соединений, применяемых для гидроагрегатов.

На рис. 1.10 и в табл. 1.5 приведены параметры, их обозначения и зависимости между ними, относящиеся к эвольвентным соединениям по ГОСТ 6033—80.

В дополнение к данным табл. 1.5 приведем некоторые соотношения, необходимые для определения номинальных размеров и измеряемых величин и расчетов на прочность эвольвентных зубчатых соединений.

Угол давления на окружности радиуса r

$$\alpha_r = \arccos(d_b/2r). \quad (1.2)$$

Длина рабочей части эвольвентного профиля

$$L_h = 0,25d_b [(\alpha_{da} + \text{inv } \alpha_{da})^2 - (\alpha_{Da} + \text{inv } \alpha_{Da})^2], \quad (1.3)$$

где

$$\alpha_{da} = \arccos(d_b/d_a); \quad \alpha_{Da} = \arccos(d_b/D_a).$$

Таблица 1.3. Размеры (мм) соединений тяжелой серии по ГОСТ 1139—80

z×d×D	Число зубьев z	d	D	b	d ₁ , не менее	c		r, не более
						номин.	пред. откл.	
10×16×20	10	16	20	2,5	14,1	0,3	+0,2	0,2
10×18×23	10	18	23	3,0	15,6	0,3	+0,2	0,2
10×21×26	10	21	26	3,0	18,5	0,3	+0,2	0,2
10×23×29	10	23	29	4,0	20,3	0,3	+0,2	0,2
10×26×32	10	26	32	4,0	23,0	0,4	+0,2	0,3
10×28×35	10	28	35	4,0	24,4	0,4	+0,2	0,3
10×32×40	10	32	40	5,0	28,0	0,4	+0,2	0,3
10×36×45	10	36	45	5,0	31,3	0,4	+0,2	0,3
10×42×52	10	42	52	6,0	36,9	0,4	+0,2	0,3
10×46×56	10	46	56	7,0	40,9	0,5	+0,3	0,5
16×52×60	16	52	60	5,0	47,0	0,5	+0,3	0,5
16×56×65	16	56	65	5,0	50,6	0,5	+0,3	0,5
16×62×72	16	62	72	6,0	56,1	0,5	+0,3	0,5
16×72×82	16	72	82	7,0	65,9	0,5	+0,3	0,5
20×82×92	20	82	92	6,0	75,6	0,5	+0,3	0,5
20×92×102	20	92	102	7,0	85,5	0,5	+0,3	0,5
20×102×115	20	102	115	8,0	94,0	0,5	+0,3	0,5
20×112×125	20	112	125	9,0	104,0	0,5	+0,3	0,5

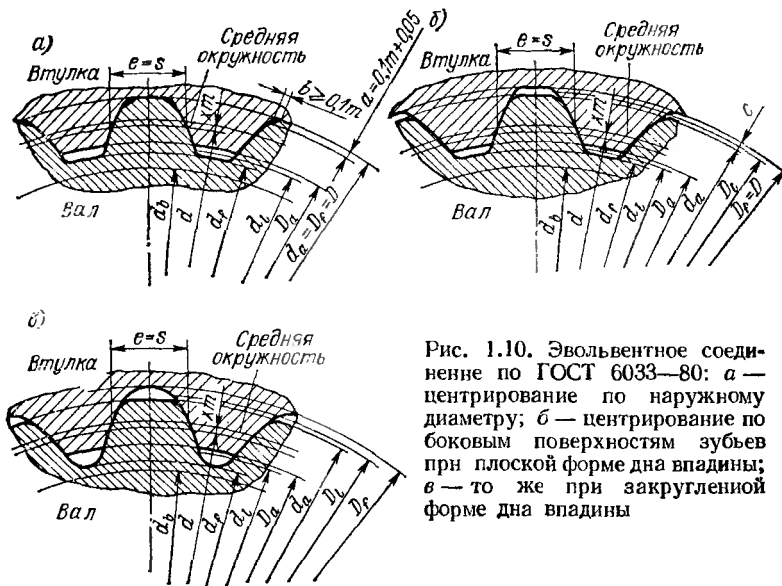


Рис. 1.10. Эвольвентное соединение по ГОСТ 6033—80: а — центрирование по наружному диаметру; б — центрирование по боковым поверхностям зубьев при плоской форме дна впадины; в — то же при закругленной форме дна впадины

**Т а б л и ц а 1.4. Геометрические характеристики сечений валов
прямобоочных зубчатых соединений**

Серия	$z \times d \times D,$ мм	h_D	r	$S_F,$ см ³	$W_p,$ см ³	$F,$ см ³
		см				
Нестандартная	4×11×15	0,16	0,650	0,42	0,327	1,19
	6×14×18		0,800	0,77	0,76	2,02
	6×16×20		0,900	0,86	1,03	2,49
	6×18×22		1,000	0,96	1,37	3,08
	8×21×25		1,150	1,47	2,20	4,10
Легкая	6×23×26	0,09	1,225	0,66	2,73	4,70
	6×26×30	0,14	1,400	1,18	3,93	6,03
	6×28×32		1,500	1,26	4,96	7,00
	8×32×36	0,12	1,700	1,63	7,26	9,00
	8×36×40		1,900	1,82	10,2	11,3
	8×42×46		2,200	2,11	16,0	15,1
	8×46×50		2,400	2,30	20,9	18,1
	8×52×58	0,2	2,750	4,40	31,1	23,6
	8×56×62		2,950	4,72	37,9	27,0
	8×62×68		3,250	5,20	51,6	33,1
	10×72×78		3,750	7,50	80,6	44,8
10×82×88	4,250		8,50	116	56,4	
10×92×98	4,750		9,50	163	70,7	
10×102×108	5,250	10,5	221	86,3		
10×112×120	0,3	5,925	17,4	298	107	
Средняя	6×11×14	0,09	0,625	0,34	0,356	1,22
	6×13×16		0,725	0,39	0,558	1,64
	6×16×20	0,14	0,900	0,76	1,03	2,49
	6×18×22		1,00	0,84	1,48	3,15
	6×21×25		1,150	0,97	2,16	4,06
6×23×28	0,19	1,275	1,45	3,00	5,06	

Продолжение табл. 1.4

Серия	z × d × D. мм	h _p	r	S _F , см ²	W _p , см ³	F, см ²
		см				
Средняя	6 × 26 × 32	0,22	1,450	1,91	4,20	6,39
	6 × 28 × 34		1,550	2,05	5,32	7,42
	8 × 32 × 38		1,750	3,08	7,74	9,48
	8 × 36 × 42		1,950	3,43	16,3	11,8
	8 × 42 × 48		2,250	3,96	16,8	15,8
	8 × 46 × 54	0,30	2,500	6,00	23,0	19,5
	8 × 52 × 60		2,800	6,72	32,3	24,4
	8 × 56 × 65	0,35	3,025	8,54	39,8	28,2
	8 × 62 × 72	0,40	3,350	10,72	55,2	35,0
	10 × 72 × 82		3,850	15,40	86,0	46,7
10 × 82 × 92	4,350		17,40	121	58,8	
10 × 92 × 102	4,850		19,40	170	73,5	
10 × 102 × 118	5,350		21,40	230	89,6	
10 × 112 × 125	0,55	5,925	32,60	313	110	
Тяжелая	10 × 16 × 20	0,14	0,900	1,26	1,05	2,51
	10 × 18 × 23	0,19	1,025	1,95	1,58	3,60
	10 × 21 × 26		1,175	2,23	2,26	4,21
	10 × 23 × 29	0,24	1,300	3,12	3,30	5,36
	10 × 26 × 32	0,22	1,450	3,19	4,38	6,51
	10 × 28 × 35	0,27	1,575	4,26	5,44	7,56
	10 × 32 × 40	0,32	1,800	5,76	8,38	10,0
	10 × 36 × 45	0,37	2,025	7,49	11,4	12,4
	10 × 42 × 52	0,42	2,350	9,78	16,4	16,8
	10 × 46 × 56	0,40	2,550	10,2	23,8	20,1
	16 × 52 × 60	0,30	2,800	13,4	32,2	24,4
	16 × 56 × 65	0,35	3,025	16,9	39,8	28,2

Продолжение табл. 1.4

Серия	$z \times d \times D$, мм	h_p	r	S_F , см ²	W_p , см ³	F , см ³
		см				
Тяжелая	16×62×72	0,40	3,350	21,4	55,2	35,0
	16×72×82		3,850	24,6	84,6	46,3
	20×82×92		4,35	34,8	113	58,9
	20×92×102		4,85	38,8	170	73,5
	20×102×115	0,55	5,425	59,7	238	92,1
	20×112×125		5,925	55,2	313	110

Примечания: 1. $S_F = z h_p r$; $W_p = \frac{\pi d^3 - bz(D-d)(D+d)^2}{16D}$;
 $F = \frac{\pi d^2}{4} + bz \frac{D-d}{2}$. 2. Момент сопротивления изгибу $W_x = 0,5W_p$.
3. Моменты инерции: $J_p = W_p D/2$; $J_x = W_p D/4$.

Таблица 1.5. Параметры эвольвентных зубчатых соединений по ГОСТ 6033—80

Параметр	Расчетная зависимость
Модуль m	—
Делительный окружной шаг зубьев P	$P = \pi m$
Угол профиля зуба α	$\alpha = 30^\circ$
Число зубьев z	—
Диаметр делительной окружности d	$d = mz$
Диаметр основной окружности d_b	$d_b = mz \cos \alpha$
Высота зуба вала h	$h_{\min} = h_a + h_{f \min}$
Высота зуба втулки H	$H = H_a + H_f$
Высота головки зуба вала h_a :	
при центрировании по боковым поверхностям зубьев	$h_a = 0,45m$
при центрировании по наружному диаметру	$h_a = 0,55m$
Высота головки зуба втулки H_a	$H_a = 0,45m$
Высота ножки зуба втулки H_f :	
при плоской форме дна впадины	$H_{f \min} = 0,55m$; $H_{f \max} = 0,65m$
при закругленной форме дна впадины	$H_f = 0,77m$

Продолжение табл. 1.5

Параметр	Расчетная зависимость
Высота ножки зуба вала h_f : при плоской форме дна впадины при закругленной форме дна впадины	$h_{f \min} = 0,55m; h_{f \max} = 0,65m$ $h_{f \max} = 0,83m$
Радиус кривизны переходной кривой зуба ρ_f	$\rho_{f \min} = 0,15m$
Номинальная делительная окружная толщина зуба вала s	$s = \frac{\pi}{2} m + 2xm \operatorname{tg} \alpha$
Номинальная делительная окружная ширина впадины втулки e	$e = \frac{\pi}{2} m + 2xm \operatorname{tg} \alpha$
Номинальный (исходный) диаметр соединения D	$D = mz + 2xm + 1,1m$
Диаметр окружности впадин втулки D_f : при плоской форме дна впадины при закругленной форме дна впадины	$D_f = D$ $D_{f \min} = D + 0,44m$
Диаметр окружности вершин зубьев втулки D_a	$D_a = D - 2m$
Смещение исходного контура xm	$xm = \frac{1}{2} (D - mz - 1,1m)$
Диаметр окружности впадин вала d_f : при плоской форме дна впадины при закругленной форме дна впадины	$d_{f \max} = D - 2,2m$ $d_{f \max} = D - 2,76m$
Диаметр окружности вершин зубьев вала d_a : при центрировании по боковым поверхностям зубьев при центрировании по наружному диаметру	$d_a = D - 0,2m$ $d_a = D$
Диаметр окружности граничных точек зуба втулки D_l	$D_{l \min} = d_a + F_r$
Диаметр окружности граничных точек зуба вала d_l	$d_{l \max} = D_a - F_r$
Фаска или радиус притупления продольной кромки зуба втулки k	$k = 0,15m$
Радиальный зазор c	$c_{\min} = 0,1m$

Рабочая глубина захода при центрировании соединения по боковым сторонам

$$h_p = 0,5 (d_a - D_a); \quad (1.4)$$

то же при центрировании по наружному диаметру

$$h_p = 0,5 (d_a - D_a) - a. \quad (1.4a)$$

Средний диаметр $d_{ср} = D_f - m$ при центрировании по боковым сторонам зубьев, при центрировании по D_f

$$d_{ср} = 0,5 (d_a + D_f) - a. \quad (1.5)$$

Толщина зуба по постоянной хорде

$$s_x = (\pi m / 2 \pm 2xm \operatorname{tg} \alpha) \cos^2 \alpha, \quad (1.6)$$

где знак плюс берется для вала, а знак минус — для отверстия.

Расстояние от вершины зуба до постоянной хорды

$$h_x = 0,5 (d_a - d - s_x \operatorname{tg} \alpha); \quad (1.7)$$

если $h_x \leq 0$, то обмер по постоянной хорде невозможен.

Длина общей нормали

$$w_x = [\pi (z_w - 0,5) m - 2xm \operatorname{tg} \alpha + mz \operatorname{inv} \alpha] \cos \alpha, \quad (1.8)$$

где z_w — число зубьев (впадин для отверстия), охватываемых инструментом.

Для определения номинальной длины общей нормали целесообразно использовать табличный способ расчета. В табл. 1.6 приведены номинальные длины общих нормалей w_0 и число зубьев вала z_{w0} (впадин отверстия), охватываемых инструментом при замере некорригированных эвольвентных зубьев с модулем $m = 1$ мм и углом исходного контура $\alpha = 30^\circ$.

Для модуля $m \neq 1$ мм при смещении исходного контура $x = 0$ длина общей нормали

$$w = w_0 m. \quad (1.9)$$

При смещении исходного контура $xm \neq 0$

$$w_x = [w_0 + (z_w - z_{w0}) P'_b] m + 2xm \sin \alpha, \quad (1.10)$$

где

$$z_w = \alpha_x z / 180^\circ + 0,5; \quad (1.11)$$

$$\alpha_x = \arccos [r_b / (r + xm)]; \quad (1.12)$$

P'_b — основной шаг при $m = 1$ мм.

**Т а б л и ц а 1.6. Длина общей нормали эвольвентных
зубьев при $m = 1$ мм, $\alpha = 30^\circ$, $x = 0$**

z	z_{ω_0}	ω_0 , мм	z	z_{ω_0}	ω_0 , мм
6	2	4,36034	42	8	22,36036
7		4,40689	43		22,40691
8		4,45344	44		22,45346
9		4,49999	45		22,50001
10		4,54654	46		22,54656
11	4,59309	47	22,59311		
12	3	7,36034	48	9	25,36036
13		7,40689	49		25,40691
14		7,45344	50		25,45346
15		7,49999	51		25,50001
16		7,54653	52		25,54656
17	7,59308	53	25,59311		
18	4	10,36033	54	10	28,36036
19		10,40688	55		28,40691
20		10,45343	56		28,45346
21		10,49998	57		28,50001
22		10,54653	58		28,54656
23	10,59308	59	28,59311		
24	5	13,36033	60	11	31,36036
25		13,40687	61		31,40691
26		13,45342	62		31,45346
27		13,49997	63		31,50001
28		13,54652	64		31,54656
			65	31,59311	
29	6	16,31380	66	12	34,36036
30		16,36045	67		34,40691
31		16,40690	68		34,45338
32		16,45345	69		34,50001
33		16,50000	70		34,54656
34	16,54655	71	34,59311		
35	16,59310				
36	7	19,36035	72	13	37,36036
37		19,40690	73		37,40691
38		19,45345	74		37,45346
39		19,50000	75		37,50001
40		19,54655	76		37,54656
41	19,59310	77	37,59311		

Продолжение табл. 1.6

z	z_{w_0}	w_0 , мм	z	z_{w_0}	w_0 , мм
78	14	40,36036	87	15	43,50001
79		40,40691	88		43,54656
80		40,45346	89		43,59311
81		40,50001	16		90
82		40,54656		91	46,40691
83		40,59311		92	46,45346
84	15	43,36036	93	46,50001	
85		43,40691			
86		43,45346			

При $\alpha = 30^\circ$ формула (1.10) принимает вид

$$w_x = [w_0 + 2,7207 (z_w - z_{w_0})] m + xm. \quad (1.13)$$

Радиус касания инструмента и профилей зубьев

$$r_k = \sqrt{r_b^2 + w_x^2/4}. \quad (1.13a)$$

Номинальная толщина зуба вала (ширина впадины отверстия) по окружности любого диаметра d_i

$$s_i = d_i (0,5\pi m + 2xm \operatorname{tg} \alpha) / d + d_i (\operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_i), \quad (1.14)$$

где $\alpha_i = \arccos (d_b/d_i)$.

Контрольный размер M при измерении деталей эвольвентного зубчатого соединения с четным числом зубьев (рис. 1.11) роликами диаметра d_p определяется по формуле

$$M = d \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_p} \pm d_p, \quad (1.15)$$

где α_p — угол давления в месте касания ролика и зуба, находится он из выражения

$$\operatorname{inv} \alpha_p = \operatorname{inv} \alpha \pm \frac{d_p}{d \cos \alpha} \mp \frac{\pi}{2z}. \quad (1.16)$$

В формулах (1.15)—(1.17) верхний знак относится к замеру вала M_B , нижний — к замеру отверстия M_A .

Погрешность толщины зуба по делительной окружности связана с погрешностью замера зависимостью

$$\Delta s = \Delta (M \mp d_p) \frac{\sin \alpha_p}{\cos \alpha}. \quad (1.17)$$

Диаметр ролика для стандартных эвольвентных зубьев с углом исходного контура в 30° принимается $d_p = 2m$ для вала и $d_p = (1,75 \div 1,8) m$ для отверстия с округлением по ГОСТ 4446—74* или ГОСТ 2475—62*.

Для зубьев, нарезанных инструментом с другим углом ($\alpha \neq 30^\circ$),
 $d_p = \pi m / (2 \cos \alpha)$. (1.18)

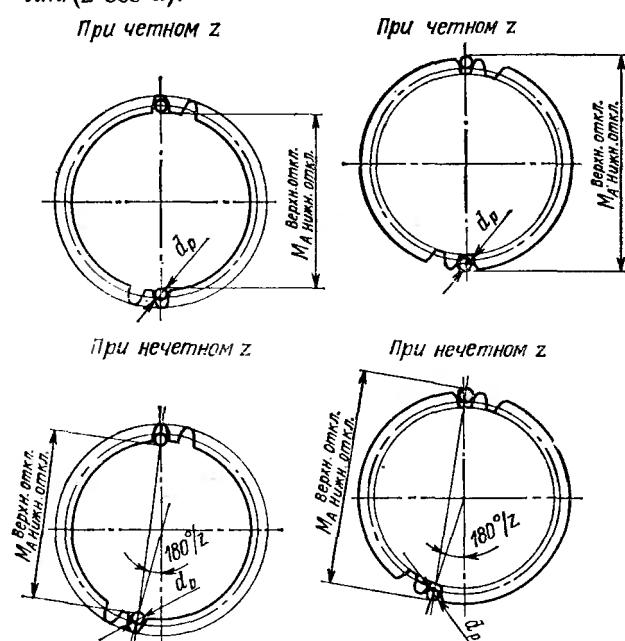


Рис. 1.11. Схема замера деталей эвольвентного соединения по роликам при четном и нечетном числе зубьев

При нечетном числе зубьев (см. рис. 1.11)

$$M' = M \cos (90^\circ/z).$$

При необходимости определения диаметра окружности d_k , на которой происходит касание ролика с профилями зуба, следует пользоваться формулой

$$d_k = \sqrt{d^2 \cos^2 \alpha \mp 2d_p d_p \operatorname{tg} \alpha + d_p^2}, \quad (1.19)$$

где знак минус берется для вала, плюс — для отверстия.

В табл. 1.7 приведен размерный ряд соединений по ГОСТ 6033—80.

Т а б л и ц а 1.7. Размерные ряды соединений по ГОСТ 6033—80

Номи- нальный диаметр		Модуль													
		Число зубьев													
		Ряд 1	Ряд 2	Ряд 1	Ряд 2	Ряд 1	Ряд 2	Ряд 1	Ряд 2	Ряд 1	Ряд 2	Ряд 1	Ряд 2	Ряд 1	Ряд 2
—	4	—	6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
—	5	—	8	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
6	—	—	10	8	6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
—	7	—	12	10	7	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
8	—	—	14	12	8	6	—	—	—	—	—	—	—	—	
—	9	—	16	13	10	7	—	—	—	—	—	—	—	—	
10	—	—	18	15	11	8	6	—	—	—	—	—	—	—	
12	—	—	22	18	13	10	8	6	—	—	—	—	—	—	
—	14	—	26	22	16	12	10	8	6	—	—	—	—	—	
15	—	—	28	23	17	13	10	8	6	—	—	—	—	—	
—	16	—	30	25	18	14	11	9	6	—	—	—	—	—	
17	—	—	32	27	20	15	12	10	7	—	—	—	—	—	
—	18	—	34	28	21	16	13	10	7	—	—	—	—	—	
20	—	—	38	32	23	18	14	12	8	6	—	—	—	—	
—	22	—	42	35	26	20	16	13	9	7	6	—	—	—	
25	—	—	48	40	30	24	18	15	11	8	7	—	—	—	
—	28	—	54	45	34	26	21	17	12	10	8	—	—	—	
30	—	—	—	48	36	28	22	18	13	10	8	—	—	—	
—	32	—	—	52	38	30	24	20	14	11	9	6	—	—	
35	—	—	—	57	42	34	26	22	16	12	10	7	—	—	
—	38	—	—	62	46	36	29	24	18	14	11	8	—	—	
40	—	—	—	64	48	38	30	25	18	14	12	8	6	—	
—	42	—	—	68	51	40	32	26	20	15	12	9	7	—	
45	—	—	—	74	55	44	34	28	21	16	13	12	10	7	
—	48	—	—	78	58	46	37	30	22	18	14	12	10	8	
50	—	—	—	—	60	48	38	32	24	18	15	12	11	8	
—	52	—	—	—	64	50	40	33	24	19	16	12	11	9	
55	—	—	—	—	66	54	42	35	26	20	17	14	12	9	
—	58	—	—	—	70	56	45	37	28	22	18	14	13	10	
60	—	—	—	—	74	58	46	38	28	22	18	16	13	10	
—	62	—	—	—	—	48	40	30	23	19	16	14	11	9	
65	—	—	—	—	—	50	42	31	24	20	18	15	11	9	
—	68	—	—	—	—	53	44	32	26	21	18	15	12	10	
70	—	—	—	—	—	54	45	34	26	22	18	16	12	10	
—	72	—	—	—	—	56	46	34	27	22	20	16	13	10	
75	—	—	—	—	—	58	48	36	28	24	20	17	13	11	
—	78	—	—	—	—	60	50	38	30	24	21	18	14	11	
80	—	—	—	—	—	62	52	38	30	25	22	18	14	12	
—	82	—	—	—	—	—	53	40	31	26	22	19	15	12	

Продолжение табл. 1.7

Номи- нальный диаметр		Модуль															
		Ряд 1							Ряд 2								
		0,5	—	0,8	—	1,25	—	2	—	3	—	—	5	—	—		
Ряд 1	Ряд 2	—	0,6	—	1	—	1,5	—	2,5	—	3,5	4	—	6	—	10	
Ряд 1	Ряд 2	Число зубьев															
85	—	—	—	—	—	—	—	55	41	32	27	24	20	15	13	9	7
—	88	—	—	—	—	—	—	57	42	34	28	24	20	16	13	—	—
90	—	—	—	—	—	—	—	58	41	34	28	24	21	16	13	10	7
—	92	—	—	—	—	—	—	60	44	35	29	25	22	17	14	—	—
95	—	—	—	—	—	—	—	62	46	36	30	26	22	18	14	10	8
—	98	—	—	—	—	—	—	64	48	38	31	26	23	18	15	—	—
100	—	—	—	—	—	—	—	64	48	38	32	28	24	18	15	11	8
—	105	—	—	—	—	—	—	68	51	40	34	29	25	20	16	12	9
110	—	—	—	—	—	—	—	72	54	42	35	30	26	20	17	12	9
120	—	—	—	—	—	—	—	—	58	46	38	34	28	22	18	13	10
—	130	—	—	—	—	—	—	—	64	50	42	36	31	24	20	15	11
140	—	—	—	—	—	—	—	—	68	54	45	38	34	26	22	16	12
—	150	—	—	—	—	—	—	—	74	58	48	42	36	28	24	17	13
160	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	52	44	38	30	25	18	14
—	170	—	—	—	—	—	—	—	—	—	55	48	41	32	27	20	15
180	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	58	50	44	34	28	21	16
—	190	—	—	—	—	—	—	—	—	—	62	—	46	36	30	22	17
200	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	65	—	48	38	32	24	18
—	210	—	—	—	—	—	—	—	—	—	69	—	51	40	34	25	20
220	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	42	35	26	20
240	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	46	38	28	22
—	250	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	48	40	30	24
260	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	50	42	31	24
—	280	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	54	45	34	26
300	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	58	48	36	28
—	320	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	62	52	38	30
340	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	55	41	32
—	360	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	58	44	34
380	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	62	46	36
400	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	65	48	38
—	420	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	68	51	40
440	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	72	54	42
—	450	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	55	44
—	460	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	75	56	44
480	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	78	58	46
500	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	82	61	48

Примечания: 1. При выборе номинальных диаметров и модулей ряд 1 следует предпочитать ряду 2. 2. Числа зубьев, выделенные полужирным, являются предпочтительными. 3. Модуль 3,5 по возможности не применять

Геометрические параметры сечений эвольвентных валов можно находить, пользуясь формулами из примечания к табл. 1.4; площади сечений и моменты инерции примерно те же, что у круглого вала диаметром $d_a - m$.

В табл. 1.8 приведены параметры эвольвентных зубчатых соединений по ОСТ 100086—73. Этот стандарт распространяется на модули от 0,5 до 5 мм. Геометрические параметры соединений с модулем $m = 1$ мм отличаются от параметров остальных соединений, в основном соответствующих табл. 1.7. Для $m = 1$ мм: $D = m(z + 1,5)$, $d_{fp} = m(z - 2,1)$, $D_a = m(z - 1,5)$, $d_f = m(z - 1,5)$ (d_{fp} — при закругленной впадине).

В табл. 1.9 приведены размеры колец и цилиндрических гладких поверхностей под эвольвентные зубчатые соединения по ОСТ 100086—73 (дана выдержка из следующих ОСТов: ОСТ 111441—74, ОСТ 111442—74, ОСТ 111443—74, ОСТ 111444—74, ОСТ 111445—74).

Т а б л и ц а 1.8. Основные размеры (мм) эвольвентных зубчатых соединений по ОСТ 100086—73

z	d	Вал			Отверстие		
		Центрирование по D_f и s : d_a	d_f	d_{fp}	Центрирование по D_f и s		D_a
					D_f	D_{fp}	
$m = 0,5; s = 0,78; \rho_f = 0,28; k = 0,05$							
8	4	4,5	3,3	3,2	4,5	4,7	3,5
10	5	5,5	4,3	4,2	5,5	5,7	4,5
11	6	6,5	5,3	5,2	6,5	6,7	5,5
14	7	7,5	6,3	6,2	7,5	7,7	6,5
16	8	8,5	7,3	7,2	8,5	8,7	7,5
18	9	9,5	8,3	8,2	9,5	9,7	8,5
20	10	10,5	9,3	9,2	10,5	10,7	9,5
22	11	11,5	10,3	10,2	11,5	11,7	10,5
24	12	12,5	11,3	11,2	12,5	12,7	11,5
26	13	13,5	12,3	12,2	13,5	13,7	12,5
28	14	14,5	13,3	13,2	14,5	14,7	13,5
30	15	15,5	14,3	14,2	15,5	15,7	14,5
32	16	16,5	15,3	15,2	16,5	16,7	15,5
34	17	17,5	16,3	16,2	17,5	17,7	16,5
36	18	18,5	17,3	17,2	18,5	18,7	17,5
38	19	19,5	18,3	18,2	19,5	19,7	18,5
40	20	20,5	19,3	19,2	20,5	20,7	19,5

Продолжение табл. 1.8

z	d	Вал			Отверстие		
		Центрирование по D_f и s : d_a	d_f	d_{fp}	Центрирование по D_f и s		D_a
					D_f	D_{fp}	
$m = 0,8; s = 1,25; \rho_f = 0,45; k = 0,08$							
10	8	8,8	6,88	6,72	8,8	9,12	7,2
12	9,6	10,4	8,48	8,32	10,4	10,72	8,8
14	11,2	12	10,08	9,92	12	12,32	10,4
16	12,8	13,6	11,68	11,52	13,6	13,92	12
18	14,4	15,2	13,28	13,12	15,2	15,52	13,6
20	16	16,8	14,88	14,72	16,8	17,12	15,2
22	17,6	18,4	16,48	16,32	18,4	18,72	16,8
24	19,2	20	18,08	17,92	20	20,32	18,4
26	20,8	21,6	19,68	19,52	21,6	21,92	20
28	22,4	23,2	21,28	21,12	23,6	23,52	21,6
30	24	24,8	22,88	22,72	24,8	25,12	23,2
32	25,6	26,4	24,48	24,32	26,4	26,72	24,8
34	27,2	28	26,08	25,92	28	28,32	26,4
36	28,8	29,6	27,68	27,52	29,6	29,92	28
$m = 1; s = 1,57; \rho_f = 0,36; k = 0,1$							
11	11	12,5	9,1	8,9	12,5	12,9	9,5
12	12	13,5	10,1	9,9	13,5	13,9	10,5
14	14	15,5	12,1	11,9	15,5	15,9	12,5
16	16	17,5	14,1	13,9	17,5	17,9	14,5
18	18	19,5	16,1	15,9	19,5	19,9	16,5
20	20	21,5	18,1	17,9	21,5	21,9	18,5
22	22	23,5	20,1	19,9	23,5	23,9	20,5
24	24	25,5	22,1	21,9	25,5	25,9	22,5
26	26	27,5	24,1	23,9	27,5	27,9	24,5
28	28	29,5	26,1	25,9	29,5	29,9	26,5
30	30	31,5	28,1	27,9	31,5	31,9	28,5
32	32	33,5	30,1	29,9	33,5	33,9	30,5
34	34	35,5	32,1	31,9	35,5	35,9	32,5
36	36	37,5	34,1	33,9	37,5	37,9	34,5
38	38	39,5	36,1	35,9	39,5	39,9	36,5
40	40	41,5	38,1	37,9	41,5	41,9	38,5
42	42	43,5	40,1	39,9	43,5	43,9	40,5
44	44	45,5	42,1	41,9	45,5	45,9	42,5
46	46	47,5	44,1	43,9	47,5	47,9	44,5
48	48	49,5	46,1	45,9	49,5	49,9	46,5
50	50	51,5	48,1	47,9	51,5	51,9	48,5

Продолжение табл. 1.8

z	a	Вал			Отверстие		
		Центрирование по D_f и $s: d_m$	d_f	d_{fp}	Центрирование по D_f и s		D_m
					D_f	D_{fp}	
$m = 1,25; s = 1,96; \rho_f = 0,7; k = 0,13$							
12	15	16,25	13,25	13	16,25	16,75	13,75
14	17,5	18,75	15,75	15,5	18,75	19,25	16,25
16	20	21,25	18,25	18	21,25	21,75	18,75
18	22,5	23,75	20,75	20,5	23,75	24,25	21,25
20	25	26,25	23,25	23	26,25	26,75	23,75
22	27,5	28,75	25,75	25,5	28,75	29,25	26,25
24	30	31,25	28,25	28	31,25	31,75	28,75
$m = 1,5; s = 2,35; \rho_f = 0,84; k = 0,15$							
20	30	31,5	27,9	27,6	31,5	32,1	28,5
22	33	34,5	30,9	30,6	34,5	35,1	31,5
24	36	37,5	33,9	33,6	37,5	38,1	34,5
26	39	40,5	36,9	36,6	40,5	41,1	37,5
28	42	43,5	39,9	39,6	43,5	44,1	40,5
30	45	46,5	42,9	42,6	46,5	47,1	43,5
32	48	49,5	45,9	45,6	49,5	50,1	46,5
34	51	52,5	48,9	48,6	52,5	53,1	49,5
36	54	55,5	51,9	51,6	55,5	56,1	52,5
38	57	58,5	54,9	54,6	58,5	59,1	55,5
$m = 2; s = 3,14; \rho_f = 1,12; k = 0,2$							
20	40	42	37,2	36,8	42	42,8	38
22	44	46	41,2	40,8	46	46,8	42
24	48	50	45,2	44,8	50	50,8	46
26	52	54	49,2	48,8	54	54,8	50
28	56	58	53,2	52,8	58	58,8	54
30	60	62	57,2	56,8	62	62,8	58
32	64	66	61,2	60,8	66	66,8	62
34	68	70	65,2	64,8	70	70,8	66
36	72	74	69,2	68,8	74	74,8	70
38	76	78	73,2	72,8	78	78,8	74

Основные геометрические соотношения для соединений с треугольными зубьями показаны на рис. 1.12. Обычно задается угол профиля зуба отверстия α_2 . Для действующих нормалей он составляет 30, 36 или 45°.

Таблица 1.9. Основные размеры (мм) колес и цилиндрических гладких поверхностей под эвольвентные зубчатые соединения по ГОСТ 100086—73

d	D при m					b	a	D при m				b
	0,5	0,8	1,0	1,25	1,5			1	1,5	2	2,5	
3	6	—	—	—	—	6	36	44	42	44	—	10
4	7	—	—	—	—		38	45	45	—	—	
5	8	—	—	—	—		40	48	—	48	50	
6	9	10	—	—	—		—	—	—	—	—	
7	10	—	—	—	—		—	—	—	—	—	
8	12	12	14	—	—		42	50	48	—	—	12
9	13	13	15	—	—		44	—	—	52	—	
10	14	—	—	—	—		45	52	52	—	55	
11	15	15	17	—	—		46	54	—	—	—	
—	—	—	—	—	—		48	—	54	56	—	
12	16	—	—	18	—		50	—	58	—	60	
13	17	17	19	—	—	52	—	—	60	—		
14	18	18	—	—	—	54	—	60	—	—		
—	—	—	—	—	—	55	—	—	—	65		

Угол профиля зуба вала определяется по отношению

$$\alpha_1 = \alpha_2 - 180^\circ/z. \quad (1.20)$$

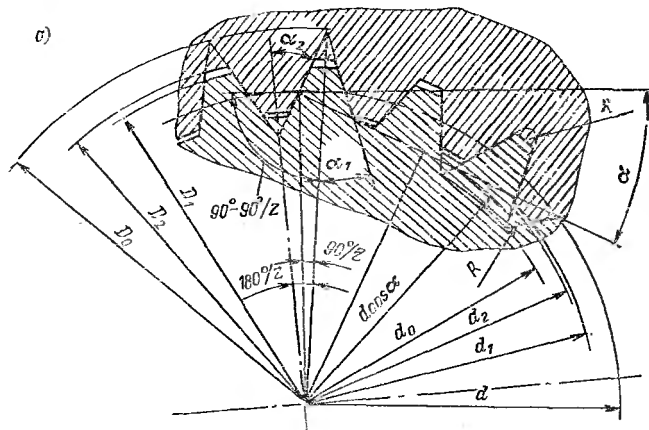


Рис. 1.12. Геометрические параметры соединения с треуголь отклонений

Угол давления (угол между нормалью к профилям в точке их пересечения со средней окружностью соединения и касательной к этой окружности)

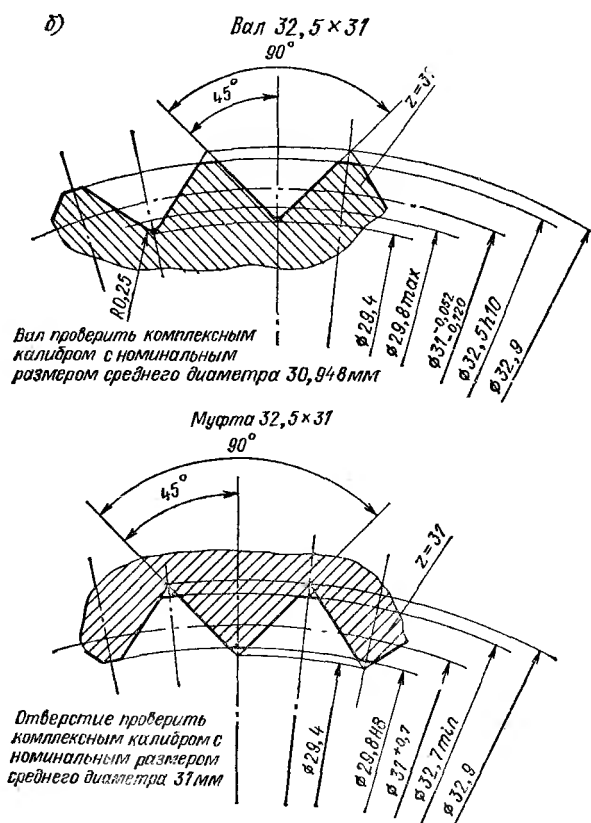
$$\alpha = \alpha_2 - 90^\circ/z = \alpha_1 + 90^\circ/z = (\alpha_2 + \alpha_1)/2. \quad (1.21)$$

Угол давления в точке пересечения профиля окружностью радиуса r

$$\alpha_r = \alpha_2 - \frac{180^\circ}{z} + \frac{s_r}{r} \frac{90^\circ}{\pi}, \quad (1.22)$$

где s_r — толщина зуба по дуге радиуса r ,

$$s_r = 0,5\pi m - (2r - mz) \operatorname{tg} \alpha; \quad (1.23)$$



ным профилем зубьев (а) и пример назначения предельных размеров (б)

m — модуль соединения, $m = d/z \ll d_{cp}/z$, так как $d \ll d_{cp}$ (под делительной окружностью подразумевается, как обычно, окружность, по которой толщина зуба равна ширине впадины).

Наружный диаметр вала равен номинальному диаметру соединения, который, в свою очередь,

$$D = m(z + k),$$

где k — различная величина для действующих нормалей.

Контрольные размеры M_B и M_A при измерении деталей зубчатого соединения с четным числом зубьев треугольного профиля находятся по зависимостям:

$$M_B = d_0 + \frac{d_p}{\sin \alpha_2} + d_p; \quad (1.24)$$

$$M_A = D_0 - \frac{d_p}{\sin \alpha_1} - d_p, \quad (1.25)$$

где d_0 и D_0 — теоретические размеры профиля; α_2 и α_1 — углы профиля зубьев соответственно втулки и вала.

При нечетном числе зубьев изделия размеры M_B и M_A по аналогии с размерами эвольвентного профиля находятся по зависимостям:

$$M'_B = M_B \cos(90^\circ/z); \quad M'_A = M_A \cos(90^\circ/z).$$

Связь между допусками на толщину зуба и допусками на размеры M_B и M_A устанавливается соотношениями:

$$\Delta M_B = \Delta s_1 / \operatorname{tg} \alpha_2; \quad \Delta M_A = \Delta s_2 / \operatorname{tg} \alpha_1. \quad (1.26)$$

Т а б л и ц а 1.10. Геометрические параметры соединений с треугольными зубьями (по стандарту TGL 5481)

D , мм	z	m	h	$\alpha_{12} \dots^\circ$	D , мм	z	m	h	$\alpha_{12} \dots^\circ$
		мм					мм		
8	28	0,27	0,6	47	30	35	0,80	1,8	50
10	28	0,32	0,9	47	34	36	0,89	1,8	50
12	30	0,37	0,9	48	40	37	1,02	2,0	50
14	31	0,42	1,0	48	44	38	1,10	2,1	51
17	32	0,50	1,1	49	50	39	1,22	2,5	51
20	33	0,56	1,3	49	55	40	1,30	2,6	51
24	34	0,65	1,6	49	60	42	1,37	2,6	51

Примечание. Угол профиля отверстия $2\alpha_2 = 60^\circ$.

Т а б л и ц а 1.11. Соединения мелкозубчатые треугольного профиля (выдержка из ОСТ 100092—73)

Номиналь- ные диаметры $d_2 \times D_1$, мм	d_0 , мм	z	α_1	Вал		Втулка		Теоретический диаметр, мм	
				Диаметр окружности, мм				наружный D_0	внутрен- ний d_c
				выступов D_1	впадин d_1	впадин D_2	выступов d_2		
$m = 0,5$ мм; толщина зуба $0,78_{-0,12}^{+0,06}$ мм, ширина паза $0,78_{-0,07}^{+0,14}$ мм (по дуге делительной окружности)									
9,5×10,5	10	20	27°	10,5 _{-0,035}	9,2	10,8	9,5 ^{+0,03}	11,509	8,889
12×13	12,5	25	28° 48'	13 _{-0,035}	11,7	13,3	12 ^{+0,035}	13,903	11,395
14,5×15,5	15	30	30°	15,5 _{-0,035}	14,2	15,8	14,5 ^{+0,035}	16,339	13,899
15×16	15,5	31	30° 11'37"	16 _{-0,035}	14,7	16,3	15 ^{+0,035}	16,828	14,401
17×18	17,5	35	30° 51'26"	18 _{-0,035}	16,7	18,3	17 ^{+0,035}	18,796	16,402
19,5×20,5	20	40	31° 30'	20,5 _{-0,045}	19,2	20,8	19,5 ^{+0,045}	21,266	18,904
22×23	22,5	45	32°	23 _{-0,045}	21,7	23,3	22 ^{+0,045}	23,743	21,405
24,5×25,5	25	50	32° 24'	25,5 _{-0,045}	24,2	25,8	24,5 ^{+0,045}	26,225	23,907
27×28	27,5	55	32° 43'38"	28 _{-0,045}	26,7	28,3	27 ^{+0,045}	28,710	26,408
29,5×30,5	30	60	33°	30,5 _{-0,05}	29,2	30,8	29,5 ^{+0,045}	31,199	28,909
32×33	32,5	65	33° 13'51"	33 _{-0,05}	31,7	33,3	32 ^{+0,05}	33,688	31,409
34,5×35,5	35	70	33° 25'43"	35,5 _{-0,05}	34,2	35,8	34,5 ^{+0,05}	36,181	33,912

Номинальные диаметры $d_2 \times D_1$, мм	d_0 , мм	z	α_1	Вал		Втулка		Теоретический диаметр, мм	
				Диаметр окружности, мм				наружный D_0	внутренний d_0
				выступов D_1	впадин d_1	впадин D_2	выступов d_2		
$m = 0,8$ мм; толщина зуба $1,26_{-0,12}^{-0,06}$ мм, ширина паза $1,26_{+0,07}^{+0,14}$ мм (по дуге делительной окружности)									
11×13	12	15	24°	13 _{-0,035}	10,7	13,3	11 ^{+0,035}	14,754	10,208
15×17	16	20	27°	17 _{-0,035}	14,7	17,3	15 ^{+0,035}	18,414	14,223
19×21	20	25	28° 48'	21 _{-0,045}	18,7	21,3	19 ^{+0,045}	22,245	18,232
23×25	24	30	30°	25 _{-0,045}	22,7	25,3	23 ^{+0,045}	26,143	22,238
27×29	28	35	30° 51' 26"	29 _{-0,045}	26,7	29,3	27 ^{+0,045}	30,074	26,243
31×33	32	40	31° 30'	33 _{-0,05}	30,7	33,3	31 ^{+0,05}	34,025	30,246
35×37	36	45	32°	37 _{-0,05}	34,7	37,3	35 ^{+0,05}	37,989	34,249
39×41	40	50	32° 24'	41 _{-0,05}	38,7	41,3	39 ^{+0,05}	41,960	38,251
43×45	44	55	32° 43' 38"	45 _{-0,05}	42,7	45,3	43 ^{+0,05}	45,937	42,253
47×49	48	60	33°	49 _{-0,05}	46,7	49,3	47 ^{+0,05}	49,919	46,254
51×53	52	65	33° 13' 51"	53 _{-0,06}	50,7	53,3	51 ^{+0,06}	53,903	50,255
55×57	56	70	33° 25' 43"	57 _{-0,06}	54,7	57,3	55 ^{+0,06}	57,890	54,260
Примечание. $\alpha_2 = 36 \pm 1^\circ$.									

Т а б л и ц а 1.12. Зубчатые соединения с треугольными зубьями, применяемые в транспортном машиностроении

d, мм	Допустимые отклонения		z	m, мм	Вал		Втулка		$2\alpha_1$	D_0	d_0	h		
	Вал	Втулка			D_1	R	D_2	d_2						
	мм						мм							
22 25 28	-0,045 -0,105	+0,065	22 25 28	1	23,6 26,6 29,6	0,25	23,8 26,8 29,8	20,8 23,8 26,8	73° 38' 41" 75° 36' 77° 08' 34"	24,0 27,0 30,0	20,3 23,4 26,4	1,4		
31 34 37 42 47	-0,052 -0,12	+0,07	31 34 37 42 47		32,5 35,5 38,5 43,4 48,4		32,7 35,7 38,7 43,6 48,6	29,8 32,8 35,8 40,8 45,8	78° 23' 14" 79° 24' 43" 80° 16' 13" 81° 25' 43" 82° 20' 26"	32,9 35,9 38,9 43,8 48,8	29,4 32,4 35,4 40,4 45,4	1,35 1,30		
52 57	-0,06 -0,14	+0,08	52 57		53,4 58,3		53,6 58,5	50,8 55,8	83° 04' 37" 83° 41' 03"	53,8 58,7	50,4 55,4	1,25		
63 70,5 78	-0,07 -0,15	+0,09	42 47 52		1,5		65,1 72,6 80,0	0,4	65,1 72,9 80,3	61,2 68,7 76,1	81° 25' 43" 82° 20' 26" 83° 04' 37"	65,7 73,2 80,6	60,6 68,1 75,5	1,95
88,5 96	-0,08 -0,17	+0,1	59 64				90,5 98,0		90,8 98,3	86,6 64,1	83° 53' 54" 84° 22' 30"	91,1 98,6	86,0 93,5	

Т а б л и ц а 1.13. Соединения с треугольными зубьями при $\alpha_2 = 45^\circ$ (выдержка из нормали автомобильной промышленности)

z	D	d	d _z	d ₁	z	D	d	d _z	d ₁
	мм					мм			
36	5	4,851	4,72	4,69	48	30	29,325	28,57	28,54
	6	5,863	5,65	5,63		32	31,277	30,47	30,42
	8	7,793	7,52	7,49		35	34,195	33,31	33,26
	10	9,721	9,38	9,35		38	37,113	36,15	36,10
	12	11,674	11,26	11,23		40	39,064	38,05	38,00
	15	14,556	14,04	14,01		42	41,016	39,95	39,90
	18	17,430	16,81	15,78		45	43,944	42,81	42,76
20	19,339	18,66	18,63	50		48,833	47,57	47,52	
48	22	21,527	20,97	20,94		55	53,722	52,33	52,28
	25	24,455	23,82	23,79		60	58,621	57,10	57,05
	28	27,373	26,66	26,63		65	63,519	61,88	61,83
						70	68,409	66,64	66,59
						75	73,298	71,40	71,35

В табл. 1.10 приводится выдержка из стандарта TGL 5481 (ГДР)¹, предусматривающего соединения с углом профиля зуба отверстия в 30° для диаметров до 60 мм и $27^\circ 30'$ для диаметров от 65 до 125 мм. В табл. 1.11 приводится выдержка из ОСТ 100092—73¹, предусматривающего угол профиля зуба втулки $\alpha_2 = 36^\circ$; в табл. 1.12 — выдержка из нормали транспортного машиностроения¹, предусматривающей угол профиля зуба отверстия $\alpha_2 = 45^\circ$ для высоконапряженных соединений концов торсионных валов с опорами. Соединения по этой нормали имеют стандартные модули 1 и 1,5 мм.

Аналогичная нормаль автомобильной промышленности, предусматривающая угол при вершине впадины вала $2\alpha_2 = 90^\circ$, не имеет стандартных модулей (табл. 1.13).

1.4. Допуски и посадки зубчатых соединений. Условные обозначения

Зубчатое соединение, будучи собранным, представляет собой целую систему посадок: во-первых, это z посадок по боковым поверхностям зубьев, во-вторых, эта система

¹ Обозначения изменены в соответствии с принятыми в тексте и на рис. 1.11.

может сочетаться с посадкой по одной из цилиндрических поверхностей. Вторая пара цилиндрических поверхностей фактически тоже образует посадку, но, как правило, с очень большим гарантированным зазором.

Взаимозаменяемость в зубчатых соединениях в большой мере зависит от погрешности формы, а главное, от расположения элементов профиля. Нетрудно представить случай, когда в соединении, все элементы которого имеют размеры, обеспечивающие зазоры, появляется натяг как следствие отклонения элементов от их номинального положения и номинальной формы.

Ошибки формы и расположения элементов профиля обычно рассматривают как комплексную погрешность профиля. Чаще всего ее выражают эмпирическими зависимостями следующего вида (см. работу [23]):

$$\Psi_{1,2} = \Delta t_{\Sigma 1,2} + \left(e_{1,2} - \frac{\Delta_0}{2} \right) + p_{1,2} + \frac{c_{1,2}}{\cos \gamma} \left(1 - \frac{d}{D} \right),$$

где индекс 1 относится к валу, 2 — к отверстию; Δt_{Σ} — накопленная погрешность окружного шага; e — боковое смещение зуба; Δ_0 — зазор по центрирующему диаметру; p — погрешность направления зуба; c — скошенность зуба — радиус центральной окружности, касательной к оси симметрии зуба; $\gamma = \arcsin (b/D)$.

Система допусков для зубчатых соединений из технологических соображений строится по системе отверстия, т. е. для отверстия используется одно основное отклонение, а требуемые посадки образуются за счет назначения соответствующих основных отклонений валов. Для компенсации комплексной ошибки формы и расположения дается дополнительное поле допуска (для эвольвентных соединений — см. рис. 1.13) или используется часть основного поля допуска (для прямобочных соединений). Суммарное отклонение, расширяющее поле допуска ширины впадины и толщины зуба, используется при проектировании комплексных калибров. Физический смысл этого отклонения таков: в зубчатое отверстие должен проходить вал, имеющий размеры, соответствующие суммарным отклонениям этого отверстия, и зубчатый вал должен проходить в отверстие, имеющее размеры, определяемые суммарными отклонениями для этого вала. Таким образом, годным считается вал, проходящий в комплексный калибр-кольцо, если нижние отклонения элементов вала не выхо-

дят за пределы поля допуска, и отверстие, в которое проходит комплексный калибр-пробка, а верхние отклонения элементов этого отверстия не выходят за пределы поля допуска. Отсюда следует, что наибольший возможный в соосном соединении боковой зазор определится с учетом ошибок расположения элементов

$$\Delta_{\max} = (ES + EI) - (es + ei), \quad (1.27)$$

где EI , es — суммарные отклонения ширины впадин отверстия и толщины зуба вала; ES — верхнее отклонение ширины впадины отверстия; ei — нижнее отклонение толщины зуба вала.

Выбор вида центрирования по диаметру производится, как правило, из технологических соображений. Центрирование по диаметру применяется при повышенных требованиях к точности вращения, причем, если твердость ступицы $HRC < 35$, предпочтительным является центрирование по наружному диаметру. При этом отверстие калибруется протяжкой, а размер вала получают круглым шлифованием. При высокой твердости втулки или большой длине вала, когда требуется шлифование его впадин, применяется центрирование по внутреннему диаметру. При отсутствии особых требований к точности вращения предпочтительным является центрирование по боковым сторонам зубьев.

Посадки по центрирующим диаметрам устанавливаются по соответствующим стандартам на гладкие центрирующие соединения, причем как для подвижных, так и для неподвижных соединений применяются в основном посадки с гарантированным зазором. Посадки по боковым поверхностям назначаются, как правило, с зазором, в некоторых случаях они могут иметь переходный характер. При центрировании по диаметрам посадки для боковых поверхностей применяют с большими зазорами, чем при центрировании по боковым поверхностям.

Допуски и посадки прямобоковых зубчатых соединений по ГОСТ 1139—80. Согласно ГОСТ 1139—80 допуски и основные отклонения размеров d , D и b должны соответствовать СТ СЭВ 145—75. Предельные отклонения отсчитываются от номинальных размеров. Применяется три способа центрирования: по любому из диаметров и по боковым поверхностям. Рекомендуемые сочетания полей допусков при центрировании по d , D и b приведены соот-

Т а б л и ц а 1.14. Центрирование по внутреннему диаметру

Посадка		Сопряжение												
		подвижное						неподвижное						
По <i>d</i>	Втулка	H8		H7						H7				
	Вал	e8	f7			g6		h7	h7	js6; js7			n6	
По <i>b</i>	Втулка	D9 F10	D9 F10	D9	F8	D9 F10	F8	D9 F10	H8	F8 F10	D9	H8	F8 F10	H8
	Вал	e8 e9	f8 e8	h9	f7 f8 h7	f8 h9	f7 h7	f8 h9	h7 h8	h7 k7	js7 k7	k7	js7	h7 js7

П р и м е ч а н и я: 1. Поле допуска *h9* применяется при чистовом фрезеровании незакаленных шлицевых валов. 2. При повышенных требованиях к точности допускается применение соседнего, более точного качества. 3. Поле допуска *F10* применяется только для закаленных нешлифованных втулок.

Т а б л и ц а 1.15. Центрирование по наружному диаметру

Посадка		Сопряжение								
		подвижное						неподвижное		
По D	Втулка	H8	H7						H7	
	Вал	e8	f7		g6		h7	js6	h6	
По b	Втулка	F8	D9 F8	F8	D9	D9 F8	F8	D9 F8	D9 F8	D9 F8
	Вал	e8	e8 d9 h9	f7 f8 h8	f7 h8 h9	f7 h9	h8	f7	h8; js7	h8; js7
Примечание. См. примечания 1, 2 к табл. 1.14.										

Т а б л и ц а 1.16. Центрирование по боковым сторонам зубьев

Посадка		Сопряжение					
		подвижное		неподвижное			
По b	Втулка	D9; F8; F10		D9; F8		D9; F10	
	Вал	e8; f8; d9; h9		d9; f8; h9; e9		js7	k7
Примечание. Поле допуска e9 рекомендуется применять для незакаленных валов.							

ответственно в табл. 1.14, 1.15 и 1.16. Предельные отклонения для центрирующих диаметров приведены в табл. 1.17, для ширины впадин и толщины зуба — в табл. 1.18. Предельные отклонения нецентрирующих диаметров приведены в табл. 1.19.

Посадки и поля допусков, набранные полужирным шрифтом, являются предпочтительными. Стандарт не распространяется на соединения неответственных деталей, например не передающих крутящий момент (шайбы, распорные втулки и т. п.). Суммарных отклонений ГОСТ 1139—80 не предусматривает — их роль выполняют нижние отклонения ширины впадин и отверстий и верхние отклонения толщины зуба и диаметров валов.

**Т а б л и ц а 1.17. Предельные отклонения диаметров
центрирования (для соединений по ГОСТ 1139—80
и ГОСТ 6033—80)**

Поле допуска	Интервалы центрирующих диаметров, мм									
	Св. 10 до 18	Св. 18 до 30	Св. 30 до 50	Св. 50 до 80	Св. 80 до 120	Св. 120 до 180	Св. 180 до 250	Св. 250 до 315	Св. 315 до 400	Св. 400 до 500
	Предельные отклонения, мкм									
<i>H7</i>	+18 0	+21 0	+25 0	+30 0	+35 0	+40 0	+45 0	+52 0	+57 0	+63 0
<i>H8</i>	+27 0	+33 0	+39 0	+46 0	+54 0	+63 0	+72 0	+81 0	+89 0	+97 0
<i>e8</i>	-32 -59	-40 -73	-50 -89	-60 -106	-72 -126	-85 -148	-100 -172	-110 -191	-125 -214	-135 -232
<i>f7</i>	-16 -34	-20 -41	-25 -50	-30 -60	-36 -71	-43 -83	-50 -96	-56 -108	-62 -119	-68 -131
<i>g6</i>	-6 -17	-7 -20	-9 -25	-10 -29	-12 -34	-14 -39	-15 -44	-17 -49	-18 -54	-20 -60
<i>h6</i>	0 -11	0 -13	0 -16	0 -19	0 -22	0 -25	0 -29	0 -32	0 -36	0 -40
<i>h7</i>	0 -18	0 -21	0 -25	0 -30	0 -35	0 -40	0 -46	0 -52	0 -57	0 -63
<i>js6</i>	+5,5 -5,5	+6,5 -6,5	+8 -8	+9,5 -9,5	+11 -11	+12,5 -12,5	+14,5 -14,5	+16 -16	+18 -18	+20 -20
<i>js7</i>	+9 -9	+10 -10	+12 -12	+15 -15	+17 -17	+20 -20	+23 -23	+26 -26	+28 -28	+31 -31
<i>n6</i>	+23 +12	+28 +15	+33 +17	+39 +20	+45 +23	+52 +27	+60 +31	+66 +34	+73 +37	+80 +40

**Т а б л и ц а 1.18. Предельные отклонения ширины впадины
отверстия и толщины зуба вала соединений
по ГОСТ 1139—80**

Поле допус- ка	Интервалы размера, мм				Поле допус- ка	Интервалы размера, мм			
	До 3	Св. 3 до 6	Св. 6 до 10	Св. 10 до 18		До 3	Св. 3 до 6	Св. 6 до 10	Св. 10 до 18
	Предельные отклонения, мкм					Предельные отклонения, мкм			
<i>D9</i>	+45 +20	+60 +30	+76 +40	+93 +50	<i>f7</i>	-6 -16	-10 -22	-13 -28	-16 -34
<i>F8</i>	+20 +6	+28 +10	+35 +13	+43 +16	<i>f8</i>	-6 -20	-10 -28	-13 -35	-16 -43
<i>F10</i>	+40 +6	+58 +10	+71 +13	+86 +16	<i>h7</i>	0 -10	0 -12	0 -15	0 -18
<i>H8</i>	+14 0	+18 0	+22 0	+27 0	<i>h8</i>	0 -14	0 -18	0 -22	0 -27
<i>d9</i>	-20 -45	-30 -60	-40 -76	-50 -93	<i>h9</i>	0 -25	0 -30	0 -36	0 -43
<i>e8</i>	-14 -28	-20 -38	-25 -47	-32 -59	<i>js7</i>	+5 -5	+6 -6	+7 -7	+9 -9
<i>e9</i>	-14 -39	-20 -50	-25 -61	-32 -75	<i>k7</i>	+10 0	+13 +1	+16 +1	+19 +1

Условные обозначения соединений, отверстий и валов должны содержать букву, обозначающую поверхность центрирования, число зубьев и номинальные размеры d , D и b ; после соответствующих размеров должно следовать обозначение посадок или полей допусков. Допускается не указывать поля допусков нецентрирующих диаметров. Например, соединение с числом зубьев $z = 8$, внутренним диаметром $d = 36$ мм, наружным $D = 40$ мм, размером $b = 7$ мм, с посадкой по внутреннему диаметру $H7/e8$, по наружному диаметру $H12/a11$ и по размеру b $D9/f8$ обозначается так:

$$d - 8 \times 36H7/e8 \times 40H12/a11 \times 7D9/f8$$

или

$$d - 8 \times 36H7/e8 \times 40 \times 7D9/f8.$$

Т а б л и ц а 1.19. Предельные отклонения нецентрирующих диаметров соединений по ГОСТ 1139—80 и ГОСТ 6033—80

Поле допуска	Интервалы нецентрирующих диаметров, мм									
	Св. 10 до 18	Св. 18 до 30	Св. 30 до 50	Св. 50 до 80	Св. 80 до 120	Св. 120 до 180	Св. 180 до 250	Св. 250 до 315	Св. 315 до 400	Св. 400 до 500
	Предельные отклонения, мкм									
<i>H11</i> *	+110 0	+130 0	+160 0	+190 0	+220 0	+250 0	+290 0	+320 0	+360 0	+400 0
<i>H12</i> *	+180 0	+210 0	+250 0	+300 0	+350 0	+400 0	+460 0	+520 0	+570 0	+630 0
<i>H16</i>	+1100 0	+1300 0	+1600 0	+1900 0	+2200 0	+2500 0	+2900 0	+3200 0	+3600 0	+4000 0
<i>d9</i>	-50 -93	-65 -117	-80 -142	-100 -174	-120 -207	-145 -245	-170 -285	-190 -320	-210 -350	-230 -385
<i>h12</i>	0 -180	0 -210	0 -250	0 -300	0 -350	0 -400	0 -460	0 -520	0 -570	0 -630
<i>h16</i>	0 -1100	0 -1300	0 -1600	0 -1900	0 -2200	0 -2500	0 -2900	0 -3200	0 -3600	0 -4000

Поле допусков	Интервалы нецентрирующих диаметров, мм									
	Св. 10 до 18	Св. 18 до 30	Св. 30 до 40	Св. 40 до 50	Св. 50 до 65	Св. 65 до 80	Св. 80 до 100	Св. 100 до 120	Св. 120 до 140	Св. 140 до 160
a11	Предельные отклонения, мкм									
	-290	-300	-310	-320	-340	-360	-380	-410	-460	-520
	-400	-430	-470	-480	-530	-550	-600	-630	-710	-770
	Интервалы нецентрирующих диаметров, мм									
	Св. 160 до 180	Св. 180 до 200	Св. 200 до 225	Св. 225 до 250	Св. 250 до 280	Св. 280 до 315	Св. 315 до 355	Св. 355 до 400	Св. 400 до 450	Св. 450 до 500
	Предельные отклонения, мкм									
-580	-660	-740	-820	-920	-1050	-1200	-1350	-1500	-1650	
-830	-950	-1030	-1110	-1240	-1370	-1560	-1710	-1900	-2050	

Примечание. Для соединений по ГОСТ 1139—80 применять поля допусков, отмеченные *. Применение полей допусков для соединений по ГОСТ 6033—80 см. в табл. 1.23.

Условное обозначение втулки того же соединения:

$$d — 8 \times 36H7 \times 40H12 \times 7D9$$

или

$$d — 8 \times 36H7 \times 40 \times 7D9$$

и вала того же соединения:

$$d — 8 \times 36e8 \times 40a11 \times 7f8$$

или

$$d — 8 \times 36e8 \times 40 \times 7f8.$$

Допуски и посадки эвольвентных зубчатых соединений по ГОСТ 6033—80. ГОСТ 6033—80 предусматривает центрирование соединений по боковым поверхностям или наружному диаметру. Допускается центрирование по внутреннему диаметру. Посадки по диаметрам образуются сочетаниями полей допусков по СТ СЭВ 145—75, указанным в табл. 1.22 и 1.24 (предельные отклонения даны в табл. 1.17).

Для ширины впадины отверстия и толщины зуба вала расположение полей допусков должно соответствовать рис. 1.13. Установлены три степени точности для ширины впадины отверстия, определяющие величину допусков T и T_e : 7, 9 и 11, и пять степеней точности, определяющих величину допусков T и T_s : 7, 8, 9, 10 и 11. Устанавливается два поля допуска: T_e (T_s) — допуск на размеры впадины (зуба) и T — допуск, включающий кроме T_e (T_s) отклонение формы и расположения соответствующего элемента. Обозначения полей допусков в отличие от обозначений полей допусков гладких цилиндрических поверхностей начинаются с цифры, обозначающей степень точности.

При центрировании по боковым поверхностям сочетание полей допусков размеров e и s (посадка) назначается по табл. 1.20. Предельные и суммарные отклонения этих размеров приведены в табл. 1.21. Кроме посадок, приведенных в табл. 1.20, допускается применение специальных, полученных сочетаниями полей допусков из табл. 1.21 в случаях, когда поля допусков из табл. 1.20 не могут обеспечить требований, предъявляемых к изделиям.

При центрировании по наружному диаметру поля допусков размеров D_f и d_a и их сочетания выбираются по

Т а б л и ц а 1.20. Посадки центрирующих боковых поверхностей по ГОСТ 6033—80

Поле допуска ширины впадины втулки	Поле допуска толщины зуба вала									
	9r	8p	7n	8k	7h	9h	9g	7f	8f	10d
7H	$\frac{7H}{9r}$	$\frac{7H}{8p}$	$\frac{7H}{7n}$	$\frac{7H}{8k}$	$\frac{7H}{7h}$	—	—	—	—	—
9H	—	—	—	$\frac{9H}{8k}$	—	$\frac{9H}{9h}$	$\frac{9H}{9g}$	$\frac{9H}{7f}$	$\frac{9H}{8f}$	—
11H	—	—	—	—	—	—	—	—	—	$\frac{11H}{10d}$

Расположение полей допусков: толщины зуба вала s

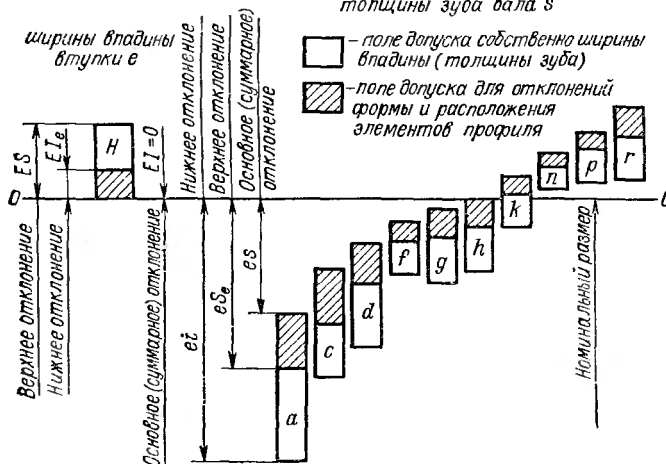


Рис. 1.13. Схема расположения полей допусков ширины впадины втулки e и толщины зуба вала s эвольвентных соединений по ГОСТ 6033—80

табл. 1.22. Поля допусков ширины впадины e должны быть $9H$ или $11H$, а для толщины зуба s — $9h$, $9g$, $9d$, $11c$, $11a$.

Поля допусков нецентрирующих внутренних диаметров должны соответствовать табл. 1.23 (предельные отклонения — в табл. 1.19).

Таблица 1.21. Предельные отклонения (мкм) ширины впадины *e* и толщины зуба *s* соединений по ГОСТ 6033—80

Поле до-пуска	Мо-дуль, мм	Обозначение	Диаметр делительной окружности, мм						
			До 12	Св. 12 до 25	Св. 25 до 50	Св. 50 до 100	Св. 100 до 200	Св. 200 до 400	Св. 400
7H	От 0,5 до 1,5	ES EI_e EI	+25 +9 0	+28 +10 0	+32 +12 0	+36 +14 0	+40 +15 0	—	—
	От 2 до 4	ES EI_e EI	—	+32 +12 0	+36 +14 0	+40 +15 0	+45 +17 0	+50 +18 0	—
	От 5 до 10	ES EI_e EI	—	—	+40 +15 0	+45 +17 0	+50 +18 0	+56 +20 0	+63 +23 0
9H	От 0,5 до 1,5	ES EI_e EI	+50 +18 0	+56 +20 0	+63 +23 0	+71 +26 0	+80 +30 0	—	—
	От 2 до 4	ES EI_e EI	—	+63 +23 0	+71 +26 0	+80 +30 0	+90 +34 0	+100 +37 0	—
	От 5 до 10	ES EI_e EI	—	—	+80 +30 0	+90 +34 0	+100 +37 0	+112 +41 0	+125 +45 0
11H	От 0,5 до 1,5	ES EI_e EI	+100 +37 0	+112 +41 0	+125 +45 0	+140 +50 0	+160 +60 0	—	—
	От 2 до 4	ES EI_e EI	—	+125 +45 0	+140 +50 0	+160 +60 0	+180 +68 0	+200 +75 0	—
	От 5 до 10	ES EI_e EI	—	—	+160 +60 0	+180 +68 0	+200 +75 0	+224 +84 0	+250 +90 0

Продолжение табл. 1.21

Поле до-пуска	Мо-дуль, мм	Обозначение	Диаметр делительной окружности, мм						
			До 12	Св. 12 до 25	Св. 25 до 50	Св. 50 до 100	Св. 100 до 200	Св. 200 до 400	Св. 400
9r	От 0,5 до 1,5	es es _p ei	+64 +46 +14	+72 +52 +16	+80 +57 +17	+88 +62 +17	+100 +70 +20	—	—
	От 2 до 4	es es _p ei	—	+80 +57 +17	+88 +62 +17	+100 +70 +20	+112 +78 +22	+128 +91 +28	—
	От 5 до 10	es es _p ei	—	—	+100 +70 +20	+112 +78 +22	+128 +91 +28	+144 +103 +32	+160 +115 +35
8p	От 0,5 до 1,5	es es _p ei	+48 +34 +12	+54 +39 +14	+60 +43 +15	+66 +48 +16	+75 +55 +19	—	—
	От 2 до 4	es es _p ei	—	+60 +43 +15	+66 +48 +16	+75 +55 +19	+84 +61 +21	+96 +70 +25	—
	От 5 до 10	es es _p ei	—	—	+75 +55 +19	+84 +61 +21	+96 +70 +25	+108 +78 +18	+120 +86 +30
7n	От 0,5 до 1,5	es es _p ei	+32 +23 +7	+36 +26 +8	+40 +28 +8	+44 +30 +8	+50 +35 +10	—	—
	От 2 до 4	es es _p ei	—	+40 +28 +8	+44 +30 +8	+50 +35 +10	+56 +39 +11	+64 +46 +14	—
	От 5 до 10	es es _p ei	—	—	+50 +35 +10	+56 +38 +11	+64 +46 +14	+72 +52 +16	+80 +57 +17

Продолжение табл. 1.21

Поле до-пуска	Мо-дуль, мм	Обозначение	Диаметр делительной окружности, мм						
			До 12	Св. 12 до 25	Св. 25 до 50	Св. 50 до 100	Св. 100 до 200	Св. 200 до 400	Св. 400
8k	От 0,5 до 1,5	es es_p ei	+16 +2 -20	+18 +3 -22	+20 +3 -25	+22 +4 -28	+25 +5 -31	—	—
	От 2 до 4	es es_p ei	—	+20 +3 -25	+22 +4 -28	+25 +5 -31	+28 +5 -35	+32 +6 -39	—
	От 5 до 10	es es_p ei	—	—	+25 +5 -31	+28 +5 -35	+32 +6 -39	+36 +6 -44	+40 +6 -50
7h	От 0,5 до 1,5	es es_p ei	0 -9 -25	0 -10 -28	0 -12 -32	0 -14 -36	0 -15 -40	—	—
	От 2 до 4	es es_p ei	—	0 -12 -32	0 -14 -36	0 -15 -40	0 -17 -45	0 -18 -50	—
	От 5 до 10	es es_p ei	—	—	0 -15 -40	0 -17 -45	0 -18 -50	0 -20 -56	0 -23 -63
9h	От 0,5 до 1,5	es es_p ei	0 -18 -50	0 -20 -56	0 -23 -63	0 -26 -71	0 -30 -80	—	—
	От 2 до 4	es es_p ei	—	0 -23 -63	0 -26 -71	0 -30 -80	0 -34 -90	0 -37 -100	—
	От 5 до 10	es es_p ei	—	—	0 -30 -80	0 -34 -90	0 -37 -100	0 -41 -112	0 -45 -125

Продолжение табл. 1.21

Поле до-пуска	Мо-дуль, мм	Обозначение	Диаметр делительной окружности, мм						
			До 12	Св. 12 до 25	Св. 25 до 50	Св. 50 до 100	Св. 100 до 200	Св. 200 до 400	Св. 400
9g	От 0,5 до 1,5	es	-8	-9	-10	-11	-12		
		es _e	-26	-29	-33	-37	-42		
		ei	-58	-65	-73	-82	-92		
9g	От 2 до 4	es		-10	-11	-12	-14	-16	
		es _e		-33	-37	-42	-48	-53	
		ei		-73	-82	-92	-104	-116	
9g	От 5 до 10	es			-12	-14	-16	-18	-20
		es _e			-42	-48	-53	-59	-65
		ei			-92	-104	-116	-130	-145
7f	От 0,5 до 1,5	es	-16	-18	-20	-22	-25		
		es _e	-24	-28	-32	-36	-40		
		ei	-41	-46	-52	-58	-65		
7f	От 2 до 4	es		-20	-22	-25	-28	-32	
		es _e		-32	-36	-45	-45	-50	
		ei		-52	-52	-65	-73	-82	
7f	От 5 до 10	es			-25	-28	-32	-36	-40
		es _e			-40	-45	-50	-56	-63
		ei			-65	-73	-82	-92	-103
8f	От 0,5 до 1,5	es	-16	-18	-20	-22	-25		
		es _e	-30	-33	-37	-40	-45		
		ei	-32	-58	-65	-72	-81		
8f	От 2 до 4	es		-20	-22	-25	-28	-32	
		es _e		-37	-40	-45	-51	-58	
		ei		-65	-72	-81	-91	-103	
8f	От 5 до 10	es			-25	-28	-32	-36	-40
		es _e			-45	-51	-58	-66	-74
		ei			-81	-91	-103	-116	-130

Продолжение табл. 1.21

Поле до-пуска	Мо-дуль, мм	Обозначение	Диаметр делительной окружности, мм						
			До 12	Св. 12 до 25	Св. 25 до 50	Св. 50 до 100	Св. 100 до 200	Св. 200 до 400	Св. 400
9d	От 0,5 до 1,5	es es_p ei	-32 -50 -82	-36 -56 -92	-40 -63 -103	-44 -70 -115	-50 -80 -130	-	-
	От 2 до 4	es es_p ei	-	-40 -63 -103	-44 -70 -115	-50 -80 -130	-56 -90 -146	-64 -101 -164	-
	От 5 до 10	es es_p ei	-	-	-50 -80 -130	-56 -90 -146	-64 -101 -164	-72 -113 -184	-80 -125 -205
10d	От 0,5 до 1,5	es es_p ei	-32 -58 -102	-36 -66 -116	-40 -74 -130	-44 -81 -144	-50 -91 -162	-	-
	От 2 до 4	es es_p ei	-	-40 -74 -130	-44 -81 -144	-50 -91 -162	-56 -101 -181	64 -114 -204	-
	От 5 до 10	es es_p ei	-	-	-50 -91 -162	-56 -101 -181	-64 -114 -204	-72 -132 -232	-80 -148 -260
11c	От 0,5 до 1,5	es es_p ei	-48 -85 -148	-54 -95 -166	-60 -105 -185	-66 -116 -206	-75 -135 -235	-	-
	От 2 до 4	es es_p ei	-	-60 -105 -185	-66 -116 -206	-75 -135 -235	-84 -152 -264	-96 -171 -296	-
	От 5 до 10	es es_p ei	-	-	-75 -135 -235	-84 -152 -264	-96 -171 -296	-108 -192 -332	-120 -210 -370

Продолжение табл. 1.21

Поле до-пуска	Мо-дуль, мм	Обозначение	Диаметр делительной окружности, мм						
			До 12	Св. 12 до 25	Св. 25 до 50	Св. 50 до 100	Св. 100 до 200	Св. 200 до 400	Св. 400
Hа	От 0,5 до 1,5	<i>es</i>	-80	-90	-100	-110	-125		
		<i>es_e</i>	-117	-131	-145	-160	-185		
		<i>ei</i>	-180	-202	-225	-250	-285		
	От 2 до 4	<i>es</i>		-100	-110	-125	-140	-160	
		<i>es_e</i>		-145	-160	-185	-208	-235	
		<i>ei</i>		-225	-250	-285	-320	-360	
	От 5 до 10	<i>es</i>			-125	-140	-160	-180	-200
		<i>es_e</i>			-185	-208	-235	-264	-290
		<i>ei</i>			-285	-320	-360	-404	-450

Т а б л и ц а 1.22. Сочетание полей допусков центрирующих наружных диаметров соединений по ГОСТ 6033—80

Центрирующий диаметр	Поле допуска	
	Ряд 1	Ряд 2
D_f	H7	H8
d_a	n6; js6; h6; g6; f7	n6; h6; g6; f7

П р и м е ч а н и е. При выборе полей ряд 1 следует предпочитать ряду 2.

При центрировании по внутреннему диаметру поля допусков размеров D_a и d_f и их сочетания должны соответствовать табл. 1.24. Поля допусков размеров e и s — те же, что и при центрировании по наружному диаметру.

Условные обозначения соединений, валов и отверстий должны содержать номинальный размер соединения D ; модуль m ; обозначение посадки центрирования соединения, следующее за размером центрирующего элемента; обозначение стандарта. Например, условное обозначение

Т а б л и ц а 1.23. Поля допусков нецентрирующих внутренних диаметров по ГОСТ 6033—80

Вид центрирования	Нецентрирующий диаметр	Поле допуска	
По боковым поверхностям зубьев	D_f	При плоской форме дна впадины	H16
		При закругленной форме дна впадины	$D_{f \min} = D$
	D_a	H11	
	d_a	d9; h12	
	d_f	При плоской форме дна впадины	h16
При закругленной форме дна впадины		$d_{f \max} = D - 2,2m$	
По наружному диаметру	D_a	H11	
	d_f	При плоской форме дна впадины	h16
		При закругленной форме дна впадины	$d_{f \max} = D - 2,2m$

соединения номинального размера $D = 50$ мм, $m = 2$ мм с центрированием по боковым сторонам зубьев при посадке 9H/9g:

$50 \times 2 \times 9H/9g$ ГОСТ 6033—80.

Условное обозначение втулки этого соединения:

$50 \times 2 \times 9H$ ГОСТ 6033—80

и вала:

$50 \times 2 \times 9g$ ГОСТ 6033—80.

Обозначение этого же соединения с центрированием по D_f с посадкой H7/g6:

$50 \times H7/g6 \times 2$ ГОСТ 6033—80.

**Т а б л и ц а 1.24. Сочетание полей допусков
центрирующих внутренних диаметров
по ГОСТ 6033—80**

Центрирующий диаметр	Поле допуска	
	Ряд 1	Ряд 2
D_u	H7	H8
d_f	n6; h6; g6	n6; h6; g6

П р и м е ч а н и я: 1. При выборе полей допусков ряд 1 следует предпочитать ряду 2. 2. Поля допусков ширины впадины втулки e и толщины зуба вала s — по табл. 1.20. 3. Поля допусков нецентрирующих диаметров: $h12$ — для диаметра d_a ; $H16$ — для диаметра D_f втулки с плоской формой дна впадины; $D_f \max = D + 2,2t$ — для диаметра D_f втулки с закругленной формой дна впадины.

При центрировании по внутреннему диаметру d_f обозначение начинается с буквы i :

$i50 \times H7/g6 \times 2$ ГОСТ 6033—80.

Допуски и посадки нестандартных и специальных зубчатых соединений. Допуски и посадки зубчатых соединений, предусмотренных отраслевыми стандартами и стандартами предприятий, регламентируются этими стандартами. Основные принципы образования посадок — те же, что и в ГОСТах.

Соединения с треугольным профилем зубьев центрируются только по боковым поверхностям. Взаимозаменяемость должна обеспечиваться применением комплексных калибров, имеющих профиль сопряженной детали. Для компенсации комплексной погрешности обычно не дается специального поля допуска, а используется часть поля допуска размера. Таким образом, годным считается отверстие, через которое проходит комплексный калибр, и вал, проходящий в комплексный калибр, при условии, что верхние отклонения элементов отверстия и нижние отклонения элементов вала находятся в пределах поля допуска (т. е. непроходные калибры не проходят или размер по роликам в пределах допуска).

Пример назначения размеров деталей соединения с треугольным профилем приведен на рис. 1.12, б.

1.5. Условные изображения зубчатых соединений

Правила выполнения чертежей зубчатых соединений устанавливаются ГОСТ 2.409—74*. По этим правилам образующие наружных поверхностей валов и отверстий

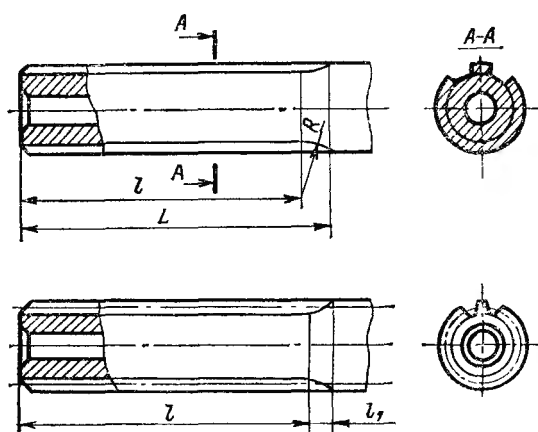


Рис. 1.14. Условные изображения зубчатых валов по ГОСТ 2.409—74*

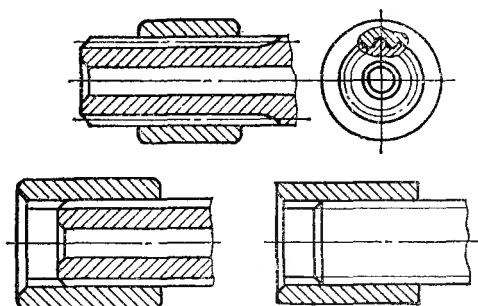


Рис. 1.15. Условные изображения зубчатых соединений по ГОСТ 2.409—74*

выполняются сплошными основными линиями, образующие поверхностей впадин — тонкими сплошными линиями, образующие делительных поверхностей эвольвентных и треугольных соединений — тонкими штрихпунктирными линиями. На продольных разрезах валов и

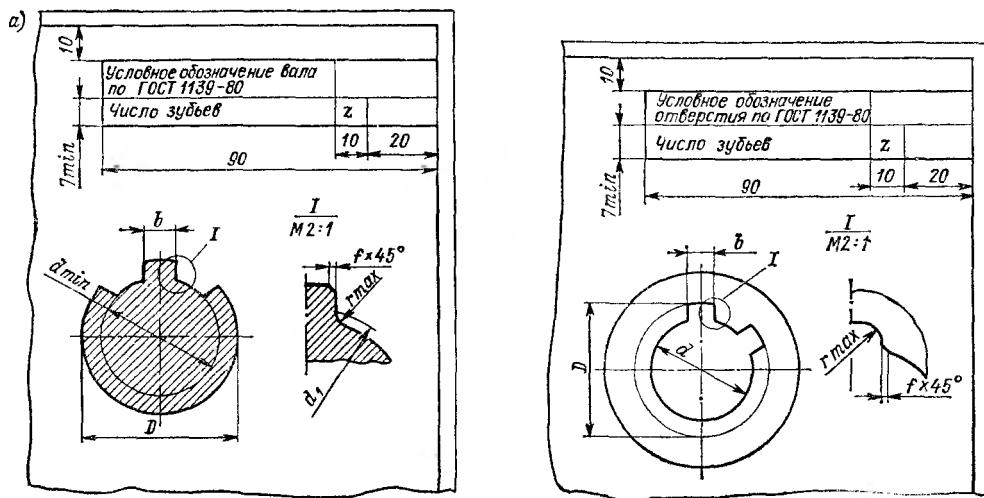


Рис. 1.16. Оформление рабочих чертежей вала и отверстия прямоугольного (а) профиля

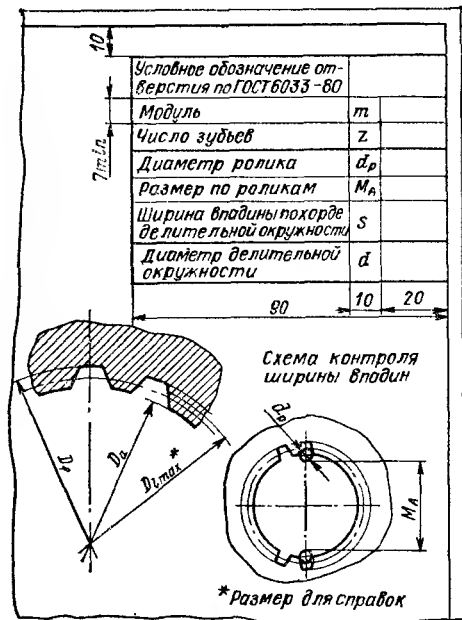
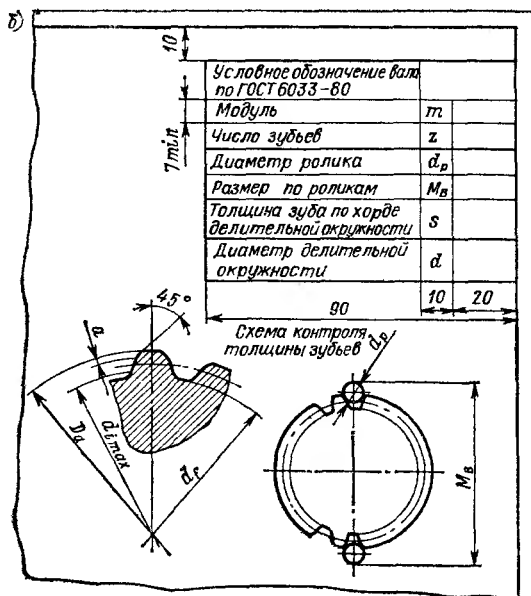


Рис. 1.16. Оформление рабочих чертежей вала и отверстия эвольвентного (б) профиля

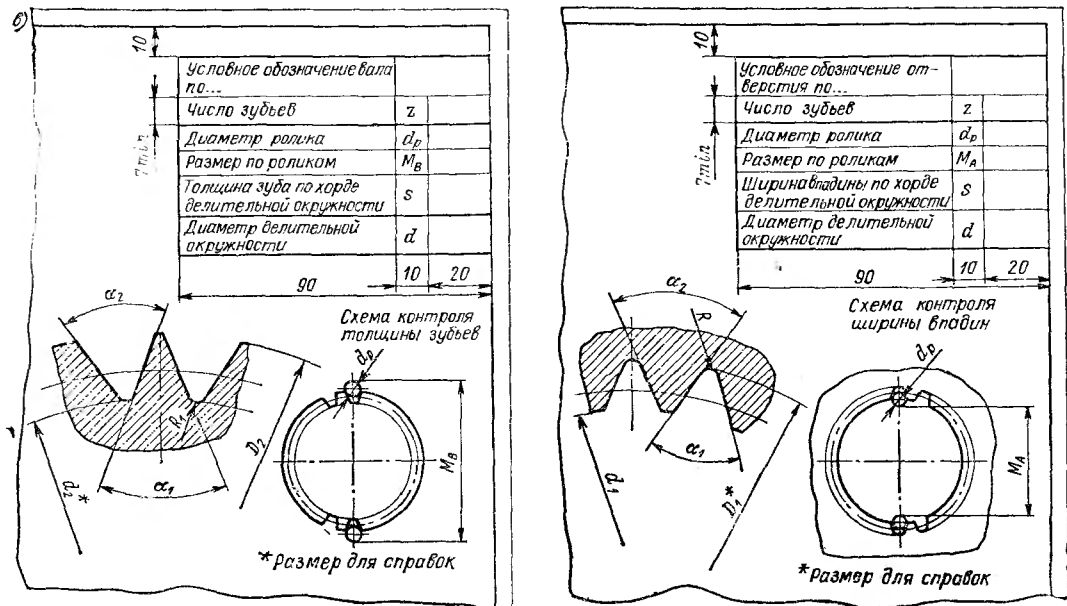


Рис. 1.16. Оформление рабочих чертежей вала и отверстия треугольного (е) профиля

отверстий образующие поверхностей впадин выполняются сплошными основными линиями. На поперечных разрезах следует изображать профиль, по крайней мере, одного зуба и двух впадин, без фасок, канавок и закруглений; окружности впадин при этом выполняются тонкими линиями. Обязательно указание длины зубьев полного профиля (без сбега) l ; допускается указывать длину сбега l_1 или радиус инструмента R , или полную длину зубьев $L = l + l_1$ (рис. 1.14). Примеры изображения зубчатых соединений в сборе приведены на рис. 1.15; радиальный зазор между зубьями и впадинами, как правило, не показывают. При необходимости нанесения размеров зубчатых соединений на сборочных чертежах они должны указываться условными обозначениями по соответствующим стандартам (см. п. 3 и 4).

На рис. 1.16 приведены примеры выполнения рабочих чертежей валов прямобочного (а), эвольвентного (б) и треугольного (в) профилей и соответствующих отверстий по ГОСТ 2.409—74*. Данные, необходимые для изготовления и контроля элементов соединений, должны быть указаны в таблицах, помещаемых в правом верхнем углу чертежа. В тех случаях, когда контроль зубчатых деталей эвольвентного и треугольного профилей осуществляется не роликами, а комплексными калибрами, графы в таблицах с данными M_B и M_A не заполняют, а вместо этого указывают, что зубья контролируются комплексными калибрами. Диаметры выступов и впадин следует давать с предельными отклонениями.

1.6. Некоторые специальные типы зубчатых соединений

Соединения с торцовыми зубьями. Торцовые зубья встречаются в конструкциях, составных в осевом направлении и предназначенных для передачи крутящего момента. Они применяются в авиадвигателестроении для соединения секций ротора компрессора газотурбинного двигателя, частей коленчатых валов, втулок воздушных винтов с валами редукторов частоты вращения и т. п. Применяются такие соединения и в общем машиностроении, главным образом в качестве сцепных муфт. Их применение обусловливается преимуществами составных деталей (технологичность при изготовлении и простота

сборки—разборки, например, с целью замены износившихся частей).

К недостаткам соединений с торцовыми зубьями следует отнести следующие:

1) потребность в сжимающей осевой силе, т. е. затяжке соединения, достигающей десятков тонн (для роторов компрессоров газотурбинных двигателей);

2) некоторое общее увеличение вероятности отказов составной детали по сравнению с цельной.

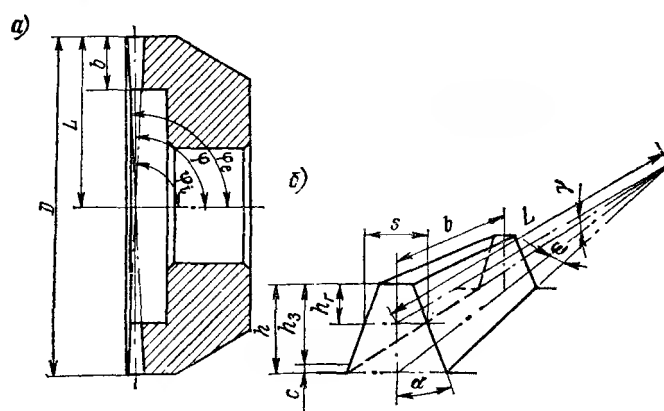


Рис. 1.17. Полумуфта с торцовыми зубьями

Торцовые зубья в тангенциальном сечении имеют, как правило, треугольный или трапецидальный симметричный профиль с углом $\alpha = 20 \div 45^\circ$ (рис. 1.17, б). В продольном сечении зуб может иметь как симметричный, так и несимметричный профиль (рис. 1.18). Во всех случаях высота профиля уменьшается к центру соединения, так как только в этом случае профили во всех концентрических сечениях будут геометрически подобны и пропорциональны радиусам (рис. 1.17, а).

Геометрические параметры торцовых зубьев, нарезаемых на зубострогальном станке для обработки конических зубчатых колес, приведены в табл. 1.25. В табл. 1.26 приведены данные соединений с торцовыми зубьями по отраслевому стандарту (взамен 55МТ-50) [33]. Зубчатые пояса при невысокой загруженности могут быть прерывистыми, что позволяет уменьшить массу деталей и сократить механическую обработку (рис. 1.19).

Соединения с винтовыми зубьями. Соединения с винтовыми зубьями используются в случаях, когда необходимо осуществлять совместные вращательные и поступательные движения. Они встречаются в некоторых типах коробок

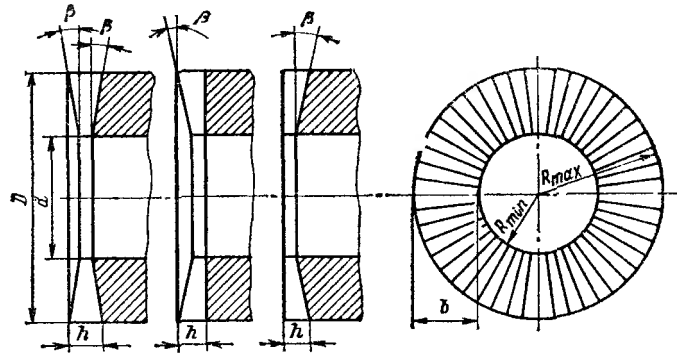


Рис. 1.18. Конструктивные типы торцовых зубьев

Т а б л и ц а 1.25. Геометрические параметры торцовых зубьев, нарезаемых на зубострогальных станках (см. рис. 1.16)

Параметр	Формула для расчета
Число зубьев	z
Модуль	m
Длина образующей начального конуса, мм	$L = 0,5mz$
Ширина зубчатого венца, мм	$b \leq 0,3L$
Глубина захода, мм	$h_3 = 2m$
Радиальный зазор, мм	$c = 0,2m$
Высота зуба, мм	$h = h_3 + c$
Шаг, мм	$t = \pi m$
Диаметр наружной окружности, мм	$D = mz$
Угол начального конуса, ...°	$\varphi = \pi/2$
Угол наружного конуса, ...°	$\varphi_e = \varphi + \gamma$
Угол внутреннего конуса, ...°	$\varphi_i = \varphi - \gamma$
Угол ножки зуба, ...°	$\gamma = \arctg(m + c)/L$
Расстояние от вершины до основания наружного конуса, мм	$h_r = m$
Угол конусности зуба, ...°	$\omega = \arctg(0,5\pi + 2,4 \operatorname{tg} \alpha)/z$
Угол профиля, ...°	α
Толщина зуба по хорде начальной окружности	$s = t/2 = \pi m/2$

Таблица 1.26. Геометрические параметры торцовых зубьев по отраслевому стандарту (взамен Б5МТ-50)

Параметр	Формула для расчета				
Наружный диаметр D , мм Число зубьев z Радиус выкружки r , мм Теоретическая высота зуба H , мм Фактическая высота зуба h , мм Профильный угол α , ...° Толщина зуба по хорде средней окружности b_x , мм Радиальный зазор s , мм Угол конусности (угол фрезерования) β , ...°	Конструктивно 12; 24; 48; 96; 192 0,1; 0,3; 0,6; 0,8 $H = D \operatorname{tg} \beta$ $h = H - (2r + s)$ 30; 20 $b_x = D \sin 90^\circ/z$ $r = 0,1; s = 0,15;$ $r = 0,3 \div 0,8; s = 1,55$ $\beta = \arcsin (\operatorname{tg} 90^\circ/z) \times$ $\times \left(\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \right)$				
Параметр	z				
	12	24	48	96	192
h , мм	11,59	9,61	6,15	3,87	—
r , мм	0,3—0,8	0,1—0,8	0,1—0,8	0,1—0,6	—
D , мм	60	100	140	200	—
β	13° 10' 50"	6° 31' 05"	3° 15' 01"	1° 37' 27"	0° 48' 48"
α , ...°	30				

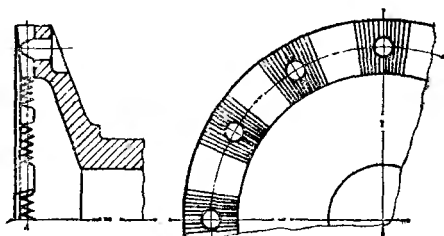


Рис. 1.19. Полумуфта с прерывистым зубчатым поясом

передат [39], в приводах стартеров автомобильных двигателей, в пневматических молотках-перфораторах [37], в различных видах слесарно-монтажного инструмента и др.

По типу профиля пазы отверстия в сечении, нормальном к винтовой линии, различают прямоугольные, трапеце-

идальные и эвольвентные; с целью упрощения изготовления и контроля протяжек эвольвенты часто заменяют дугами окружностей.

Анализ конструктивных параметров винтовых зубчатых соединений позволил установить следующее.

1. Форма и размеры винтового паза или выступа повсеместно определяются только в нормальном сечении.

2. Число заходов (зубьев) не зависит от размеров отверстия (обычно $z \leq 8$).

3. Допуск на угловой шаг зубьев не превышает $\pm 20'$.

4. Центрирование винтовых зубчатых соединений производится по наружному диаметру.

5. На чертежах деталей с винтовыми зубьями указываются направление зуба и угол подъема винтовой линии по цилиндру расчетного диаметра.

За расчетный диаметр принимается, как правило, средний диаметр соединения, угол же подъема по среднему цилиндру соединения определяется из выражения

$$\beta_{\text{ср}} = \operatorname{arctg} \pi \frac{D+d}{2t}, \quad (1.28)$$

где t — шаг винтовой линии; D и d — наружный и внутренний диаметры соединения.

Угол подъема у выполненных конструкций лежит в пределах от 5° до $41^\circ 31'$.

Поступательное перемещение ступицы, нагруженной крутящим моментом, возможно, когда

$$\beta_{\text{ср}} > \operatorname{arctg} f, \quad (1.29)$$

где f — коэффициент трения в соединении. При $\beta_{\text{ср}} \leq \operatorname{arctg} f$ имеет место самоторможение.

Для винтовых зубьев, применяемых в соединении косозубой шестерни с валом, необходимо иметь соответствие осевых шагов соединения и зацепления. Соответствие необходимо для ввода шестерни в зацепление при осевом перемещении по валу и для уравнивания осевых сил, действующих на косозубое колесо как со стороны сопряженной шестерни, так и со стороны вала. Это условие выражается соотношением

$$\operatorname{tg} \beta_{\text{ср}} = (d_{\text{ср}}/d_w) \operatorname{tg} \beta_w, \quad (1.30)$$

где d_w — паллоидный диаметр колеса; β_w — угол наклона зуба зубчатого зацепления.

Длина винтовых зубчатых отверстий обычно не превосходит $2D$.

Нагрузочная способность винтовых зубчатых соединений может определяться по формулам расчета на смятие обычных зубчатых соединений с тем же числом зубьев (заходов). Это обусловлено пропорциональным ростом нормального усилия, нагружающего рабочие поверхности,

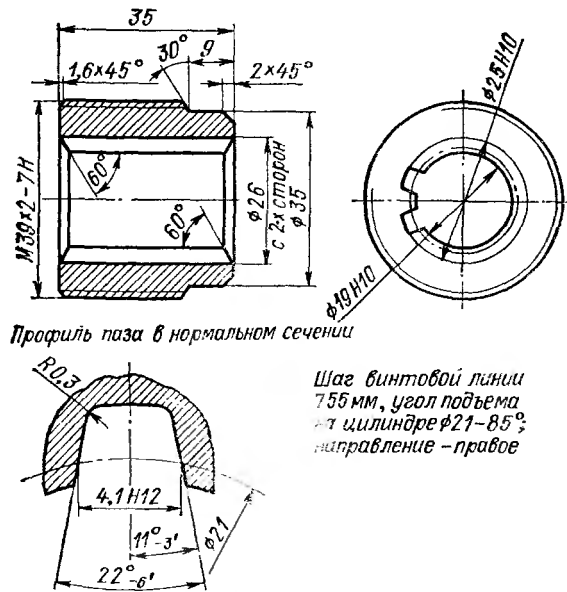


Рис. 1.20. Гайка молотка-перфоратора с винтовыми зубьями

и длины винтового зуба по сравнению с прямым. Средние напряжения смятия для отверстия из БрОФ7-0,2Т-38 или БрОФ 10-1 не должны превышать 2,0—2,5 МПа, а для вала и отверстия из закаленной стали — 1,0—1,5 МПа [37]

На рис. 1.20 приведен чертеж гайки молотка-перфоратора с восемью винтовыми пазами трапецеидального сечения.

Конические зубчатые соединения. Коническими чаще всего выполняют соединения с треугольным профилем зубьев. Их применяют в случаях, когда требуется беззазорное соединение, но не обязательно точное центрирова-

ние, например в приводах управления, следящих системах. Обычно конические соединения с треугольными зубьями имеют конусность 1 : 16 (по впадине вала).

Эвольвентные конические соединения применяются в подобных случаях, но значительно реже. В некоторых зарубежных конструкциях встречаются посадки шестерен на эвольвентных конических зубьях с углом конусности 1 : 8 или 1 : 10 (рис. 1.21, а).

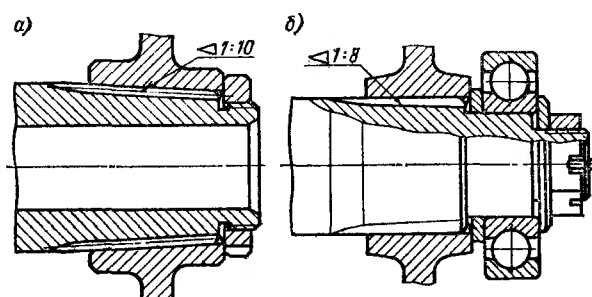


Рис. 1.21. Конические зубчатые соединения: а — эвольвентное (все поверхности конические); б — модификация прямого зубчатого соединения с коническим диаметром центрирования d

Прямоугольные конические соединения встречаются в трансмиссиях зарубежных тракторов и грузовых автомобилей (посадки шестерен на валах [39]). Чаще встречаются модификации прямого соединения, в котором коническим выполняется только диаметр центрирования (рис. 1.21, б). Такое соединение применяется, например, для посадки шестерен на прямооточный вал раздаточной коробки автомобиля ЗИЛ-157. Конусность центрирующего диаметра в этих соединениях 1 : 8.

1.7. Типовые случаи применения зубчатых соединений

Зубчатые соединения применяются во всех отраслях машиностроения. В условиях крупносерийного и массового производства они практически вытеснили все остальные виды соединений типа вал—ступица, передающих крутящий момент, кроме случая, когда требуется высокая точность центрирования.

Наиболее широко применяются зубчатые соединения шестерен и зубчатых колес с валами, особенно в трансмис-

сиях тракторов, дорожно-строительных машин [14], металлорежущих станков [4]. Эти соединения могут быть неподвижными, как на рис. 1.22, или подвижными не под нагрузкой, как на рис. 1.23. Такого же типа скользящие шестерни распространены в коробках передач и коробках подачи металлорежущих станков. Нормальное усилие в зацеплении передается на вал через зубчатое соединение, т. е. к последнему прикладывается сложная нагрузка циркуляционного характера.

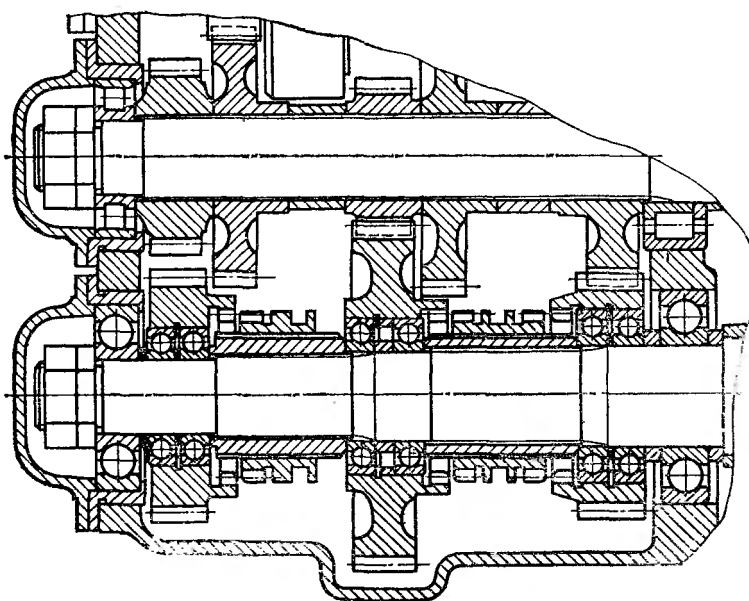


Рис. 1.22. Промежуточные валы тракторной коробки передач

Нередко зубчатые соединения применяют для посадки шкивов ременных передач, звездочек цепных передач, ведущих колес гусеничных машин. Вид и характер нагрузки в этом случае определяется конструкцией узла. Так, на рис. 1.24 показаны два варианта соединения шкива клинременной передачи металлорежущего станка с валом. В варианте *a* к зубчатому соединению приложена сложная циркуляционная нагрузка, поскольку оно помимо крутящего момента передает еще и поперечную силу, равную суммарному натяжению ветвей ремня. В варианте

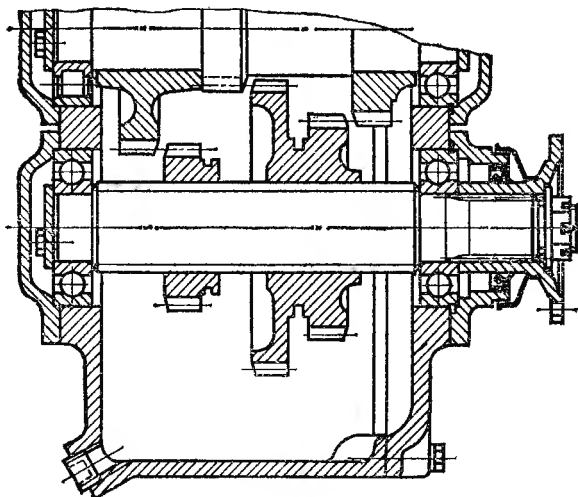


Рис. 1.23. Скользящие шестерни коробки передач автогрейдера

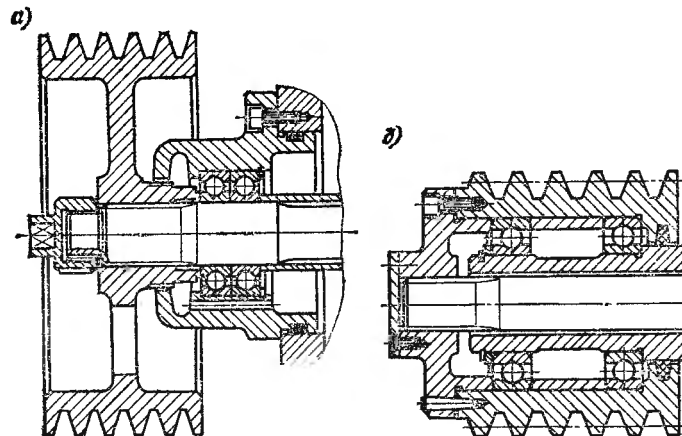


Рис. 1.24. Соединение шкива клиноременной передачи металлорежущего станка с валом: *а* — неразгруженное; *б* — разгруженное

б эта сила передается непосредственно на корпус, поэтому можно считать, что зубчатое соединение передает простую нагрузку.

Входные и выходные концы валов редукторов общего назначения, коробок передач тракторов, автомобилей, тягачей дорожно-строительных машин, электродвигателей, гидромашин чаще всего выполняются зубчатыми. Они соединяются со ступицами зубчатых муфт, вилками карданных шарниров или шкивами ременных передач. Вид и характер нагружения этих соединений зависит от кон-

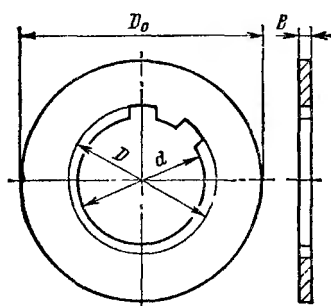


Рис. 1.25. Типовая конструкция диска фрикционной муфты с прямобоковыми внутренними зубьями (размеры см. в табл. 7.4)

ляционной нагрузке; ступицу двойной зубчатой муфты во многих случаях можно считать работающей при простой нагрузке.

Диски трения фрикционных муфт и тормозов (рис. 1.25) соединяются с барабанами, как правило, при помощи зубчатых соединений, передающих простую нагрузку, поскольку в период включения муфты (тормоза) диски имеют возможность самоустанавливаться, т. е. избыточные связи отсутствуют.

Для телескопических валов (рис. 1.26) применяют в основном зубчатые соединения. Эти соединения выполняют обычно значительной длины (1,5—3 диаметра), так как здесь важно не снизить устойчивость вала за счет зазоров в соединении. Нагрузка этого соединения — чаще всего сочетание крутящего момента с изгибающим моментом, возникающим в карданном шарнире.

В качестве компенсаторов несоосности применяют торсионные валы (рессоры кручения) с зубчатыми концами (рис. 1.24, б) или зубчатые втулки (рис. 1.27). В этих случаях налицо избыточные связи, т. е. соединения подвержены сложной циркуляционной нагрузке.

В ряде случаев из конструктивных соображений применяют промежуточные зубчатые детали, не имеющие самостоятельного значения. Такие детали встречаются, например, в тракторных коробках передач (рис. 1.22) для посадки зубчатых подвижных полумуфт. Из-за несоосности, имеющей место в спешной муфте, нагрузка зубчатого

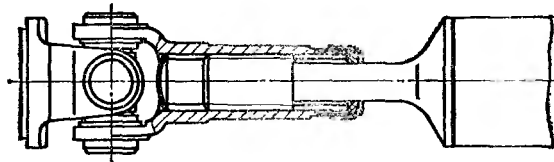


Рис. 1.26. Зубчатое соединение скользящей вилки телескопического карданного вала автомобиля

соединения будет сложной, но поскольку несоосность эта вращается вместе с валом, характер нагрузки стационарный.

Специальные типы зубчатых соединений применяют в том случае, когда к соединению предъявляются особые требования. Так, торцовые соединения применяют в тех случаях, когда требуется беззазорное соединение, передающее значительный крутящий момент в сочетании с изгибающим моментом при частом реверсировании, например в приводе валков прокатного стана. Те же соединения применяют при ограниченных радиальных габаритах, когда не хватает места для вала необходимой жесткости. В приводах управления и следящих системах необходимы беззазорные соединения: точность центрирования не играет роли. Поэтому здесь широко распространены конические соединения (рис. 1.28, а), чаще всего с треугольным профилем зубьев, и соединения с клеммовой затяжкой (рис. 1.28, б).

Винтовые зубья применяются для посадки скользящих косозубых шестерен на валах либо в механизмах, преобразующих вращательное движение в поступательное, и наоборот.

При проектировании узла необходимо учитывать деформативность зубчатых соединений, а также вид и характер передаваемой через него нагрузки. В некоторых случаях зубчатое соединение, спроектированное без учета

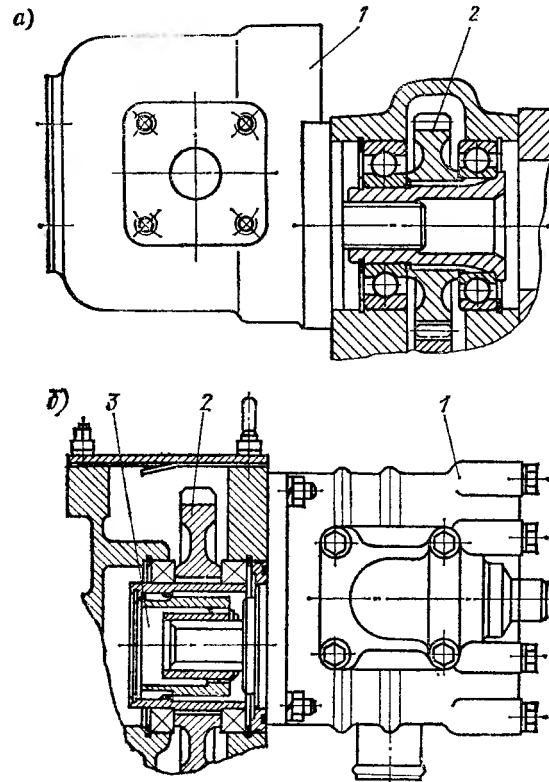


Рис. 1.27. Приводы шестеренных масляных насосов: а — непосредственно от шестерни; б — через компенсирующее втуно: 1 — насос; 2 — шестерня привода; 3 — компенсирующая муфта

особенностей передаваемой через него нагрузки, может оказаться неработоспособным. Например, из показанных на рис. 1.24 вариантов установки шкива вариант б предпочтительнее, поскольку соединение передает только крутящий момент.

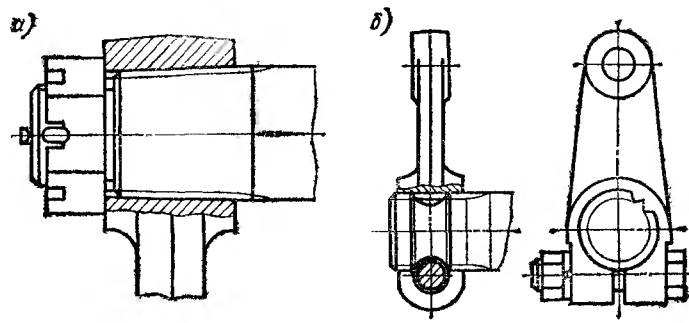


Рис. 1.28. Зубчатые соединения приводов управления

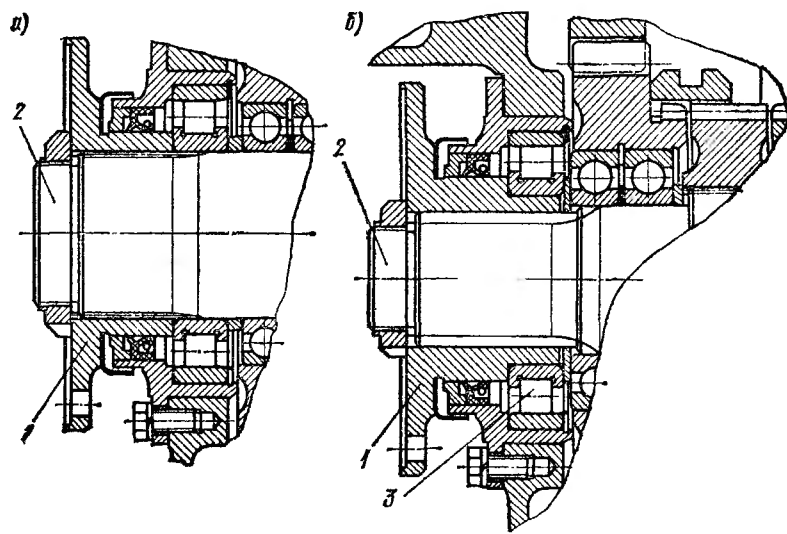


Рис. 1.29. Соединение фланца карданного вала с раздаточным валом тракторной коробки передач

На рис. 1.29 показаны варианты конструкции соединения выходного вала 2 коробки передач трактора с фланцем 1 карданного шарнира. Вариант б существенно проигрывает из-за того, что зубчатое соединение помимо крутящего момента нагружено еще и реакцией опоры 3. Вариант а,

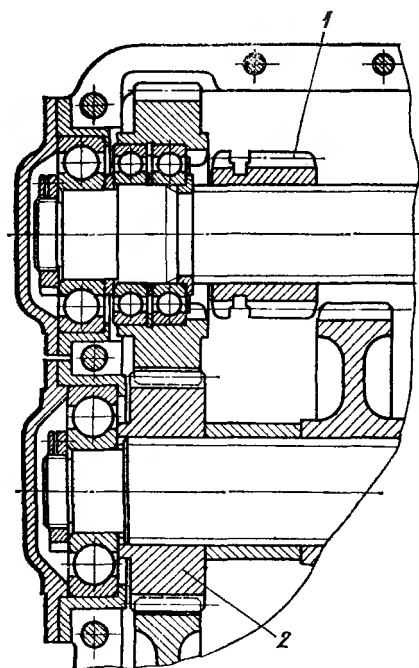


Рис. 1.30. Неудачная конструкция коробки передач

где соединение разгружено от этой силы, явно предпочтительнее.

На рис. 1.30 показано совершенно недопустимое применение зубчатого соединения. При левом положении сцепной муфты 1 шестерня 2 становится паразитной, следовательно, ее зубчатое соединение не передает крутящего момента, зато циркуляционно нагружено довольно значительной поперечной силой (двойное окружное усилие на шестерне 2). В этих условиях соединение быстро выходит из строя из-за износа боковых поверхностей, даже при высокой их твердости.

Следует отметить, что в отечественном машиностроении наиболь-

1.8. Жесткость элементов зубчатого соединения

Распределение нагрузки в зубчатом соединении зависит, с одной стороны, от вида приложенной к нему нагрузки (простая, сложная), с другой — от его деформа-

тивности. Последнее свойство зубчатого соединения обусловлено податливостью взаимодействующих элементов его деталей. По характеру взаимодействия их деформации могут быть нормальными и тангенциальными (за счет сил трения). Решающее значение для деформативности зубчатого соединения имеет нормальная жесткость его элементов, которую в дальнейшем будем называть просто жесткостью. В расчетах удобнее пользоваться величиной распределенной жесткости, которая представляет собой предел отношения приращения нормальной распределенной нагрузки к приращению суммарного взаимного перемещения контактирующих поверхностей в направлении действия нагрузки.

Согласно определению

$$c = \lim_{\Delta v_{\Sigma}(u \rightarrow 0)} \frac{\Delta q(u)}{\Delta v_{\Sigma}(u)} = \frac{dq(u)}{dv_{\Sigma}(u)}, \quad (1.31)$$

где $q(u)$ — распределенная нормальная нагрузка, в общем случае зависящая от продольной координаты u ; $v_{\Sigma}(u)$ — взаимное перемещение поверхностей в направлении действия нагрузки, $v_{\Sigma} = v_1 + v_2$; v_1, v_2 — перемещения зуба вала и зуба втулки.

Так как пару составляют зуб вала и зуб втулки, имеющие, как правило, разную податливость, жесткость пары определяется через жесткость составляющих ее элементов по известному соотношению

$$1/c = 1/c_1 + 1/c_2, \quad (1.32)$$

откуда следует, что $c < c_1$ и $c < c_2$.

Необходимо отметить, что экспериментальные замеры показывают, что при малых нагрузках распределенная жесткость пары зубьев не является постоянной. Кривая 1 на рис. 1.31, полученная на модели зубчатого соединения из оргстекла [3], свидетельствует о том, что с увеличением

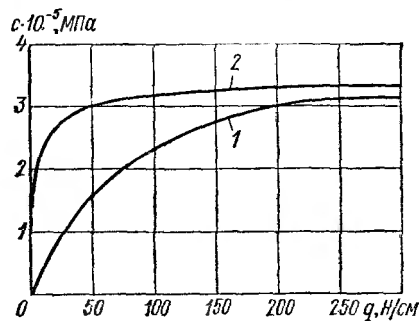


Рис. 1.31. Зависимость жесткости от нагрузки для модели соединения из оргстекла:

1 — $c(q)$; 2 — $zc(q)$

нагрузки жесткость возрастает и с некоторого значения нагрузки может считаться постоянной. Это явление, характерное для плоского стыка, связано с шероховатостью поверхности: фактическая поверхность контакта при малых нагрузках намного меньше геометрической и стремится к постоянной величине с ростом нагрузки.

Многочисленные эксперименты и расчеты, проведенные с учетом зависимости жесткости элементов соединения от нагрузки, позволяют сделать вывод о допустимости линеаризации расчетных зависимостей при решении задач о распределении нагрузки в соединении; иначе говоря, допущение $c = \text{const}$ является вполне корректным.

Жесткость конкретного элемента соединения наиболее точно можно определить экспериментально. Поскольку при проектировании это не всегда возможно, обычно ее оценивают по геометрии соединения и упругим характеристикам применяемых материалов. В общем случае величина взаимного перемещения пары зубьев может быть найдена как сумма перемещений, обусловленных изгибом зубьев v_σ , поперечным сдвигом v_τ , контактной деформацией v_k и перемещением за счет податливости основания (заделки) зуба. Однако большинство авторов (см. работы 1, 2, 22 и др.) не выделяют этих элементов, определяя взаимное перемещение пары зубьев по эмпирическим формулам вида

$$v_\Sigma = \lambda q_{ср} / E, \quad (1.33)$$

где E — модуль упругости при растяжении.

Коэффициент λ , по данным В. С. Куликова [20], для эвол вентных зубьев, с высотой головки, равной модулю равен 20—26,8; для стандартных эвольвентных зубьев с $\alpha = 30^\circ$ и глубиной захода, равной модулю, по данным [2] равен 8—12. Э. Бакингем [42] для тех же эвольвентных зубьев ($\alpha = 30^\circ$, $h_s = m$) упругое взаимное перемещение зубьев принимает равным 0,001 дюйма при распределенной нагрузке 4000 фунтов на дюйм, что соответствует $\lambda = 7,6$. Для прямобочных зубьев $\lambda = 10 \div 15$. Связь между коэффициентом λ и распределенной жесткостью пары зубьев c устанавливается соотношением

$$c = E/\lambda. \quad (1.34)$$

Жесткость зубьев эвольвентного профиля, данную по ГОСТ 6033—80, и прямобочного по ГОСТ 1139—80 можно

приближенно оценивать по формуле (1.34), а также по формулам, полученным Э. В. Рыжовым [29]; жесткость треугольных зубьев — по зависимостям, приведенным в [6].

Жесткость контакта цилиндрических центрирующих поверхностей c_0 (в случае, когда они контактируют) можно оценить по зависимостям, приведенным Э. М. Левиной и Д. Н. Решетовым [22].

Для наиболее распространенного случая, когда между центрирующими поверхностями имеется зазор, по сравнению с которым контактные деформации малы, можно принимать, что дуга контакта не превышает одного-двух промежутков между смежными зубьями (при центрировании по d) или одной-двух толщин зуба (при центрировании по D). При этом условии распределенная (погонная) жесткость в контакте центрирующих поверхностей

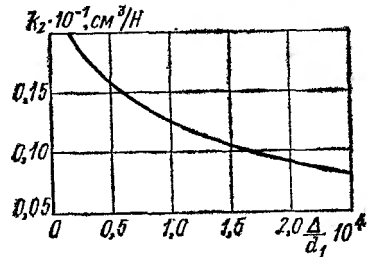


Рис. 1.32. Зависимость коэффициента податливости k_2 от относительного натяга в гладком цилиндрическом соединении по данным работы [22]

$$c_0 = b_0/k_1, \quad (1.35)$$

где b_0 — длина дуги контакта; k_1 — коэффициент контактной податливости для соединений с зазором. Значения k_1 находятся в пределах $(0,2 \div 0,3) 10^{-8} \text{ см}^3/\text{Н}$. Для случая, когда зазор между центрирующими поверхностями равен нулю, следует пользоваться зависимостью

$$c_0 = \pi d_0/k_1, \quad (1.36)$$

где d_0 — диаметр центрирования.

В случае применения для центрирования каких-либо вспомогательных цилиндрических или конических поверхностей (с малой конусностью, до 1 : 6) их жесткость определяется как жесткость гладкого цилиндрического соединения. Например, при использовании цилиндрических колец (см. рис. 1.6) шириной b , посаженных с натягом на вал и без зазора во втулку, жесткость центрирова-

ния соединения, имеющего длину B , определяется из формулы

$$\frac{1}{c_0 B} = \frac{1}{c_n b} + \frac{1}{c_a b},$$

где c_n, c_a — жесткость соединения с натягом и соединения без зазора,

$$c_n = \pi d_1 / 20 k_2 \cdot 10^{-4}, \quad (1.37)$$

где d_1 — диаметр посадки с натягом; k_2 — коэффициент контактной податливости для соединения с натягом.

Зависимость k_2 от относительного натяга для соединения сплошного вала с втулкой, имеющей наружный диаметр не менее $1,25 d_1$, показана на рис. 1.32. Величина c_0 определяется по формуле (1.36).

Пример. Определить распределенную жесткость центрирования соединения с центрирующими кольцами по ОСТ 100086—73. Наружный диаметр втулки $D_f = 46,5$ мм, внутренний диаметр вала $d_f = 42,9$ мм, модуль $m = 1,5$ мм.

Решение. Из табл. 1.9 выбираем кольцо, имеющее $D = 48$ мм, $d = 42$ мм. Посадка по диаметру $D, H7/r6$; по диаметру $d — H7/k6$. За расчетные принимаем средние величины натягов: по диаметру $D \Delta_D = 29,5$ мкм, по диаметру $d \Delta_d \approx 0$.

Жесткость посадки по диаметру D найдем по формуле (1.37), предварительно определив относительный натяг

$$\Delta_D / D = 2,95 \cdot 10^{-4} / 48 = 0,061 \cdot 10^{-4}$$

и коэффициент k_2 по графику, приведенному на рис. 1: $k_2 = 1,47 \text{ см}^2/\text{Н}$

$$c_{np} = 31416 \cdot 4,8 / (2 \cdot 1,47 \cdot 10^{-5}) = 5,129 \cdot 10^5 \text{ Н/см}^2.$$

Жесткость посадки по диаметру d найдем по формуле (1.36), приняв $k_1 = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ см}^2/\text{Н}$

$$c_0 = 3,1416 \cdot 4,2 / (2,5 \cdot 10^{-5}) = 5,27 \cdot 10^5 \text{ Н/см}^2.$$

Распределенная жесткость центрирования

$$c_B = \frac{c_0 c_{np}}{c_0 + c_{np}} = \frac{5,27 \cdot 10^5 \cdot 5,129 \cdot 10^5}{5,27 \cdot 10^5 + 5,129 \cdot 10^5} = 2,56 \cdot 10^5 \text{ Н/см}^2.$$

СПОСОБЫ ОБРАБОТКИ И КОНТРОЛЯ ДЕТАЛЕЙ ЗУБЧАТЫХ СОЕДИНЕНИЙ

В данной главе приводятся основные сведения о технологии изготовления и контроле зубчатых поверхностей, которые должны учитываться при проектировании узлов, включающих зубчатые соединения, и деталей с зубчатыми поверхностями.

Зубчатые поверхности могут быть элементами деталей различной конструкции. От взаимного расположения зубчатых поверхностей и других элементов детали во многих случаях зависит выбор способа обработки зубьев. В свою очередь, способ обработки зубьев и связанные с ним погрешности изготовления последних сказываются на работе зубчатого соединения и узла, в который оно входит. При проектировании зубчатого соединения желательно обеспечивать возможность изготовления входящих в него деталей наиболее простыми и производительными способами.

Зубчатые поверхности могут быть: 1) внутренними (отверстиями); 2) наружными (валами); 3) торцовыми. Как внутренние, так и наружные зубчатые поверхности могут быть цилиндрическими, т. е. иметь постоянное поперечное сечение, либо коническими.

По технологическому признаку зубчатые поверхности можно разделить на две группы.

1. Поверхности, не подвергающиеся упрочняющей термической обработке (как правило, термически улучшенные до механической обработки), имеющие твердость $HV < 3500$. Эти поверхности могут быть окончательно обработаны кромочным режущим инструментом.

2. Поверхности, подвергающиеся упрочняющей термической обработке (цементация, закалка и т. п.). Эти поверхности могут быть окончательно обработаны либо абразивами, либо деформирующим инструментом без снятия стружки.

Применение упрочнения существенно повышает трудоемкость обработки зубчатых поверхностей. Кроме того, точность поверхностей второй группы, как правило, ниже, чем точность поверхностей первой группы. В связи с этим высокую твердость зубчатой поверхности следует назна-

чать только в тех случаях, когда этого требуют условия работы соединения: при большой неравномерности распределения нагрузки, высоких напряжениях смятия, большой мощности трения в соединении. В некоторых случаях максимальные нагрузочные показатели предпочтительнее снизить за счет конструктивных мероприятий. Например, применив центрирующие кольца (см. рис. 1.6,б), можно существенно снизить максимальные напряжения смятия и мощность трения и без ущерба для надежности и долговечности соединения отказаться от упрочняющей термообработки зубчатых поверхностей.

2.1. Материалы и термическая обработка

Для деталей зубчатых соединений применяются самые разнообразные материалы. Выбор материала зависит, в свою очередь, от функционального назначения детали (шестерня, вал, торсионный вал подвески, полуось автомобиля), иначе говоря, наличие зубчатой поверхности в большинстве случаев не является решающим фактором при выборе материала. Для деталей зубчатых соединений применяются в основном низко- и среднелегированные стали с содержанием углерода от 0,12 до 0,45 %.

Детали, имеющие зубчатое отверстие, чаще изготавливаются из цементуемых низколегированных сталей, например 20Х, 20ХГНР, 18ХГТ (шестерни автомобилей, тракторов), 20Х2Н4А, 18Х2Н4ВА (тяжелонагруженные передачи). Применяются также и низколегированные закаливаемые стали, например 40Х, 38ХС (скользящие вилки карданных валов, шестерни автомобилей, тракторов, станков). Зубчатые валы изготавливаются из низколегированных (иногда углеродистых) закаливаемых сталей, например 40Х, 38ХС, 45. Применяются также и цементуемые стали.

Вид термической обработки определяется назначением детали. В большинстве случаев валы подвергаются термическому улучшению и поверхностной закалке на глубину 0,6—1,4 мм до твердости $HRC \geq 50$; детали с отверстиями подвергаются цементации на глубину 0,8—1,2 мм и закалке до твердости $HRC 52—64$ в случае применения цементуемых сталей либо термическому улучшению (для закаливаемых сталей). Другие виды термообработки применяются в редких случаях.

Т а б л и ц а 2.1. Механические характеристики материалов, применяемых для деталей зубчатых соединений

Марка стали по ГОСТ 1050—74 и ГОСТ 4543—71	Вид термообработки	HB (сердцевина)	HRC (поверхность)	Механические характеристики, МПа				
				σ_B	σ_T	σ_{-1}	τ_{-1}	τ_T
35	Улучшение Закалка	3000	30	700	500	300	180	280
		5000	40	920	680	400	240	400
45	Улучшение Закалка	2500	23	800	510	380	220	300
		4000	42	960	750	420	250	440
50Г	Улучшение Закалка	2500	24	720	430	340	200	250
		4000	42	1000	800	500	280	470
40X	Улучшение Закалка Закалка т. в. ч.	2500	23	900	700	400	220	410
		4000	43	1230	1150	550	300	670
		3000	50	900	750	460	260	440
40XH	Улучшение Закалка Закалка т. в. ч.	2500	24	900	700	420	230	410
		4000	48	1500	1300	750	420	720
		3200	50	1000	800	500	280	470
40XГР	Улучшение Закалка т. в. ч.	3000	31	950	850	500	280	510
		3000	50	950	850	500	280	510
20X	Улучшение Цементация	2400	22	200	500	360	180	300
		2900	60	950	800	420	250	450
12XН3А	Улучшение Цементация	2800	28	950	200	400	220	410
		3300	60	1050	800	500	270	470
18XН3А	Улучшение Цементация	3800	40	1150	850	550	300	490
		4000	62	1250	1050	620	350	630
12X2H4A	Цементация	3300	60	1100	850	540	300	510
20X2H4A		3600	62	1250	1070	630	350	650
25XГНТ		3300	62	1500	1250	740	410	750
30XГТ		3300	60	1100	900	500	280	500
18XГТ		3300	60	1150	950	570	310	550
		3300	60	1150	950	570	310	550

Т а б л и ц а 2.2. Соотношения между *HB*, *HRC* и σ_B

<i>d</i> , мм	<i>HB</i>	<i>HRC</i>	Предел прочности стали σ_B , МПа			
			углеро- дистой	хроми- стой	хромони- келевой	хромо- молиб- деновой
2,34	6880	65	2480	—	2340	2270
2,37	6700	64	2410	—	2280	2210
2,39	6590	63	2370	—	2240	2180
2,42	6430	62	2310	—	2180	2120
2,45	6270	61	2260	2180	2130	2070
2,48	6110	60	2200	2130	2070	2020
2,51	5970	59	2140	2080	2020	1970
2,54	5820	58	2080	2030	1970	1920
2,57	5690	57	2050	2000	1940	1880
2,62	5470	55	1960	1910	1850	1800
2,71	5100	52	1830	1780	1730	1680
2,78	4850	50	1750	1700	1650	1600
2,85	4610	48	1650	1620	1560	1520
2,91	4410	46	1590	1540	1500	1450
2,98	4200	44	1510	1470	1430	1380
3,08	3930	42	1410	1370	1340	1300
3,14	3780	40	1360	1320	1280	1250
3,24	3540	38	1280	1240	1210	1170
3,34	3330	36	1200	1170	1130	1100
3,44	3130	34	1120	1090	1060	1030
3,52	2980	32	1070	1040	1020	980
3,62	2820	30	1020	980	960	930
3,70	2690	28	980	940	920	890
3,80	2550	26	920	890	860	840
3,90	2410	24	870	840	820	800
4,00	2290	22	820	800	780	760
4,10	2170	20	780	760	740	720
4,20	2070	18	740	720	700	680
4,26	2000	—	720	700	680	660
4,37	1900	—	680	670	650	630
4,48	1800	—	650	630	610	590
4,60	1700	—	610	590	580	560
4,74	1600	—	580	560	540	520
4,88	1500	—	540	520	510	500
5,05	1400	—	500	490	480	470
5,21	1300	—	470	450	440	430
5,42	1200	—	430	420	410	400
5,63	1100	—	400	390	380	370
5,83	1020	—	370	360	350	340

Если деталь подвергается цементации, а твердость зубчатой поверхности должна быть $HV < 3500$, ее либо защищают от цементации, либо подвергают высокому отпуску после закалки детали (с местным нагревом). В этом случае остается возможность окончательной обработки (калибровки) зубчатой поверхности кромочным режущим инструментом.

В зарубежной литературе [43] упоминаются зубчатые втулки из металлокерамики и нейлона, изготавливаемые в пресс-формах.

В табл. 2.1 приведены механические характеристики материалов, применяемых для деталей зубчатых соединений, в табл. 2.2 — соотношения между числами твердости по Бринеллю (HV), Роквеллу (HRC) и пределом прочности σ_b для конструкционных сталей.

2.2. Основные способы механической обработки зубчатых поверхностей

Зубчатые наружные и внутренние поверхности, как и другие периодические осесимметричные фасонные поверхности, могут обрабатываться двумя принципиально различными методами: методом копирования и методом обкатки (огибания). Применение того или другого метода обусловлено как видом производства, так и конструктивными особенностями деталей, имеющих зубчатые поверхности.

Краткая характеристика основных технологических процессов механической обработки зубчатых поверхностей приведена в табл. 2.3. Наибольшее распространение во всех видах производства при обработке отверстий получил метод копирования. При обработке валов до недавнего времени преобладающим являлся метод обкатки. В последние годы в массовом производстве получили распространение высокопроизводительные процессы, основанные на методе копирования: наружное протягивание, строгание и фрезерование.

Обработка цилиндрических валов принципиально не отличается от обработки цилиндрических зубчатых колес.

Конические валы обрабатываются одним из трех способов:

1) зубофрезерованием с переменным смещением исходного контура, т. е. при продольной подаче под углом к оси обрабатываемой поверхности;

Т а б л и ц а 2.3. Характеристика основных способов механической обработки зубчатых поверхностей

Процесс	Метод обработки	Применяется для обработки			Обработка при $HV \geq 3500$ *	Оборудование	Инструмент	Экономическая точность, качество (степень)			Вид производства
		отверстий	валов	сечений				D	d	боковых поверхностей	
Долбление	Копирование	+	-	Любого (в основном прямоугольного)	Предварительная	Долбежный станок	Фасонный резец	8	-	10 (11)	Индивидуальное
Протягивание внутреннее		+	-	Любого		Протяжной станок	Протяжки	7	6	8 (7)	Все виды
Прошивка		+	-			Вертикально-протяжной станок или пресс	Прошивка	6	-	8 (7)	Массовое, реже серийное
Зубодолбление		+	+	Эвольвентного		Зубодолбежный станок	Шлицевой долбяк	8	10	8 (8)	Все виды
Зубофрезерование		-	+			Шлицефрезерный или зубо-	Червячная шлицевая фреза	-	10	7 (8)	

						фрезерный станок					
Зубочечение	Обкатка	-	+	Любого	Окончательная	Шлицефрезерный станок с модернизацией делительной кинематической цепи	Резцовая головка	-	10	7 (8)	Серийное, массовое
Фрезерование	Копирование	-	+			Горизонтально-фрезерный станок	Фасонная фреза	-	8	7 (8)	Индивидуальное
		-	+			Специальный шлицефрезерный полуавтомат	Фасонные фрезы	-	8	7 (8)	Массовое
Строгание		-	+	Прямобочного эвольвентного	Предварительная	Специальный полуавтомат	Контурная головка с фасонными резцами	-	8	7 (8)	

Процесс	Метод обработки	Применяется для обработки			Обработка при $V_{HB} \geq 3500$ *	Оборудование	Инструмент	Экономическая точность, качество (степень)			Вид производства
		отверстий	валов	сечения				D	d	боковых поверхностей	
Протягивание наружное	Копирование	-	+	Прямобочного эвольвентного и с торцовыми зубьями	Предварительная	Протяжной станок	Плоские протяжки	-	10	6 (7)	Серийное, массовое
						Круглопротяжной станок	Круглые протяжки	-	8	7 (7)	Массовое
Зубострогание	Обкатка	-	+	С торцовыми зубьями	Окончательная	Зубострогальный станок типа «Глисон»	Зубострогальные резцы	-	-	7	Серийное, массовое
Зубофрезерование				С торцовыми круговыми зубьями		Зубофрезерный станок типа «Глисон»	Резцовые головки	-	-	7	Массовое
Накатка продольная	Копирование	-	+	Эвольвентного прямобочного	Предварительная	Специальный станок	Роликовая головка	-	8	7 (8)	

Накатка поперечная	Обкатка	—	+	Эвольвентного, треугольного	—	Резьбонакатной станок	Накатные зубчатые ролики, зубчатые плашки	—	7	7 (8)	Массовое, серийное
Дорнонанне	Копирование	+	—	Треугольного (конического)	—	Пресса	Конический дорн	8	10	8 (9)	Массовое
Зубошлифование	Обкатка	+	+	Эвольвентного	Окончательная	Зубошлифовальный станок типа «Маг»	Шлифовальные круги (тарельчатые или червячные)	—	—	(7)	
Шлифованние фасонное	Копирование	—	+	Прямобочного эвольвентного		Шлицешлифовальный станок	Фасонные шлифовальные круги	—	6	6 (7)	Серийное, массовое
Шлифованние внутреннее	—	+	—	Прямобочного		Внутренний шлифовальный станок	Круги для внутреннего шлифования	—	6	—	Все виды
Круглое шлифование	—	—	+	Прямобочного эвольвентного		Кругошлифовальный станок	Шлифовальные круги для круглого шлифования	6	—	—	

* При $HB < 3500$ может быть окончательная обработка.

2) поперечной накаткой при помощи конических зубчатых роликов;

3) наружным протягиванием круглыми протяжками.

Конические отверстия получают чаще всего пластическим деформированием (без снятия стружки) специальной конической зубчатой прошивкой — дорном. Часто перед дорнованием предварительно протягивают цилиндрическое отверстие с размерами, несколько меньшими размеров готового отверстия в наименьшем сечении.

Торцовые зубчатые поверхности обрабатываются аналогично полуобкатным коническим зубчатым колесам на зубострогальных станках для обработки конических зубчатых колес. Более производительным процессом является наружное протягивание. В некоторых случаях (при невысоких требованиях к точности) применяется чеканка (после горячей штамповки).

2.3. Технологические требования к деталям с зубчатыми поверхностями

Сквозные отверстия, обрабатываемые протягиванием, должны иметь с обеих сторон фаски для улучшения условий врезания и во избежание появления заусенцев на

торце со стороны выхода протяжки. Если фаски нежелательны, допускаются выточки (рис. 2.1). Длина отверстия должна лежать в определенных пределах, ограничиваемых, с одной стороны, минимально допустимым числом одновременно режущих зубьев протяжки, с другой, — длиной протяжки и усилием протягивания. Длина отверстий,

а также размеры фасок и выточек приведены в табл. 2.4 и 2.5.

Нежелательно расположение зубьев в глубине отверстия (рис. 2.2), так как это требует применения специальных протяжек с удлиненными головной и концевой частями.

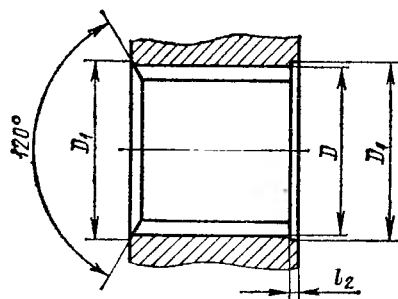


Рис. 2.1. Фаски и выточки в зубчатых отверстиях

Т а б л и ц а 2.4. Элементы (мм) продольного сечения деталей
прямобоочных соединений
(см. рис. 2.1 и 2.6)

D	Вал			Отверстие		
	L ₁	R _{фр}	l ₁	D ₁	l ₂	Длина протягиваемого отверстия
16	3	27,5	9,8	18	2	14—24
20 22		31,5	12,3	22 24		18—30 20—32
25 28		35	13,2 14,8	27 30		23—38 28—42
32 (34) 38		40	17,4	34 36 40		30—48 32—50 35—58
42 48		45	18,5	44 50		42—62 48—72
54		50	22,5	56		52—80
60 (65)	4	50	22,4 24,3	63 68	3	60—90 65—98
72 82 92			56	26,9; 27,1		75 85 95
102 112		62,5	28,7	106 116		95—102 105—112
125		70	35,0	129		115—125

Пр и м е ч а н и е. Размеры в скобках по возможности не применять.

Таблица 2.5. Элементы (мм) продольного сечения деталей эвольвентных зубчатых соединений (см. рис. 2.1 и 2.6)

D	m	R _{фр}	При плоской впадине			При закругленной впадине			L ₁	l ₂
			h _{в max}	l _{1 max}	D ₁	h _{в max}	l _{1 max}	D ₁		
4—28 6—48 6—60	0,5 0,6 0,8	22,5	0,60 0,72 0,96	5,16 5,65 6,50	D + 2	0,69 0,83 1,10	5,53 6,05 6,95	D + 2,5	3	1
8—60 10—80	1 1,25	25	1,20 1,50	7,65 8,53		1,38 1,72	8,19 9,11			
12—110 15—150	1,5 2	27,5	1,80 2,40	9,89 11,24		2,07 2,76	10,47 12,01	D + 3		
20—150	2,5	30	3,00	13,08	D + 3	3,45	13,97	D + 3,5	4	2
22—210	3	35	3,60	15,46		4,14	16,51			
45—180	3,5	37,5	4,20	17,24		4,83	18,41			
32—210 40—320	4 5	40	4,80 6,00	19,00 21,07		5,52 6,90	20,28 22,46	D + 4		
48—500 70—500	6 8	42,5	7,20 9,60	23,67 26,90	D + 4	8,28 11,04	25,20 28,57	D + 5	5	3
80—500	10	50	12,0	32,50		13,80	34,49			

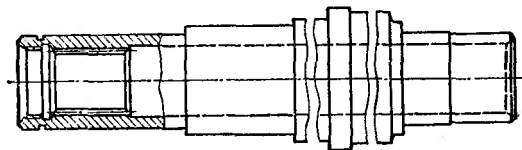


Рис. 2.2. Внутренние зубья, глубоко расположенные в отверстии

Глухие отверстия (рис. 2.3) вообще нежелательны, так как их можно обрабатывать только зубодолблением, которое гораздо менее производительно, чем протягивание. Для выхода долбяка необходима канавка, размеры которой рекомендуется выбирать по табл. 2.6. Следует избегать глубокого расположения зубьев в отверстии, что

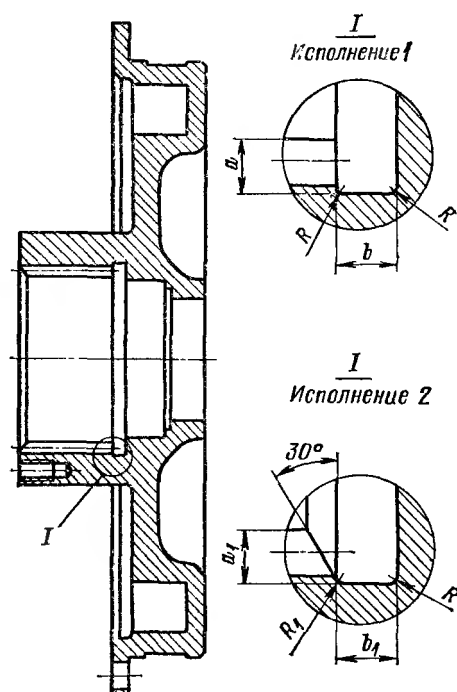


Рис. 2.3. Глухое отверстие с канавкой для выхода инструмента

приводит к снижению точности. Дно глухого отверстия должно быть плоским или вогнутым.

При протягивании и зубодолблении недопустимы канавки, выточки, поперечные сверления, т. е. поверхность должна быть непрерывной во избежание поломки инструмента при попадании стружки под режущую кромку. По той же причине литые заготовки, имеющие неоднородную структуру и большое количество раковин и не-

**Т а б л и ц а 2.6. Рекомендуемые размеры канавок (мм)
для выхода инструмента (см. рис. 2.3 и 2.5)**

m	$b_{\text{нaнм}}$		$a_{\text{нaнм}}$	$a'_{\text{нaнм}}$	$R = R_1$
	Исполнение 1	Исполнение 2			
0,5 0,6	4	—	1,35	1	0,3
0,8			1,7	1,25	
1	5	—	2	1,5	0,5
1,25			2,7	2	
1,5			3,25	2,5	
2			4,35	3,25	
2,5 3	6	10	5	3,75	1
3,5 4			7	5,25	
5 6 8	7 8 9	—	8,75 11,5 13,5	6,5 8 10	—
10	10	12	17	12,5	—

таллических включений, для протягивания и зубодолбления непригодны.

Во избежание разрушения (образования трещин) от радиальных составляющих усилий резания минимальная толщина втулки (после обработки зубьев) должна быть не менее глубины захода.

При проектировании валов необходимо учитывать условия выхода режущего инструмента. Наружное протягивание возможно только в том случае, когда вал имеет сквозные пазы (рис. 2.4). Вал с высоким уступом, не оставляющим места для выхода фрезы (рис. 2.5), может обрабатываться только зубодолблением. В этом случае необходимо предусматривать канавку для выхода долбяка. Размеры канавки рекомендуется выбирать по табл. 2.6.

Для валов, имеющих невысокие (диаметром $D_{уст}$) уступы и обрабатываемых червячными или фасонными дисковыми фрезами, расстояние от конца участка с полным профилем зубьев до ближайшего уступа и высота последнего должны быть увязаны таким образом, чтобы не произошло врезания фрезы в уступ. Продольное сечение ступенчатого вала, удовлетворяющее последнему требованию, показано на рис. 2.6, а. Расчетный размер L_2 связан с высотой уступа H и радиусом червячной фрезы $R_{фр}$ следующими соотношениями:

$$L_2 = \sqrt{H(2R_{фр} - H)} + L_1 \quad (2.1)$$

при $H < R_{фр}$;

$$L_2 \geq R_{фр} + L_1 \quad (2.2)$$

при $H \geq R_{фр}$,

где $H = 0,5(D_{уст} - d_B)$.

Радиус фрезы и размер L_1 выбираются по табл. 2.4 для прямоугольных валов и по табл. 2.5 — для эвольвентных. Там же дана длина участка выхода фрезы l_1 .

При необходимости допускается врезание фрезы в уступ на величину (рис. 2.6, б): $h_{вр} \leq 0,75(D - d_B)$ — для прямоугольных зубьев¹, $h_{вр} \leq 1,8m$ — для эвольвентных; $h_{вр} \leq h$ — для треугольных².

В этих случаях расчетный размер

$$L_2 = \sqrt{H(2R_{фр} - H) - h_{вр}(2R_{фр} - h_{вр})}; \quad (2.3)$$

длина участка выхода

$$l_1 = \sqrt{H(2R_{фр} - H)}. \quad (2.4)$$

В рабочих чертежах ставятся только длина участка с полным профилем зубьев (с указанием: min) и радиус фрезы $R_{фр}$ или длина участка выхода l_1 . Допускается вместо l_1 указывать полную длину зубьев (сумму участков с полным профилем и выхода).

¹ Возможно и большее врезание, но для этого требуется проектировать специальные фрезы с удлиненными зубьями.

² Для эвольвентных и треугольных зубьев врезание ограничивается не по инструменту, а заострением зуба на участке врезания.

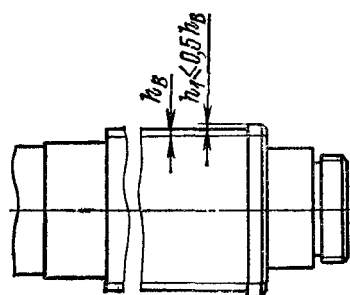


Рис. 2.4. Вал со сквозными пазами

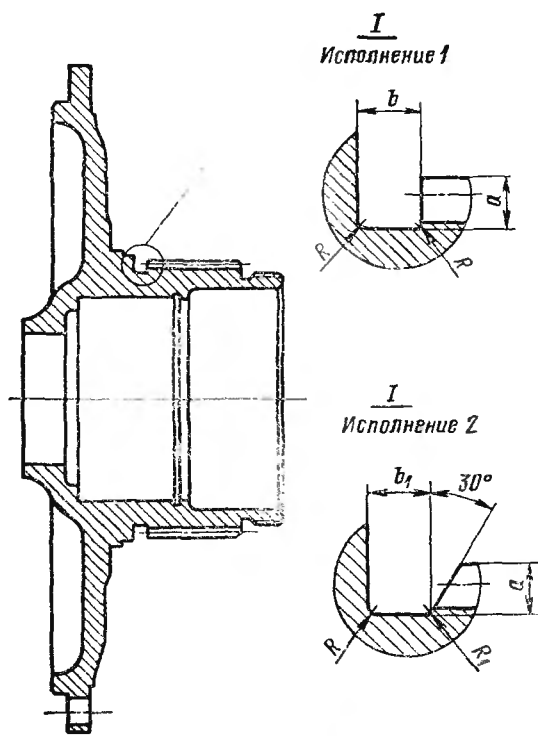


Рис. 2.5. Вал с уступом, обрабатываемый зубодолблением

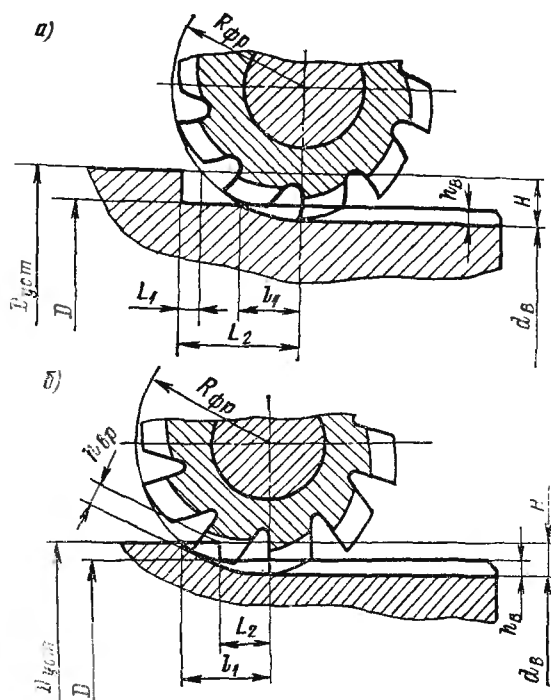


Рис. 2.6. Продольное сечение ступенчатого вала

2.4. Контроль деталей зубчатых соединений

Замер действительных размеров деталей зубчатых соединений весьма трудоемок и требует применения сложного оборудования (универсальные оптические головки, эвольвентомеры и т. п.), поэтому в производственных условиях контроль производится почти исключительно калибрами.

Контроль цилиндрических поверхностей D и d производится предельными калибрами: D_A — специальной пробкой с неполной мерительной поверхностью; d_A — нормальной пробкой с полной мерительной поверхностью; D_B — нормальной скобой; d_B — специальной скобой.

Контроль толщины прямобочного зуба у валов производится специальной скобой, контроль ширины прямобочной впадины в отверстии — предельным калибром-пластиной.

Эвольвентные зубья контролируются по длине общей нормали; для валов применяются специальные скобы или обычные нормалемеры, микрометрические или индикаторные. Распространен также способ контроля размера по роликам с помощью специальных скоб. Для отверстий применяют калибры-шаблоны для контроля длины общей нормали или размера по роликам. Треугольные зубья контролируются по роликам калибрами, аналогичными калибрам, которые применяются для контроля эвольвентных зубьев.

Контроль взаимного расположения различных элементов зубчатых поверхностей производят проходными зубчатыми комплексными калибрами — пробкой для отверстия (рис. 2.7, а) и кольцом для вала (рис. 2.7, б). Размеры и допуски на изготовление таких калибров для прямобочных зубьев регламентируются ГОСТ 7951—80, для эвольвентных — ГОСТ 6528—53.

Контроль деталей конических зубчатых соединений производится аналогичными способами, но в каком-либо одном, обычно наибольшем, сечении. Комплексный калибр в этом случае представляет собой предельную зубчатую пробку для отверстия (рис. 2.7, в) и предельное зубчатое кольцо (рис. 2.7, г) для вала. При контроле этими калибрами задается максимально допустимое несовпадение торцов калибра и детали.

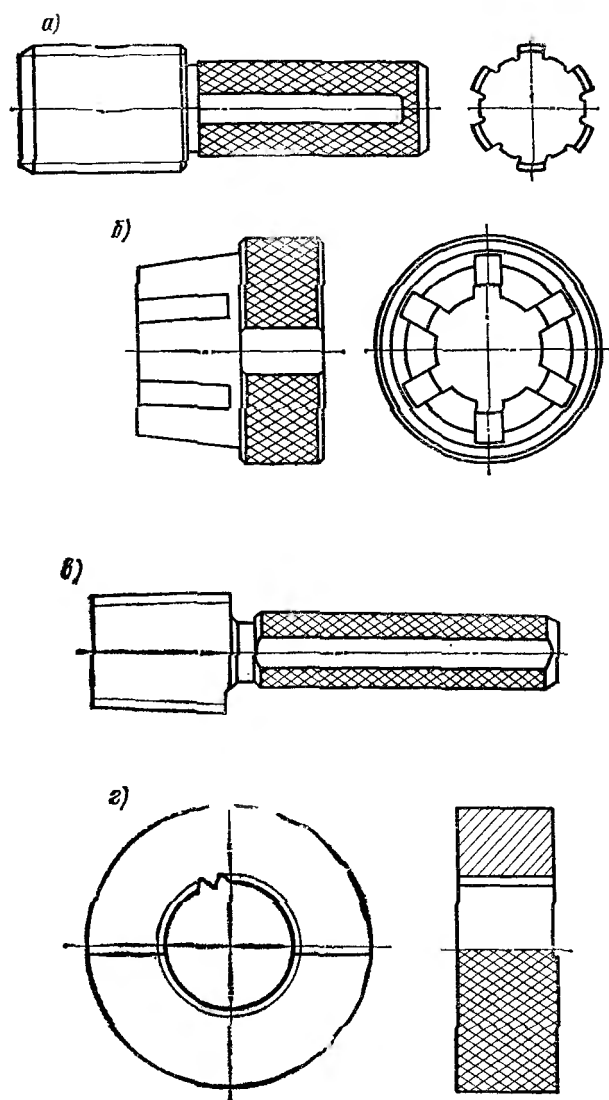


Рис. 2.7. Комплексные калибры

Для контроля положения зубчатой поверхности относительно каких-либо базовых поверхностей детали применяют модификации комплексных калибров с центрированием их по базовым поверхностям детали.

2.5. Характерные погрешности деталей зубчатых соединений

Погрешности изготовления деталей зубчатых соединений обусловлены двумя основными причинами: ошибками при механической обработке и искажениями вследствие термической обработки (поводкой). Здесь рассматриваются только погрешности, которые сколько-нибудь ощутимо влияют на работу соединения.

Ошибки шага наружной зубчатой поверхности возникают вследствие погрешностей кинематической цепи деления станка при зубофрезеровании и зубодолблении или вследствие погрешностей делительного устройства при обработке методом копирования. Ошибки шага в отверстиях возникают вследствие погрешности кинематической цепи деления станка при зубодолблении или как копия ошибок шага протяжки. Ошибки шага стандартами не регламентируются и, следовательно, могут находиться в пределах, допускаемых комплексными калибрами. Предельная ошибка шага может быть оценена следующим образом:

для отверстия

$$\Delta P \leq \delta_{bv}; \quad (2.5)$$

для вала

$$\Delta P \leq \delta_{bk} - \delta_{bn}, \quad (2.6)$$

где δ_{bv} — верхнее отклонение ширины паза отверстия; δ_{bk} — суммарное отклонение толщины зуба, определяющее номинальную ширину паза комплексного калибра; δ_{bn} — нижнее отклонение толщины зуба.

Ошибки шага создают разнозакорность в соединении, которая приводит к окружной неравномерности распределения нагрузки.

Скошенность зуба вала (рис. 2.8, а) является следствием неправильной установки угла скрещивания осей обрабатываемого вала и червячной фрезы. Скошенность приводит к концентрации нагрузки по глубине захода.

Непрямолинейность зубьев валов возникает вследствие погрешностей базирования детали или из-за большого люфта в делительной кинематической цепи станка. Возможная причина — плохое закрепление вала в патроне или поводке. Непрямолинейность приводит к неравномерности распределения нагрузки по длине зуба и относительным перекосам деталей соединения.

Искажение профиля поперечного сечения при термообработке (рис. 2.8, б) наиболее ярко выражается у деталей с прямобочным профилем, главным образом, у отверстий. Это явление связано с изменением структуры поверхностного слоя при закалке и увеличением его удельного объема в большей степени, чем удельного объема

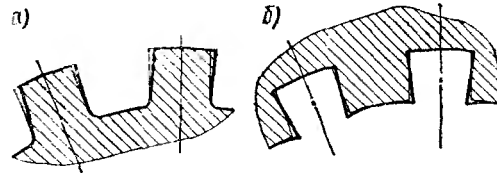


Рис. 2.8. Погрешности формы зубьев (утрировано)

сердцевинны. Искажение профиля может быть почти полностью исправлено прошиванием отверстия и шлифованием диаметра d_A , но в связи с большим расходом инструмента этот процесс применяется только в массовом производстве при наличии собственного инструментального производства. В большинстве случаев ограничиваются шлифованием диаметра d_A , а искажение профиля паза компенсируется увеличением его исходной ширины. При этом происходит концентрация нагрузки по глубине захода. Одновременно могут появляться дополнительные ошибки шага, так как все зубья коробятся по-разному.

Овальность (эллипсность) отверстия чаще всего бывает результатом неравномерного нагрева или охлаждения при термообработке. Овальность практически не устраняется при прошивании. Как правило, ей сопутствует искажение профиля. Овальность отверстия приводит к окружной неравномерности распределения нагрузки в соединении.

Смещение зубчатой поверхности от номинального положения относительно базовых поверхностей детали —

результат погрешностей базирования или неправильного построения технологического процесса. Эта погрешность сказывается не столько на работе соединения, сколько на работе входящих в него деталей (появляется радиальное и торцовое биение зубчатого венца шестерни и т. п.).

Шлифовочные трещины могут снизить прочность вала и привести к поломке зубьев тяжело нагруженного соединения, например торсиона подвески транспортной машины.

2.6. Ремонт зубчатых соединений

Во многих случаях пригодность детали к дальнейшей эксплуатации определяется состоянием поверхностей, входящих в соединения, например, зубчатый венец шестерни может быть в хорошем состоянии, а отверстие изношено до максимально допустимых пределов. Такие детали в большинстве случаев можно отремонтировать. При достаточно высоком качестве ремонта можно получить большой экономический эффект.

Ремонтная технология должна удовлетворять следующим требованиям: поверхности восстановленных зубчатых соединений должны иметь макро- и микрогеометрию, заданную чертежом детали. Расположение восстановленных поверхностей относительно поверхностей, не подвергшихся ремонту, должно соответствовать чертежу. Последнее требование наиболее трудновыполнимо, особенно при ремонте валов, когда нужно выдержать расположение зубьев в поперечном и угловом направлениях, иначе говоря, в осевом направлении не должно быть уступов ни на центрирующих, ни на боковых поверхностях.

Таким образом, наибольшие затруднения вызывает механическая обработка поверхностей, наплавленных ремонтным материалом, имеющим к тому же высокую твердость. Сама по себе наплавка не вызывает принципиальных затруднений, процесс должен быть организован так, чтобы обеспечить равномерные припуски для механической обработки. Наиболее подходящими видами механической обработки являются:

для отверстий — протягивание с центрированием протяжки по предварительно расточенному внутреннему диаметру отверстия (лучше на вертикальных станках);

для валов — фрезерование стандартными фрезами на универсальных шлицефрезерных станках, имеющих уст-

ройство для осевого перемещения фрезы (тангенциального сдвига).

Для того чтобы выдержать требования чертежа относительно взаимного расположения поверхностей деталей, нужно использовать при механической обработке наплавленных зубьев те же базы, что использовались при изготовлении детали, например центровые отверстия валов. В случае, когда зубчатые поверхности при изготовлении новой детали сами являлись технологической базой, необходимо создавать промежуточные базы или использовать имеющиеся конструктивные базы. Например, при обработке наплавляемых зубьев вала, не имеющего центровых отверстий, в качестве исходной базы следует использовать шейки для подшипников; при обработке наплавленных зубьев отверстия зубчатого колеса нужно предварительно расточить направляющую поверхность для протяжки базируясь на зубчатый венец и т. п. Для восстановленных деталей допуски на взаимное расположение поверхностей могут быть расширены на 10—20 %.

Исследования, проведенные В. П. Соловьевым в ЛСХИ, показали, что наиболее подходящими ремонтными материалами для валов из стали марок 40Х, 45Х и шестерен из стали марок 20ХГНР, 18ХГТ, 25ХГТ являются легированные стали марок 20Х13, 50ХФА и подобные им. Наплавка производится под слоем флюса (типа АН-348А). После механической обработки необходима закалка т. в. ч. до твердости $HRC \geq 50$. Восстановленные по технологии ЛСХИ валы по долговечности не уступают новым или даже превосходят их.

Глава 3

НЕРАВНОМЕРНОСТЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НАГРУЗКИ И ДЕФОРМАЦИИ В ПЛОСКОМ ЗУБЧАТОМ СОЕДИНЕНИИ

Плоским зубчатым соединением будем называть такое соединение, в котором нагрузка распределяется равномерно по длине зуба. В таком соединении возможны окружная неравномерность распределения нагрузки и неравномерность ее распределения по глубине захода.

Окружная неравномерность распределения нагрузки между отдельными парами зубьев плоского соединения зависит от технологических и конструктивных причин.

Технологические причины вызывают ошибки углового шага деталей соединения и их овальность, следствием чего является разнозакорность.

Конструктивные причины приводят к тому, что соединение кроме крутящего момента передает поперечную силу или на него наложены избыточные связи. В результате нагрузка, приложенная к соединению, является сложной. Наиболее характерным примером первого случая является зубчатое соединение шестерен с валом, второй случай — привод какого-либо агрегата, например масляного насоса, показанный на рис. 1.27, а.

Окружная неравномерность от технологических и конструктивных причин образуется независимо одна от другой; в случае, если они наблюдаются одновременно, можно применить метод наложения

$$K = K_{\Psi(e)} + K_o + K_e + K_h - 3,$$

где $K_{\Psi(e)}$ — коэффициент, учитывающий окружную неравномерность, вызванную поперечной силой или эксцентриситетом (эти два фактора никогда не действуют одновременно); K_o — коэффициент, учитывающий окружную неравномерность, обусловленную разнозакорностью; K_e — коэффициент, учитывающий неравномерность, вызываемую овальностью втулки или вала; K_h — неравномерность по глубине захода.

Приведенная зависимость справедлива для неприработавшегося соединения. При стационарной нагрузке такая неравномерность в принципе должна сохраняться на весь срок службы соединения. При циркуляционной нагрузке

соединение прирабатывается (как показывает опыт эксплуатации) довольно быстро, и технологические факторы перестают действовать. За счет приработки сглаживается и неравномерность распределения нагрузки по глубине захода, поэтому для циркуляционно нагруженных соединений следует принимать $K = K_{\Psi(e)}$.

Согласно определению неравномерности распределения нагрузки максимальное напряжение смятия на боковой поверхности зуба

$$\sigma_{\max} = K\sigma_{\text{ср}},$$

где среднее напряжение $\sigma_{\text{ср}}$ определяется по формуле

$$\sigma_{\text{ср}} = M/(S_F B);$$

S_F — статический момент площади боковых поверхностей зубьев относительно оси соеднения, приходящийся на единицу его длины, $S_F = zh_p r$. Значения S_F для стандартных соединений с прямобочным профилем приведены в табл. 1.4.

Для эвольвентных соединений можно брать $h_p \approx t$ и $r \approx 0,5mz$.

3.1. Окружная неравномерность распределения нагрузки в соединении, передающем только крутящий момент

Соединение, передающее только крутящий момент, может выполняться в двух вариантах центрирования: по одному из диаметров либо по боковым поверхностям зубьев. Как будет показано ниже, центрирование по диаметру является избыточной связью, поэтому окружная неравномерность распределения нагрузки в соединении с центрированием по диаметру в принципе отличается от таковой в соединении с центрированием по боковым поверхностям. В том и другом случае нагружение является стационарным, поэтому окружная неравномерность сохраняется практически в течение всего срока службы соединения (если не происходит ее релаксации при пиковых нагрузках).

При центрировании по диаметру начальный контакт¹ происходит в двух точках: в одной из пар зубьев и между

¹ Начальным контактом называют такое взаимное положение деталей, когда нагрузка еще не передается, а дальнейшее взаимное перемещение невозможно.

центрирующими поверхностями (как в шпоночном соединении при наличии зазора). По мере роста нагрузки в работу вступают другие пары зубьев, в первую очередь те, которые при начальном контакте имели меньший зазор. При определенной нагрузке в работе примут участие все зубья. Для данного случая можно составить два уравнения статики:

$$\sum_1^{z_p} N_i r - M = 0; \quad \sum_1^{z_p} N_i \cos \theta_i - N_0 = 0,$$

где N_i — окружная сила, приложенная к i -му зубу; r — средний радиус соединения; M — момент, передаваемый соединением; N_0 — реакция центрирующей поверхности; $z_p \leq z$ — число зубьев, передающих нагрузку.

Реакцию центрирующей поверхности можно представить так:

$$N_0 = c_0 B (y - 0,5\Delta_0) = k_c c B (y - 0,5\Delta_0), \quad (3.1)$$

где $c_0 = k_c c$ — распределенная жесткость в контакте центрирующих поверхностей; c — то же в контакте зубьев; k_c — коэффициент жесткости; B — длина соединения; y — поперечное смещение втулки; Δ_0 — диаметральный зазор между центрирующими поверхностями ($y > 0,5\Delta_0$).

Аналогично можно представить

$$N_i = \delta_i c B, \quad (3.2)$$

где δ_i — деформация i -й пары зубьев. Из схемы, представленной на рис. 3.7, следует

$$\delta_i = r\psi - \Delta_i - y \cos \theta_i, \quad (3.3)$$

где ψ — относительный поворот втулки; Δ_i — зазор в i -й паре при контакте в первой паре и соосном положении соединения.

Для того чтобы воспользоваться уравнением совместности деформаций (3.3), необходимо подставить в него закон распределения зазоров, т. е. зависимость Δ_i (θ_i). В различных источниках приводятся зависимости, следующие в основном к гармоническому закону. На основании данных [23] и ряда замеров, проведенных авторами на ПО «Кировский завод» (рис. 3.1), можно принять, что

$$\Delta_i = 0,5\Delta_n (1 - \cos \theta_i) + 0,5\Delta [1 - \cos 2(\theta_i + \varphi)], \quad (3.4)$$

где $\Delta_n = (0,6 \div 0,75)\Delta_{\max}$; $\Delta = (0,1 \div 0,15)\Delta_n$; Δ_{\max} — максимально возможный в соосном соединении зазор [см. формулу (1.27)]; φ — фазовый угол.

Из формулы (3.4) следует, что разнозазорность в соединении обусловлена двумя основными причинами: погрешностью базирования и накопленной ошибкой шага, причем первая преобладает. В свою очередь, Δ_{\max} определяется по формуле (1.27).

С учетом (3.4) уравнение совместности деформаций будет иметь вид

$$\delta_i = r\psi - 0,5\Delta_n(1 - \cos \theta_i) - y \cos \theta_i,$$

причем вторым членом в уравнении (3.4) можем пренебречь ввиду его относительной малости.

Следовательно, окружная сила на i -м зубе

$$N_i = cB[r\psi - 0,5\Delta_n(1 - \cos \theta_i) - y \cos \theta_i]. \quad (3.5)$$

Подставив (3.1) и (3.5) в уравнения равновесия, за-

менив суммирование интегрированием в пределах рабочего угла θ_p , внутри которого пара зубьев передает нагрузку (рис. 3.2), получим выражения для угла поворота втулки относительно вала ψ , поперечного смещения втулки y , нагрузки на центрирующей поверхности N_0 , окружной силы на i -м зубе N_i и коэффициента окружной неравномерности K_0 , приведенные в табл. 3.1. В этих выражениях: $\beta = 2\pi/z$ — угловой шаг соединения; $k_\Delta = \Delta_0/\Delta_n < 1$ (в противном случае, соединение фактически центрируется по боковым поверхностям зубьев, этот случай рассматривается ниже); $M_n = 0,5zcBr\Delta_n$ — нагрузочный фактор; коэффициент

$$S_p = \theta_p + 0,5 \sin 2\theta_p - (2 \sin^2 \theta_p)/\theta_p. \quad (3.6)$$

В формулы (Ia)—(Va) (табл. 3.1) подставляется значение рабочего угла θ_p , определяемого из условия $N_i = 0$, приводящего к трансцендентному уравнению (VI). Это

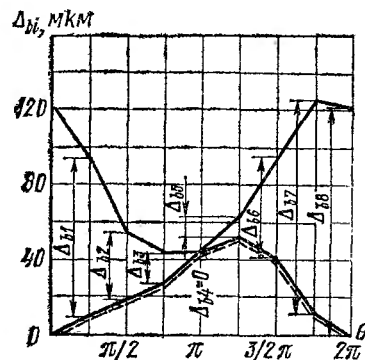


Рис. 3.1. Совмещенные графики накопленных погрешностей окружного шага отверстия и вала (штриховая кривая)

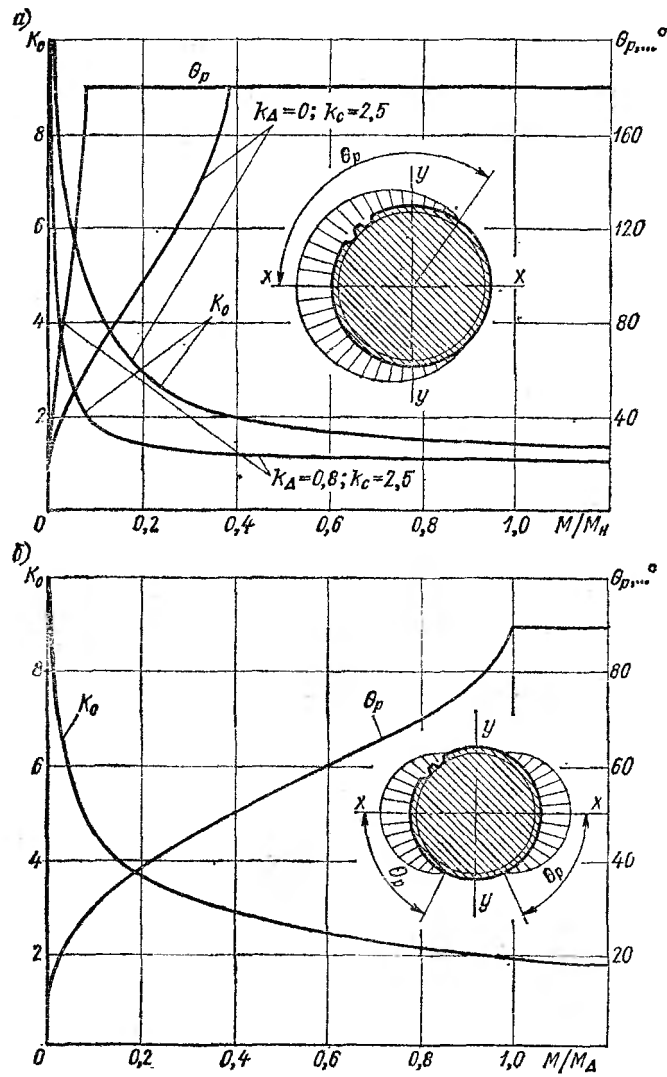


Рис. 3.2. Зависимость коэффициента окружной неравномерности K_0 и рабочего угла θ_p от M/M_n при центрировании по диаметру (а) и зависимость коэффициента окружной неравномерности K_0 и рабочего угла от M/M_Δ при центрировании по боковым поверхностям (б)

Т а б л и ц а 3.1. Формулы для расчета деформаций соединения и концентрации нагрузки

Условия применения	Расчетные формулы
<p>Центрирование по диаметру:</p> $k_{\Delta} < 1;$ $\frac{M_H}{M} < 2k_c \frac{1 - k_{\Delta}}{z + 2k_c}$	$\Psi = \frac{M}{zcBr^2} \left[\frac{\pi}{\theta_p} + 2\pi \frac{\sin^2 \theta_p}{\theta_p^2} \times \right. \\ \left. \times \frac{1}{S_p + \beta k_c} + \frac{M_H}{M} \times \right. \\ \left. \times \left(1 - \frac{\sin \theta_p}{\theta_p} \frac{1 - k_{\Delta}}{S_p + \beta k_c} \beta k_c \right) \right] \quad (I)$ $y = \frac{M}{zcBr} \left[2\pi \frac{\sin \theta_p}{\theta_p} + \frac{M_H}{M} \times \right. \\ \left. \times (S_p + \beta k_c k_{\Delta}) \right] \frac{1}{S_p + \beta k_c} \quad (II)$ $N_0 = \frac{M}{zr} k_c \left[2\pi \frac{\sin \theta_p}{\theta_p} + \right. \\ \left. + \frac{M_H}{M} (1 - k_{\Delta}) S_p \right] \frac{1}{S_p + \beta k_c} \quad (III)$ $N_t = \frac{M}{zr} \left\{ \frac{\pi}{\theta_p} + \left(\cos \theta_t - \frac{\sin \theta_p}{\theta_p} \right) \times \right. \\ \left. \times \left[\frac{M_H}{M} (1 - k_{\Delta}) \beta k_c - 2\pi \frac{\sin \theta_p}{\theta_p} \right] \times \right. \\ \left. \times \frac{1}{S_p + \beta k_c} \right\} \quad (IV)$ $K_0 = \frac{\pi}{\theta_p} + \left(1 - \frac{\sin \theta_p}{\theta_p} \right) \times \\ \times \left[\frac{M_H}{M} (1 - k_{\Delta}) \beta k_c - 2\pi \frac{\sin \theta_p}{\theta_p} \right] \times \\ \times \frac{1}{S_p + \beta k_c} \quad (V)$ $1 - \frac{\sin 2\theta_p}{2\theta_p} + \frac{\beta k_c}{\theta_p} - \frac{M_H}{M} \times \\ \times \left(\frac{\sin \theta_p}{\theta_p} - \cos \theta_p \right) (1 - k_{\Delta}) \times \\ \times \frac{\beta k_c}{\pi} = 0 \quad (VI)$

Продолжение табл. 3.1

Условия применения	Расчетные формулы
<p>Центрирование по диаметру:</p> $k_{\Delta} < 1;$ $\frac{M}{M_H} \geq 2k_c \frac{1 - k_{\Delta}}{z + 2k_c}$	$\psi = \frac{M}{zcBr^2} \left(1 + \frac{M_H}{M} \right) \quad (\text{Ia})$ $y = \frac{M}{zcBr} \frac{z + 2k_c k_{\Delta}}{z + 2k_c} \quad (\text{IIa})$ $N_0 = \frac{M_H}{r} \frac{k_c}{z + 2k_c} (1 - k_{\Delta}) \quad (\text{IIIa})$ $N_i = \frac{M}{zr} \left(1 + 2k_c \frac{M_H}{M} \times \right. \\ \left. \times \frac{1 + k_{\Delta}}{z + 2k_c} \cos \theta_i \right) \quad (\text{IVa})$ $K_0 = 1 + 2k_c \frac{M_H}{M} \frac{1 - k_{\Delta}}{z + 2k_c} \quad (\text{Va})$
<p>Центрирование по боковым поверхностям:</p> $k_{\Delta} \geq 1; \frac{M}{M_{\Delta}} < 1$	$\Psi = \frac{M}{zcBr^2} \left[\frac{\pi}{2\theta_p} + \frac{M_{\Delta}}{M} \times \right. \\ \left. \times \left(1 - \frac{\sin 2\theta_p}{2\theta_p} \right) \right] \quad (\text{VII})$ $N_0 = 0 \quad (\text{VIII})$ $N_i = \frac{M}{zr} \left[\frac{\pi}{2\theta_p} + \frac{M_{\Delta}}{M} \times \right. \\ \left. \times \left(\cos 2\theta_i - \frac{\sin 2\theta_p}{2\theta_p} \right) \right] \quad (\text{IX})$ $K_0 = \frac{\pi}{2\theta_p} + \frac{M_{\Delta}}{M} \times \\ \times \left(1 - \frac{\sin 2\theta_p}{2\theta_p} \right) \quad (\text{X})$ $\frac{M}{M_{\Delta}} - \frac{2\theta_p}{\pi} \left(\frac{\sin 2\theta_p}{2\theta_p} - \cos 2\theta_p \right) = \\ = 0 \quad (\text{XI})$

Условия применения	Расчетные формулы
Центрирование по боковым поверхностям: $k_{\Delta} > 1; \frac{M}{M_{\Delta}} > 1$	$\psi = \frac{M}{zcBr^2} \left(1 + \frac{M_{\Delta}}{M} \right) \quad (\text{VIIa})$ $N_0 = 0 \quad (\text{VIIIa})$ $N_i = \frac{M}{zr} \left(1 + \frac{M_{\Delta}}{M} \cos 2\theta_i \right) \quad (\text{IXa})$ $K_0 = 1 + \frac{M_{\Delta}}{M} \quad (\text{Xa})$

уравнение решается методом последовательных приближений. Формулы (Ia)—(Va) справедливы, когда $\theta_p = \pi$; условием их применения является $N_{i \min} \geq 0$.

На рис. 3.2 показаны зависимости θ_p и K_0 от безразмерного нагрузочного фактора M/M_n при различных значениях коэффициента k_{Δ} . Когда $k_{\Delta} \geq 1$, соединение фактически центрируется по боковым поверхностям. Начальный контакт происходит в двух парах зубьев, расположенных, как правило, диаметрально. В этом случае имеем единственное уравнение статики

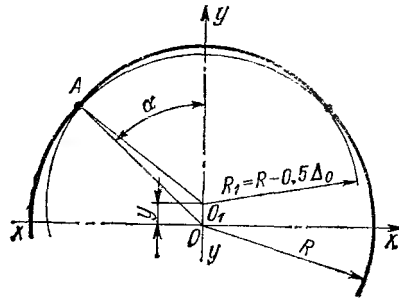


Рис. 3.3. К определению дуги контакта центрирующих поверхностей $\sum_1^{z_p} N_i r - M = 0$.

Поскольку при центрировании по боковым поверхностям погрешность базирования [первый член в (3.4)] компенсируется поперечным смещением втулки при начальном контакте, условие совместности деформации принимает вид

$$\delta_i = r\psi - 0,5\Delta(1 - \cos 2\theta_i); \quad (3.4a)$$

соответственно образуются две зоны нагружения с рабочим углом $0 < \theta_p \leq 0,5\pi$ каждая (рис. 3.3).

Подставив в уравнение статики выражение для окружной силы на i -м зубе

$$N_i = cB[r\psi - 0,5\Delta(1 - \cos 2\theta_i)]$$

и заменив суммирование интегрированием в пределах рабочих углов, получим выражения для угла поворота втулки, окружной силы на i -м зубе и коэффициента окружной неравномерности, приведенные в табл. 3.1. В этих выражениях $M_\Delta = 0,5zcBr\Delta$ — нагрузочный фактор. В формулы (VII)—(X) подставляется величина θ_p , полученная из трансцендентного уравнения (XI) табл. 3.1, следующего из условия $N_i = 0$. В выражениях (VIIa)—(Xa) рабочий угол $\theta_p = 0,5\lambda$. Зависимость θ_p и K_o от безразмерного параметра показана на рис. 3.2.

Сравнивая (V), (Va) соответственно с (X), (Xa), трудно сделать вывод, что при центрировании по диаметру неравномерность распределения нагрузки выше, чем при центрировании по боковым поверхностям, так как центрирование по диаметру является внешней избыточной связью.

Радиальное биение втулки относительно вала равно удвоенному радиальному (поперечному) смещению втулки. Для центрирования по диаметру биение $a = 2y > \Delta_0$, а для центрирования по боковым сторонам $a = 2\Delta_n$.

Пример. Определить максимальные напряжения смятия и биение втулки для соединения $65 \times 2,5$ ($z = 24$), передающего момент $M = 5500$ Н·м в двух вариантах: с центрированием по наружному диаметру посадкой $H8/h6$ и с центрированием по боковым сторонам. Отклонение толщины зуба — $9h$, ширины впадины — $9H$ для обоих случаев. Длина соединения 55 мм.

Решение. Определим зазоры в соединениях. Средний радиальный зазор между центрирующими диаметрами

$$\Delta_0 = 0,5(\Delta_{0\max} + \Delta_{0\min}) = 0,5(46 + 0 + 19 + 0) = 32,5 \text{ мкм.}$$

Максимальный боковой зазор по формуле (1.27)

$$\Delta_{\max} = (80 + 0) - (0 - 80) = 160 \text{ мкм.}$$

Составляющие расчетного зазора

$$\Delta_n = 0,75\Delta_{\max} = 0,75 \cdot 160 = 120 \text{ мкм; } \Delta \approx 0,1\Delta_n = 0,1 \cdot 120 = 11 \text{ мкм.}$$

Для определения распределенной жесткости зубьев примем $\lambda = 8$; используя (1.34), найдем $c = 2,15 \cdot 10^5/8 = 0,2687 \cdot 10^5$ МПа.

Средний радиус соединения $r = 0,5(6,5 - 0,25) = 3,125$ см.

Угловой шаг $\beta = 2\pi/z = 2 \cdot 3,1416/24 = 0,2618$ рад.

В соединении с центрированием по D_f распределенную жесткость центрирующих поверхностей найдем по (1.35), приняв $k_f = 0,25 \cdot 10^{-6}$;

длину дуги контакта b_0 найдем, полагая, что поперечная деформация соединения будет примерно $y = 1,5\Delta_0 \approx 45$ мкм. Из схемы, приведенной на рис. 3.3,

$$\cos \alpha = \frac{R^2 - R_1^2 + y^2}{2Ry} = \frac{3,125^2 - 3,247^2 + 0,0045^2}{2 \cdot 3,125 \cdot 0,0045} = 0,66705;$$

$$\alpha = 0,80553 \text{ рад}; b_0 = 2 \cdot 3,125 \cdot 0,80553 = 5,236 \text{ см.}$$

Считая, что в контакте участвует половина этой длины, найдем

$$c_0 = \frac{0,5 \cdot 5,236}{0,25 \cdot 10^{-6}} = 1,046 \cdot 10^8 \text{ МПа.}$$

Следовательно,

$$k_c = \frac{c_0}{c} = \frac{1,046 \cdot 10^8}{0,2687 \cdot 10^8} = 3,896.$$

Коэффициент вазора

$$k_\Delta = \Delta_0 / \Delta_n = 32,5 / 120 = 0,2708.$$

Нагрузочный фактор

$$M_n = 0,5z c Br \Delta_n = 0,5 \cdot 24 \cdot 0,2687 \cdot 10^8 \cdot 10^6 \cdot 5,5 \cdot 10^{-2} \cdot 3,125 \cdot 10^{-2} \cdot 120 \times \\ \times 10^{-6} = 63\,843 \text{ Н}\cdot\text{м.}$$

Так как

$$\frac{M}{M_n} = \frac{5500}{63843} = 0,081615 < 2k_c \frac{1 - k_\Delta}{z + 2k_c} = \\ = 2 \cdot 3,896 \frac{1 - 0,2708}{24 + 2 \cdot 3,896} = 0,1777,$$

рабочий угол $\theta_p < \pi$; его значение найдем из уравнения (VI) табл. 3.1, принимающего для данного случая вид

$$1 - \frac{\sin 2\theta_p}{2\theta_p} + \frac{1,02}{\theta_p} - 2,7481 \left(\frac{\sin \theta_p}{\theta_p} - \cos \theta_p \right) = 0,$$

откуда $\theta_p = 1,5$ рад ($\sim 86^\circ$). Этому значению соответствует

$$S_p + \beta k_c = 1,5 + 0,5 \sin 2 \cdot 1,5 - (2 \sin^2 1,5) / 1,5 + 0,2618 \times \\ \times 3,896 = 1,2639,$$

$$S_p + \beta k_c k_\Delta = 1,5 + 0,5 \sin 2 \cdot 1,5 - (2 \sin^2 1,5) / 1,5 + 0,2618 \times \\ \times 3,896 \cdot 0,2708 = 0,5201 \text{ [см формулу (3.6)].}$$

Поперечное смещение втулки по формуле (II) из табл. 3.1

$$y = \frac{5500}{24 \cdot 0,2687 \cdot 10^8 \cdot 10^6 \cdot 5,5 \cdot 10^{-2} \cdot 3,125 \cdot 10^{-2}} \left(2 \cdot 3,1416 \frac{\sin 1,5}{1,5} - \right. \\ \left. - \frac{0,5201}{0,08615} \right) \frac{1}{1,2639} = 41,77 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 41,77 \text{ мкм,}$$

что достаточно близко к выбранному ранее значению (45 мкм). Это позволяет считать величину y окончательной. В случае существенного расхождения заранее выбранной величины y и полученной расчетом (более чем в 1,5 раза), расчет следует повторить, используя для определения длины дуги контакта b_0 расчетную величину y .

Коэффициент окружной неравномерности по формуле (V) табл. 3.1

$$K_o = \frac{3,1416}{1,5} + \left(1 - \frac{\sin 1,5}{1,5}\right) \left(\frac{1 - 0,2708}{0,08615} 0,2618 \cdot 3,896 - 2 \cdot 3,1416 \frac{\sin 1,5}{1,5}\right) \frac{1}{1,2639} = 3,275.$$

Для соединения с центрированием по боковым сторонам втубки нагрузочный фактор

$$M_{\Delta} = 0,5zcBr\Delta = 0,5 \cdot 24 \cdot 0,2687 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 5,5 \cdot 10^{-2} \cdot 3,125 \cdot 10^{-2} \cdot 12 \cdot 10^{-8} = 6384 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Поскольку $M/M_{\Delta} = 5500/6384 = 0,8615 < 1$, рабочий угол $\theta_p < \pi$ его значение найдем из уравнения (X1) табл. 3.1, которое для данного случая принимает вид

$$0,8615 - 0,6366\theta_p \left(\frac{\sin 2\theta_p}{2\theta_p} - \cos 2\theta_p\right) = 0,$$

откуда $\theta_p = 1,2865$ рад ($\sim 74^\circ$).

Коэффициент окружной неравномерности по формуле (X) табл. 3.1

$$K_o = \frac{3,1416}{2 \cdot 1,2865} + \frac{1}{0,8615} \left(1 - \frac{\sin 2 \cdot 1,2865}{2 \cdot 1,2865}\right) = 2,139.$$

Среднее напряжение смятия

$$\sigma_{ср} = \frac{2M}{zmrB} = \frac{2 \cdot 5500}{24 \cdot 2,5 \cdot 10^{-3} \cdot 3,125 \cdot 10^{-2} \cdot 5,5 \cdot 10^{-2}} \cdot 10^{-6} = 111 \text{ МПа}.$$

Максимальное напряжение:

в соединении с центрированием по D_f

$$\sigma_{\max} = K_o \sigma_{ср} = 3,275 \cdot 111 = 363,8 \text{ МПа};$$

в соединении с центрированием по s

$$\sigma_{\max} = K_o \sigma_{ср} = 2,139 \cdot 111 = 237,5 \text{ МПа}.$$

Радиальное биение втулки соединения с центрированием по D_f $a = 2y = 2 \cdot 0,042 = 0,084$ мм; соединения с центрированием по s : $a = 2\Delta_n = 2 \cdot 0,12 = 0,24$ мм. Таким образом, при центрировании по D_f максимальное напряжение в 1,5 раза выше, чем при центрировании по s ; радиальное биение втулки соответственно в 2,85 раза меньше.

3.2. Влияние овальности отверстия (вала) на распределение нагрузки в соединении

Овальность (или эллипсность) является одной из ошибок формы цилиндрических поверхностей, которая в большей или меньшей степени имеется у всех теоретически круглых в поперечном сечении деталей. Обычно овальность, т. е. разность наибольшего и наименьшего диаметров, не превосходит $1/3—1/2$ поля допуска, поэтому сборка происходит без каких-либо затруднений.

Наиболее характерной погрешностью зубчатого соединения является овальность среднего диаметра втулки; особенно часто это встречается при высокой твердости как результат коробления при термообработке. Овальность вала, как правило, во много раз меньше и с ней можно не считаться, так же как и с овальностью центрирующих поверхностей, практически устраняемой при финишных операциях (например, шлифовании внутреннего диаметра втулки).

Неравномерность распределения нагрузки в соединении с овальными деталями вызывается следующими причинами:

- 1) различным численным значением угловых шагов вала и отверстия;
- 2) неодинаковой глубиной захода сопрягающихся пар зубьев;
- 3) разнозазорностью, вызываемой искажением средних диаметров.

Наиболее существенны первая и последняя причины. Поскольку вызванная овальностью дополнительная нагрузка приложена стационарно, неравномерность из-за этой погрешности сохраняется в течение всего срока службы соединения и на нее накладывается неравномерность от ошибок окружного шага (см. п. 3.1).

Пусть заданная овальность отверстия определяется согласно рис. 3.4:

$$a - b = 2u. \quad (3.7)$$

Примем также, что длина средней линии овального отверстия (втулки) остается равной длине средней окружности соединения. При малых значениях овальности ($u \leq 0,01r$) можно считать, что $a = r + u$, $b = r - u$, $u_i = u \cos 2\theta_i$.

Из условия сохранения длины искаженной средней окружности соединения следует, что тангенциальное смещение точек B и B_1 ($\overline{AB} - A_1B_1$) $dv_i \approx u_i d\theta$, следовательно,

$$v_i = \int_0^{\theta_i} u_i d\theta = 0,5u \sin 2\theta_i. \quad (3.8)$$

Из схемы, приведенной на рис. 3.5, следует, что окружное смещение в i -й паре зубьев, соответствующей углу θ_i ,

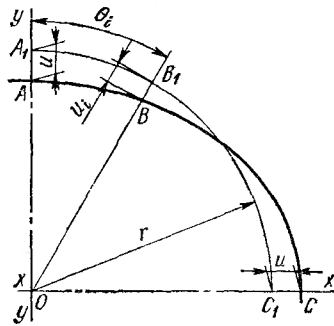


Рис. 3.4. Искаженная средняя окружность втулки

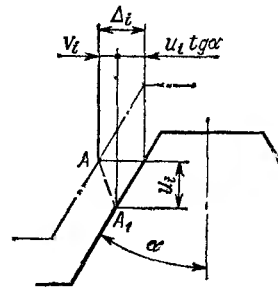


Рис. 3.5. Зависимость между радиальным и тангенциальным смещениями

таково: $v_i + u_i \operatorname{tg} \alpha$. Поскольку при положении, показанном на рис. 3.4, это смещение будет натягом, начальный контакт, очевидно, происходит в точках, определяемых координатами $\theta_1 = 0$, $\theta_n = \pi$, поэтому окружной зазор при начальном контакте

$$\Delta_i = u(1 - \cos 2\theta_i) \operatorname{tg} \alpha + 0,5u(1 - \sin 2\theta_i). \quad (3.9)$$

Подставляя (3.9) в условие совместности деформаций, получим

$$\delta_i = r\psi - u(1 - \cos 2\theta_i) \operatorname{tg} \alpha - 0,5u(1 - \sin 2\theta_i). \quad (3.10)$$

Условие равновесия аналогично тому, что записано для соединения с центрированием по боковым поверхностям, в п. 3.1. Подставляя в него условие совместности деформаций (3.10) и заменяя суммирование интегрированием, получим выражения для угла относительного по-

ворота втулки ψ , окружной силы на i -м зубе N_i и коэффициента неравномерности K_e , приведенные в табл. 3.2. В этих выражениях: $M_e = 0,5uzcBr$ — нагрузочный фактор, α — угол исходного контура (для прямоугольного профиля $\alpha = 0$).

В формулах (I)—(III) рабочий угол $0 < \theta_p < 0,5\pi$ определяется из условия $N_i = 0$, сводящегося к уравнению (IV). В формулах (Ia)—(IIIa) $\theta_p = 0,5\pi$; они справедливы при $N_{i \min} \geq 0$.

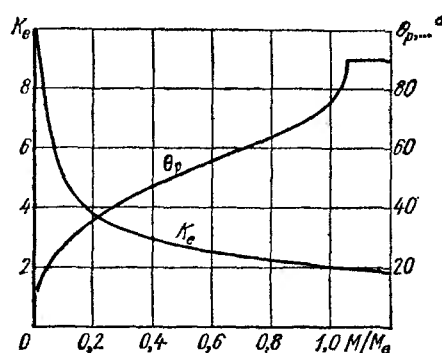


Рис. 3.6. Зависимость коэффициента окружной неравномерности K_e и рабочего угла θ_p от параметра M/M_e

Из формул (III) и (IIIa, б, в) видно, что в стандартных соединениях с $\alpha = 30^\circ$ неравномерность распределения нагрузки от овальности втулки немного выше, чем в прямоугольных ($\text{tg } \alpha = 0,57735 > 0,5$).

Зависимость θ_p и K_e от безразмерного параметра M/M_e для прямоугольного соединения, приведенные на рис. 3.6, аналогичны зависимостям $K_o(M/M_n)$ и $K_o(M/M_\Delta)$ (см. рис. 3.2). Это связано с тем, что основной составляющей ошибок шага Δ является разношаговость от овальности втулки.

Пример. Определить неравномерность распределения нагрузки в соединении $65 \times 2,5 \times 9H/9g$ ($z = 24$) длиной 55 мм, имеющем овальную втулку. Значение овальности $2u = 0,03$ мм. Передаваемый момент $M = 9500$ Н·м.

Решение. Распределенная жесткость зубьев $c = 0,2687 \cdot 10^9$ МПа, средний радиус соединения $r = 3,125$ см (см. пример в п. 3.1).

Т а б л и ц а 3.2. Формулы для расчета деформации соединения и концентрации нагрузки

Условия применения	Расчетные формулы
$\alpha \neq 0;$ $\frac{M}{M_e} < 2 \operatorname{tg} \alpha$	$\Psi = \frac{M}{zcBr^2} \left[\frac{\pi}{2\theta_p} + \frac{M_e}{M} \times \right. \\ \left. \times \left(1 + \operatorname{tg} \alpha - \frac{\sin 2\theta_p}{2\theta_p} \operatorname{tg} \alpha \right) \right] \quad (\text{I})$ $N_i = \frac{M}{zr} \left[\frac{\pi}{2\theta_p} + \frac{M_e}{M} \times \right. \\ \left. \times \left(2 \operatorname{tg} \alpha \cos 2\theta_i + \sin 2\theta_i - \frac{\sin 2\theta_p}{2\theta_p} \operatorname{tg} \alpha \right) \right] \quad (\text{II})$ $K_e = \frac{\pi}{2\theta_p} + \frac{M_e}{M} \left(2 - \frac{\sin 2\theta_p}{2\theta_p} \right) \operatorname{tg} \alpha \quad (\text{III})$ $\frac{\pi}{2\theta_p} - \frac{M_e}{M} \left(\frac{\sin 2\theta_p}{2\theta_p} \operatorname{tg} \alpha - \right. \\ \left. - 2 \operatorname{tg} \alpha \cos 2\theta_p - \sin 2\theta_p \right) = 0 \quad (\text{IV})$
$\alpha \neq 0;$ $\frac{M}{M_e} \geq 1$	$\Psi = \frac{M}{zcBr^2} \left[1 + \frac{M_e}{M} (1 + \operatorname{tg} \alpha) \right] \quad (\text{Ia})$ $N_i = \frac{M}{zr} \left[1 + \frac{M_e}{M} (2 \operatorname{tg} \alpha \cos 2\theta_i + \sin 2\theta_i) \right] \quad (\text{IIa})$ $K_e = 1 + 2 \frac{M_e}{M} \operatorname{tg} \alpha \quad (\text{IIIa})$
$\alpha = 0;$ $\frac{M}{M_e} < 1$	$K_e = \frac{\pi}{2\theta_p} + \frac{M_e}{M} \quad (\text{IIIб})$
$\alpha = 0;$ $\frac{M}{M_e} \geq 1$	$K_e = 1 + \frac{M_e}{M} \quad (\text{IIIв})$
$\alpha = 0;$ $\frac{M}{M_e} < 1$	$\frac{\pi}{2\theta_p} - \frac{M_e}{M} \left(\frac{\sin 2\theta_p}{2\theta_p} - \cos 2\theta_p \right) \quad (\text{IVa})$

Нагрузочный фактор

$$M_e = 0,5uzcBr = 0,5 \cdot 15 \cdot 10^{-6} \cdot 24 \cdot 0,2687 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 5,5 \cdot 10^{-2} \cdot 3,125 \cdot 10^{-2} = 7980 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Безразмерный параметр нагрузки

$$\frac{M}{M_e} = \frac{9500}{7980} = 1,1904 > 2 \operatorname{tg} \alpha = 2 \operatorname{tg} 30^\circ = 1,1547,$$

следовательно, нагружены все зубья. Коэффициент окружной неравномерности определится по формуле (11a) из табл. 3.2.

$$K_e = 1 + \frac{1}{1,1904} \operatorname{tg} 30^\circ = 1,97.$$

3.3. Окружная неравномерность распределения нагрузки, вызванная поперечной силой

Поперечной силой для соединений зубчатых колес является нормальное усилие в зацеплении, для соединений шкивов ременных передач — суммарное натяжение ветвей ремня, для соединений звездочек цепных передач — окружное усилие и т. д. Во всех случаях поперечная сила остается неподвижной, следовательно, нагрузка, приложенная к соединению, имеет циркуляционный характер. После приработки соединения (происходящей довольно быстро — за 2—3 % срока службы) окружная неравномерность связана только с действием поперечной силы.

В общем случае поперечная сила уравнивается геометрической суммой окружных сил на зубьях втулки и реакцией центрирующей поверхности, а момент окружной силы — суммой моментов окружных сил. Отсюда следует, что нагрузку, передаваемую i -й парой зубьев, можно найти, решив $z - 1$ раз статически неопределимую задачу о равновесии втулки [6, 12, 15, 22]. Если считать, что вал и втулка под действием нагрузки не меняют своей формы (круглые поверхности остаются круглыми), условия равновесия без учета сил трения можно записать в виде (см. схему на рис. 3.7):

$$\sum_1^{z_p} N_i \cos \theta_i + N_0 - P = 0; \quad \sum_1^{z_p} N_i \sin \theta_i = 0; \quad \sum_1^{z_p} N_i r - Pr_0 = 0,$$

где N_i — окружная сила, приложенная к i -му зубу;
 θ_i — координатный угол, отсчитываемый от плоскости,

перпендикулярной к линии действия поперечной силы; N_0 — реакция центрирующей поверхности; P — поперечная сила; r — средний радиус соединения; r_0 — плечо поперечной силы.

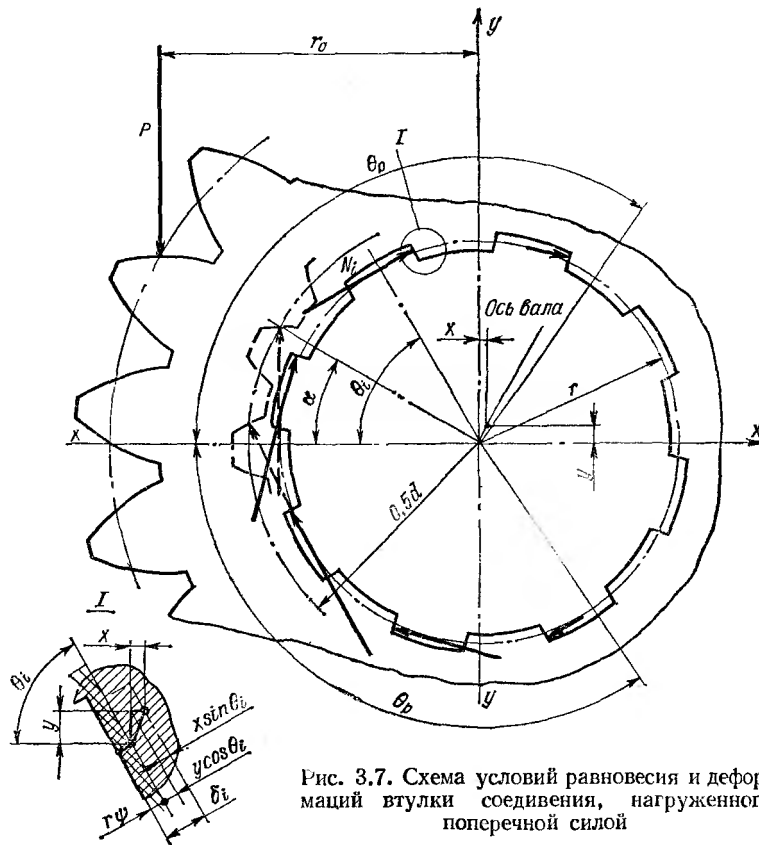


Рис. 3.7. Схема условий равновесия и деформаций втулки соединения, нагруженного поперечной силой

Условие совместности деформаций, следующее из схемы, таково:

$$\delta_i = r\psi + y \cos \theta_i - x \sin \theta_i, \quad (3.11)$$

где ψ — угловая деформация соединения; x, y — проекции поперечного смещения втулки ε на направление поперечной силы и перпендикулярное к ней.

Из (3.11) следует, что в зависимости от соотношения угловой и поперечной деформации часть пар зубьев может иметь зазор ($\delta_i \leq 0$), т. е. быть свободной от нагрузки.

Окружная сила на i -м зубе

$$N_i = cB (r\psi + y \cos \theta_i - x \sin \theta_i). \quad (3.12)$$

Реакция центрирующей поверхности

$$N_0 = c_0B (y - 0,5\Delta_0) = k_c cB (y - 0,5\Delta_0), \quad (3.13)$$

где c_0 — распределенная жесткость в контакте центрирующих поверхностей; c — распределенная жесткость в контакте пары зубьев; k_c — отношение этих жесткостей; B — длина соединения; Δ_0 — диаметральный зазор между центрирующими поверхностями.

Подставив (3.12) и (3.13) в уравнения равновесия и заменив суммирование интегрированием в пределах рабочего угла θ_p , внутри которого $\delta_i > 0$, получим выражения для угла поворота втулки относительно вала ψ , поперечного смещения втулки y , нагрузки на центрирующей поверхности N_0 , окружной силы на i -м зубе N_i и коэффициента окружной неравномерности от поперечной силы K_ψ , приведенные в табл. 3.3. В этих выражениях: $\beta = 2\pi/z$ — угловой шаг соединения; $\Psi = r/r_0 = Pr/M$ — безразмерный коэффициент нагрузки, характеризующий соотношение поперечной силы, крутящего момента и размера соединения; $k_p = 1 + 0,5k_c cB\Delta_0/P$ — коэффициент, отражающий влияние зазора между центрирующими поверхностями на распределение нагрузки; безразмерный коэффициент S_p определяется по формуле (3.6).

В формулах (I)–(V) рабочий угол θ_p определяется из условия $N_i = 0$, сводящегося к трансцендентному уравнению (VI). В формулах (Iб)–(Vб) подразумевается, что поперечное смещение втулки меньше половины диаметрального зазора между центрирующими поверхностями, поэтому последние не контактируют, следовательно, $N_0 = 0$; $k_p = 1$ и $k_c = 0$. Рабочий угол определяется из (VIб), являющегося модификацией уравнения (VI) для этих условий. В формулах (Iа)–(Va) $\theta_p = \pi$; они справедливы, когда $N_{i \min} \geq 0$. В формулах (Iв)–(Vв) также $\theta_p = \pi$ и одновременно $N_0 = 0$.

Нагрузка на центрирующих поверхностях появляется, когда поперечное смещение втулки больше радиального

Таблица 3.3. Формулы для расчета деформаций соединения и концентрации нагрузки

Условия применения	Расчетные формулы
<p>Фактическое центрирование по диаметру: $y > 0,5\Delta_0$; $\Psi > 0,5 \frac{z + 2k_c}{zk_p}$</p>	$\Psi = \frac{\pi}{\theta_p} \frac{P}{zcB\Psi r} \times$ $\times \left(1 - 2 \frac{\sin \theta_p}{\theta_p} \frac{\Psi \theta_p k_p - \sin \theta_p}{S_p + \beta k_c} \right) \quad (I)$ $y = 2 \frac{\pi}{\theta_p} \frac{P}{zcB\Psi} \frac{\Psi \theta_p k_p - \sin \theta_p}{S_p + \beta k_c} \quad (II)$ $N_0 = P \left(1 - k_p + 2 \frac{\pi}{\theta_p} \times \right.$ $\left. \times \frac{\Psi \theta_p k_p - \sin \theta_p}{S_p + \beta k_c} \frac{k_c}{z\Psi} \right) \quad (III)$ $N_t = \frac{\pi}{\theta_p} \frac{P}{z\Psi} \times$ $\times \left[1 + 2 \left(\cos \theta_t - \frac{\sin \theta_p}{\theta_p} \right) \times \right.$ $\left. \times \frac{\Psi \theta_p k_p - \sin \theta_p}{S_p + \beta k_c} \right] \quad (IV)$ $K_\Psi = -\frac{\pi}{\theta_p} \left[1 + 2 \left(1 - \frac{\sin \theta_p}{\theta_p} \right) \times \right.$ $\left. \times \frac{\Psi \theta_p k_p - \sin \theta_p}{S_p + \beta k_c} \right] \quad (V)$ $1 + 2\Psi k_p \left(\cos \theta_p - \frac{\sin \theta_p}{\theta_p} \right) -$ $-\frac{\sin 2\theta_p}{2\theta_p} + \frac{\beta k_c}{\theta_p} = 0 \quad (VI)$
<p>Фактическое центрирование по диаметру: $y > 0,5\Delta_0$; $\Psi \leq 0,5 \frac{z + 2k_c}{zk_p}$</p>	$\Psi = \frac{P}{zcB\Psi r} \quad (Ia)$ $y = 2 \frac{P}{cB} \frac{k_p}{z + 2k_c} \quad (II)$ $N_0 = P \left(1 - k_p + 2 \frac{k_c k_p}{z + 2k_c} \right) \quad (IIIa)$ $N_t = \frac{P}{z\Psi} \left(1 + 2\Psi \frac{zk_p}{z + 2k_c} \cos \theta_t \right) \quad (IVa)$ $K_\Psi = 1 + 2\Psi \frac{zk_p}{z + 2k_c} \quad (Va)$

Продолжение табл. 3.3

Условия применения	Расчетные формулы
<p>Фактическое центрирование по боковым поверхностям: $y < 0,5\Delta_0$; $\Psi > 0,5$</p>	$\psi = \frac{\pi}{\theta_p} \frac{P}{zcB\Psi r} \times$ $\times \left(1 - 2 \frac{\sin \theta_p}{\theta_p} \frac{\Psi \theta_p - \sin \theta_p}{S_p} \right) \quad (16)$ $y = 2 \frac{\pi}{\theta_p} \frac{P}{zcB\Psi} \frac{\Psi \theta_p - \sin \theta_p}{S_p} \quad (116)$ $N_0 = 0 \quad (1116)$ $N_l = \frac{\pi}{\theta_p} \frac{P}{z\Psi} \times$ $\times \left[1 + 2 \left(\cos \theta_l - \frac{\sin \theta_p}{\theta_p} \right) \times \right.$ $\left. \times \frac{\Psi \theta_p - \sin \theta_p}{S_p} \right] \quad (1V6)$ $K_\Psi = \frac{\pi}{\theta_p} \left[1 + 2 \left(1 - \frac{\sin \theta_p}{\theta_p} \right) \times \right.$ $\left. \times \frac{\Psi \theta_p - \sin \theta_p}{S_p} \right] \quad (V6)$ $1 + 2\Psi \left(\cos \theta_p - \frac{\sin \theta_p}{\theta_p} \right) -$ $- \frac{\sin 2\theta_p}{2\theta_p} = 0 \quad (VI6)$
<p>Фактическое центрирование по боковым поверхностям: $y < 0,5\Delta_0$; $\Psi \leq 0,5$</p>	$\psi = \frac{P}{zcB\Psi r} \quad (Iв)$ $y = 2 \frac{P}{zcB} \quad (IIв)$ $N_0 = 0 \quad (IIIв)$ $N_l = \frac{P}{z\Psi} (1 + 2\Psi \cos \theta_l) \quad (IVв)$ $K_\Psi = 1 + 2\Psi \quad (Vв)$

зазора ($y > 0,5\Delta_0$); это имеет место в том случае, когда

$$\Psi > \frac{\beta k_c}{S_p(1-k_p) + \beta k_c} \frac{\sin \theta_p}{\theta_p} \quad (3.14)$$

или когда

$$k_p < \frac{z + 2k_c}{z}. \quad (3.15)$$

Если удовлетворяется неравенство (3.15), центрирующие поверхности несут нагрузку при любых значениях

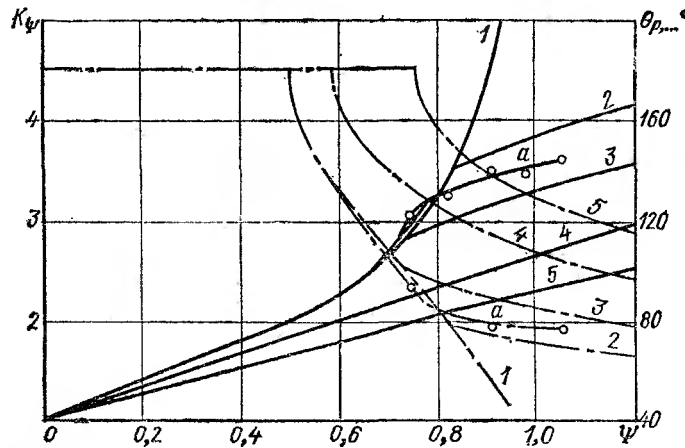


Рис. 3.8. Зависимость K_Ψ и рабочего угла от безразмерного параметра Ψ :

1 — $k_p = 1, k_c = 0$; 2 — $k_p = 3, k_c = 3$; 3 — $k_p = 3, k_c = 5$; 4 — $k_p = 1,5, k_c = 3$; 5 — $k_p = 1,5, k_c = 5$; а — экспериментальные данные; — — — — K_Ψ ; - - - - θ_p

Ψ ; если оно не удовлетворяется, нагрузка на центрирующих поверхностях появляется при выполнении условия (3.14); при этом $y > 0,5\Delta_0$.

На рис. 3.8 и 3.9 показана зависимость рабочего угла θ_p , коэффициента неравномерности и безразмерной величины $y \cdot zcB/P$ от параметра нагрузки с восемью зубьями при различных сочетаниях зазоров и соотношениях жесткости зубьев и центрирования. Там же показана экспериментальная кривая a , полученная автором. Приведенные данные удовлетворительно совпадают с данными

[6, 22, 32]. Точки пересечения кривых 2 и 3 с кривой 1 и перегиб кривой 1 соответствуют выполнению условия (3.14), т. е. появлению нагрузки на центрирующей поверхности.

Из приведенных зависимостей следует, что неравномерность распределения нагрузки в соединении, нагруженном поперечной силой, зависит от трех основных параметров: коэффициента нагрузки, являющегося, в сущности, конструктивной

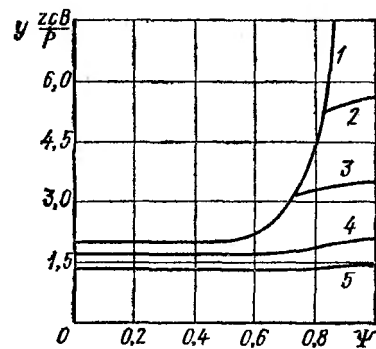


Рис. 3.9. Зависимость относительной деформации $y \cdot zcB/P$ от параметра Ψ :

1, 2, 3, 4, 5 — то же, что на рис. 3.8

характеристикой узла, в который входит соединение; зазора между центрирующими диаметрами соединения; отношения жесткости центрирования к жесткости зубьев. Боковой зазор и поперечная сила на распределение нагрузки не влияют. Число зубьев соединения влияет на распределение нагрузки весьма незначительно: в соединении с шестью зубьями неравномерность распределения нагрузки примерно на 5—12 % выше, чем в соединении с десятью зубьями при прочих равных условиях. Поэтому приведенную на рис. 3.8 зависимость $\theta_p(\Psi)$ и $K_\Psi(\Psi)$ можно использовать для любого числа зубьев без существенной ошибки.

Приведенные выше зависимости выведены для соединения с прямобочными зубьями; они справедливы также и для соединений с эвольвентными зубьями, с той разницей, что во все уравнения должен входить коэффициент нагрузки для эвольвентных зубьев

$$\Psi_{эв} = \frac{mz \cos \alpha}{2r_0} = \frac{mz}{2} \frac{P}{M} \cos \alpha, \quad (3.16)$$

где m — модуль соединения; α — угол исходного контура соединения.

Очевидно, в эвольвентном соединении концентрация нагрузки будет меньше, чем в прямобочном соединении равного размера и одинаково нагруженном.

Экспериментальные данные, полученные Г. И. Скудиным и В. Н. Никитиным [30], а также автором, показывают, что значение коэффициента окружной неравномерности в действительности несколько выше определяемого выражениями (V)—(Va, б, в) из табл. 3.3, например $K_{\Psi}^* = 1 + 2\Psi\alpha$ (где $\alpha = 1,08 \div 1,15$); это, по-видимому, отражает влияние сил трения и податливости втулки. Выражения для K_{Ψ} , полученные с учетом трения, имеют значительно более сложный вид, чем приведенные выше. Так, для соединения с z зубьями, передающего нагрузку без участия центрирующих поверхностей всеми зубьями одновременно,

$$K_{\Psi} = 1 + (2\Psi + 8f/z) \cos 2\beta,$$

где f — коэффициент трения; его значение по данным [15] колеблется от 0,07 до 0,18, по другим данным — может достигать 0,35 и выше. Неравномерность, определенная с учетом трения, оказывается на 3—12 % выше, чем без учета трения, причем разница тем больше, чем меньше рабочий угол θ_p .

Значения Ψ для соединений шестерен и звездочек цепных передач обычно не превышают 0,75, поэтому в таких соединениях бывает нагружено одновременно больше половины зубьев. Для соединений шкивов ременных передач значения Ψ могут быть выше, доходя до 1 и более. Поэтому применять для шкивов зубчатые соединения без какой-либо разгрузки их от поперечной силы нецелесообразно. Для паразитной шестерни $\Psi = \infty$, т. е. поперечная сила не создает момента. Такое применение зубчатого соединения лишено смысла.

Пример. Определить неравномерность распределения нагрузки в соединении шестерни с валом. Шестерня прямозубая, имеет 18 зубьев, модуль 6 мм; окружное усилие на шестерне $P_w = 27\,500$ Н. Соединение прямобочное $d = 8 \times 62 \times 68$, длиной 62 мм. Определить неравномерность для зазоров в центрировании $\Delta_0 = 106$ мкм (посадка H8/e8) и $\Delta_0 = 15$ мкм (посадка H7/j₇).

Решение. Плечо поперечной силы равно радиусу основной окружности шестерни ($\alpha_w = 20^\circ$)

$$r_0 = 0,5m_z \cos \alpha_w = 0,5 \cdot 6 \cdot \cos 20^\circ = 5,074 \text{ см};$$

$$\text{средний радиус соединения } r = (D + d)/4 = (6,8 + 6,2)/4 = 3,25 \text{ см.}$$

Нормальная сила в зацеплении

$$P = P_w / \cos \alpha_w = 27\,500 / \cos 20^\circ = 29\,260 \text{ Н.}$$

Распределенная жесткость пары зубьев при $\lambda = 16$ по формуле (1.34) $c = 2 \cdot 10^5 / 16 = 0,125 \cdot 10^5$ МПа. Распределенную жесткость

в контакте центрирующих поверхностей найдем по (1.35), приняв $k_1 = 0,3 \cdot 10^{-6} \text{ см}^3/\text{Н}$, а длину полоски контакта — равной ширине одной впадины $b_0 \approx 1,2 \text{ см}$, т. е. $c_0 = 1,2/0,3 \cdot 10^{-6} = 0,4 \cdot 10^5 \text{ МПа}$. Безразмерные коэффициенты жесткости и зазора будут соответственно:

$$k_c = c_0/c = (0,4 \cdot 10^5)/(0,125 \cdot 10^5) = 3,2; \quad k_p = 1 + 0,5k_c c B \Delta_0/P;$$

для зазора $\Delta_0 = 106 \text{ мкм}$

$$k_p = 1 + 0,5 \cdot 3,2 \cdot 0,125 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 6,2 \cdot 10^{-2} \cdot 106 \cdot 10^{-6} / 29 \cdot 260 = 4,492,$$

для зазора $\Delta_0 = 15 \text{ мкм}$

$$k_p = 1 + 0,5 \cdot 3,2 \cdot 0,125 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 6,2 \cdot 10^{-2} \cdot 15 \cdot 10^{-6} / 29 \cdot 260 = 1,6357.$$

Угловой шаг соединения $\beta = 2\pi/z = 2 \cdot 3,1416/8 = 0,7854 \text{ рад}$. Коэффициент нагрузки $\Psi = r/r_0 = 3,25/5,074 = 0,6405 > 0,5$.

В а р и а н т 1. Проверим, выполняется ли условие (3.15)

$$\frac{z + 2k_c}{z} = \frac{8 + 2 \cdot 3,2}{8} = 1,8 < k_p = 4,492;$$

условие (3.15) не выполняется; для выбора расчетной зависимости для K_Ψ нужно сравнить поперечную деформацию соединения, центрирующегося по боковым сторонам y , с зазором Δ_0 . Так как $\Psi > 0,5$, $\theta_p < \pi$ и его нужно найти из уравнения (VIб) (табл. 3.3), которое для данного случая примет вид

$$1 + 1,281 \left(\cos \theta_p - \frac{\sin \theta_p}{\theta_p} \right) - \frac{\sin 2\theta_p}{2\theta_p} = 0.$$

Решив его (методом последовательных приближений с линейным интерполированием между степенями) относительно θ_p , находим $\theta_p = 2,1806$, чему соответствует безразмерный коэффициент [формула (3.6)]

$$S_p = 2,1806 + 0,5 \sin 2 \cdot 2,1806 - (2 \sin^2 2,1806/2,1806) = 1,0947.$$

Поперечная деформация по формуле (IIб) из табл. 3.3

$$y = 2 \frac{3,1416}{2,1806} \frac{29 \cdot 260}{8 \cdot 0,125 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 6,2 \cdot 10^{-2} \cdot 0,6405} \frac{0,6405 \cdot 2,1806 - \sin 2,1806}{1,0947} =$$

$$= 11,19 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 11,19 \text{ мкм} < 0,5 \Delta_0 = 0,5 \cdot 106 = 53 \text{ мкм}.$$

Следовательно, центрирующие поверхности нагрузки не передают и K_Ψ следует определять по формуле (Vб) из табл. 3.3:

$$K_\Psi = \frac{3,1416}{2,1806} \left[1 + 2 \left(1 - \frac{\sin 2,1806}{2,1806} \right) \frac{0,6405 \cdot 2,1806 - \sin 2,1806}{1,0947} \right] =$$

$$= 2,388.$$

В а р и а н т 2. Проверив условие (3.15)

$$\frac{8 + 2 \cdot 3,2}{8} = 1,8 < k_p = 1,6357,$$

приходим к выводу, что центрирующие поверхности передают нагрузку при любом Ψ ; поскольку $y = 11,19 \text{ мкм} > 0,5\Delta_0 = 0,5 \cdot 15 = 7,5 \text{ мкм}$ и в то же время

$$\Psi = 0,6405 > 0,5 \frac{z + 2k_c}{zk_p} = 0,5 \frac{8 + 2 \cdot 3,2}{8 \cdot 1,6357} = 0,5502,$$

следует пользоваться формулой (V) из табл. 3.3, предварительно найдя θ_p из уравнения (VI) (табл. 3.3), которое будет иметь вид

$$1 + 2,095 \left(\cos \theta_p - \frac{\sin \theta_p}{\theta_p} \right) - \frac{\sin 2\theta_p}{2\theta_p} + \frac{2,513}{\theta_p} = 0,$$

откуда $\theta_p = 2,5178$, чему соответствует [см. формулу (3.6)]

$$S_p + \beta k_c = 2,5178 + 0,5 \sin 2 \cdot 2,5178 - (2 \sin^2 2,5178)/2,5178 + \\ + 0,7854 \cdot 3,2 = 4,2859.$$

Окружная неравномерность от силы P

$$K_\psi = \frac{3,1416}{2,5178} \left[1 + 2 \left(1 - \frac{\sin 2,5178}{2,5178} \right) \frac{0,6405 \cdot 2,5178 \cdot 1,6357 - \sin 2,5178}{4,2859} \right] = \\ = 2,166.$$

Таким образом, уменьшение зазора между центрирующими поверхностями со 106 до 15 мкм снижает максимальные напряжения смятия в соединении примерно на 10 %.

3.4. Окружная неравномерность распределения нагрузки, вызванная монтажным эксцентриситетом

В узлах, подобных показанному на рис. 1.27, *a*, когда детали, входящие в соединение, имеют собственные опоры, всегда имеет место несоосность деталей соединения. Эта несоосность складывается из радиального смещения — эксцентриситета и углового перекоса. Ниже рассмотрим влияние эксцентриситета; влияние перекоса рассматривается в п. 4.6.

Для того чтобы сборка соединения происходила без натяга, необходимо выдержать условия свободной сборки, смысл которых в том, что эксцентриситет не должен превосходить половины зазора любого из сопряжений соединения:

$$0,5(d_{A \min} - d_{B \max}) \geq \epsilon; \quad 0,5(D_{A \min} - D_{B \max}) \geq \epsilon; \\ 0,5(b_{A \min} - b_{B \max}) \geq \epsilon, \quad (3.17)$$

где d , D — внутренний и наружный (номинальный) диаметры; индекс A относится к втулке, B — к валу; b_A — ширина впадины отверстия; b_B — толщина зуба вала.

Задача определения нагрузки на i -м зубе соединения $z - 1$ раз статически неопределима. Уравнения статики (без учета сил трения, рис. 3.10):

$$\sum_1^{z_p} N_i r - M = 0; \quad \sum_1^{z_p} N_i \cos \theta_i - N_0 = 0; \quad \sum_1^{z_p} N_i \sin \theta_i = 0,$$

где $z_p \leq z$ — число зубьев, одновременно передающих нагрузку; N_i — текущая реакция на зубе; N_0 — реакция

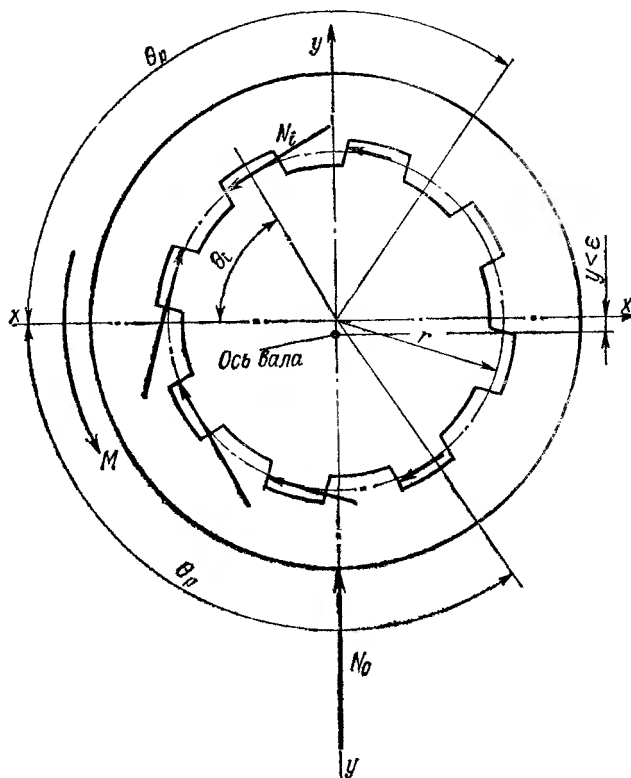


Рис. 3.10. Схема условий равновесия втулки зубчатого соединения при монтажном эксцентриситете

опоры втулки (равная реакции опоры вала); θ_i — угловая координата i -й пары, отсчитываемая от оси xx , перпендикулярной к направлению эксцентриситета e .

Характер нагрузки определяется видом избыточной связи, вызвавшей эксцентриситет. Если эта связь осуществляется через внешние относительно соединения детали, например подшипники и корпус, как на рис. 1.27, *a*, нагружение будет циркуляционным. Если связь осуществляется непосредственно между втулкой и валом, например через центрирующие кольца (см. рис. 1.6), она вращается вместе с соединением, и нагрузка будет стационарной. В первом случае после приработки разнозазорность отсутствует, во втором — сохраняется и ее можно учесть методом наложения, так как ее действие независимо от эксцентриситета. При таком допущении условие совместности деформаций имеет вид (см. схему на рис. 3.10, ось yy направлена вдоль эксцентриситета)

$$\delta_i = r\psi + y \cos \theta_i, \quad (3.18)$$

где r — средний радиус соединения; ψ — угловая деформация соединения; y, x — проекции поперечной деформации на оси координат ($y < \varepsilon$ за счет податливости опор).

Текущая реакция на зубе

$$N_i = cB(r\psi + y \cos \theta_i), \quad (3.19)$$

где c — распределенная жесткость пары зубьев; B — длина соединения.

Реакция опоры

$$N_0 = c_0(\varepsilon - y) B = k_e c B (\varepsilon - y), \quad (3.20)$$

где c_0 — жесткость опор, отнесенная к длине соединения, $k_e = c_0/c$. В общем случае

$$c_0 = \frac{1}{B(1/c_A + 1/c_B)}, \quad (3.21)$$

где c_A, c_B — жесткость опор соответственно втулки и вала.

По данным [19] практически вся податливость узла, подобного показанному на рис. 1.27, *a*, сосредоточена в опорах, поэтому в (3.21) можно учитывать только жесткость подшипников.

В результате совместного решения уравнений равновесия и системы (3.19) с учетом (3.20) (суммирование заменено интегрированием в пределах рабочего угла, внутри которого $\delta_i > 0$) получим выражения для поворота втулки относительно вала ψ , поперечного смещения втулки (рабочего эксцентриситета) y , нагрузки на опоры втулки и

вала N_0 , окружной силы на i -м зубе N_i и коэффициента неравномерности K_ϵ , приведенные в табл. 3.4. В этих выражениях: $\beta = 2\pi/z$ — угловой шаг соединения, $M_\epsilon = k_\epsilon c B \epsilon r$ — нагрузочный фактор; коэффициент S_p определяется по формуле (3.6).

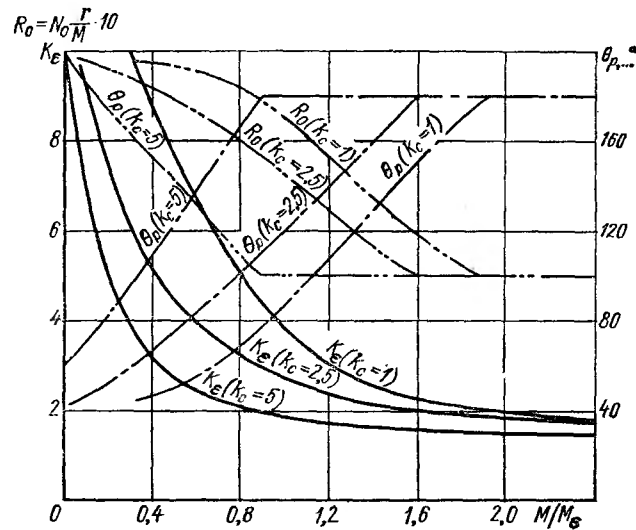


Рис. 3.11. Зависимость коэффициента окружной неравномерности K_ϵ , относительной реактивной силы $R_0 = N_0 r / M$ и рабочего угла θ_p от параметра M/M_ϵ

В формулах (I)–(V) рабочий угол θ_p определяется из условия $N_i = 0$, приводящегося к трансцендентному уравнению (VI). В формулах (I)–(Va) предполагается $\theta_p = \pi$, что справедливо при $N_{i \min} \geq 0$.

На рис. 3.11 показаны зависимости рабочего угла и коэффициента неравномерности от безразмерного параметра M/M_ϵ . Там же приведена зависимость безразмерной величины $R_0 = N_0 r / M$ от того же параметра. Из зависимостей, приведенных в табл. 3.4 и на рис. 3.11, следует, что неравномерность распределения нагрузки и нагрузка на опоры вала (втулки) возрастает с увеличением жесткости зубьев, длины соединения, жесткости опор и исходного (монтажного) эксцентриситета, причем наибольшее влияние оказывают два последних фактора.

Таблица 3.4. Формулы для расчета деформаций соединения и концентрации нагрузки

Условия применения	Расчетные формулы
$\frac{M}{M_e} < \frac{2z}{z + 2k_c}$	$\psi = \frac{M}{zcBr^2} \left[\frac{\pi}{\theta_p} - 2\pi \frac{\sin \theta_p}{\theta_p} \times \right. \\ \left. \times \left(\frac{M_e}{M} - \frac{\sin \theta_p}{\theta_p} \right) \frac{1}{S_p + \beta k_c} \right] \quad (I)$ $y = \frac{M}{zcBr} \left(\frac{M_e}{M} - \frac{\sin \theta_p}{\theta_p} \right) \frac{2\pi}{S_p + \beta k_c} \quad (II)$ $N_0 = \frac{M_e}{r} \left[1 + \left(\frac{M}{M_e} \frac{\sin \theta_p}{\theta_p} - 1 \right) \times \right. \\ \left. \times \frac{\beta k_c}{S_p + \beta k_c} \right] \quad (III)$ $N_t = \frac{M}{zr} \left[\frac{\pi}{\theta_p} + \left(\frac{M_e}{M} - \frac{\sin \theta_p}{\theta_p} \right) \times \right. \\ \left. \times \left(\cos \theta_t - \frac{\sin \theta_p}{\theta_p} \right) \frac{2\pi}{S_p + \beta k_c} \right] \quad (IV)$ $K_e = \frac{\pi}{\theta_p} + \left(\frac{M_e}{M} - \frac{\sin \theta_p}{\theta_p} \right) \times \\ \times \left(1 - \frac{\sin \theta_p}{\theta_p} \right) \frac{2\pi}{S_p + \beta k_c} \quad (V)$ $1 - 2 \frac{M_e}{M} \left(\frac{\sin \theta_p}{\theta_p} - \cos \theta_p \right) + \frac{\beta k_c}{\theta_p} = 0 \quad (VI)$
$\frac{M}{M_e} \geq \frac{2z}{z + 2k_c}$	$\psi = \frac{M}{zcBr^2} \quad (Ia)$ $y = 2 \frac{M_e}{cBr} \frac{1}{z + 2k_c} = e \frac{2k_c}{z + 2k_c} \quad (IIa)$ $N_0 = \frac{M_e}{r} \left(1 - \frac{2k_c}{z + 2k_c} \right) \quad (IIIa)$ $N_t = \frac{M}{zr} \left(1 + 2 \frac{M_e}{M} \frac{z}{z + 2k_c} \cos \theta_t \right) \quad (IVa)$ $K_e = 1 + 2 \frac{M_e}{M} \frac{z}{z + 2k_c} \quad (Va)$

Пример. Определить максимальное напряжение смятия и дополнительную нагрузку на опоры узла, показанного на рис. 1.27, а, при следующих условиях: соединение длиной 25 мм, $D = 6 \times 23 \times 26H8/e8 \times 6F8/d9$ передает момент $M = 87,5$ Н·м. Ожидаемый эксцентриситет $e = 0,015$ мм. Опоры втулки — радиальные шарикоподшипники, опоры вала — подшипники скольжения. Жесткость опор принять заданной (вообще она может определяться, например, по зависимостям [19]): $c_A = 0,6 \cdot 10^5$ МПа·см, $c_B = 8 \cdot 10^5$ МПа·см.

Решение. Проверим, соблюдается ли условие сборки (3.17):

$$0,5 (D_{A \min} - D_{B \max}) = 0,5 (26 - 25,96) = 0,02 \text{ мм} > e = 0,015 \text{ мм};$$

$$0,5 (b_{A \min} - b_{B \max}) = 0,5 (6,017 - 5,965) = 0,025 \text{ мм} > e.$$

Зазор между внутренними диаметрами намного больше, чем между наружными, так что условие сборки соблюдается.

Средний радиус соединения $r = (D + d)/4 = (2,6 + 2,3)/4 = 1,225$ см. Угловой шаг $\beta = 2\pi/z = 2 \cdot 3,1416/6 = 1,0472$ рад.

Распределенную жесткость зубьев найдем по формуле (1.34), приняв $\lambda = 15$:

$$c = 2 \cdot 10^5/15 = 0,1333 \cdot 10^5 \text{ МПа}.$$

Распределенную жесткость опор получим по формуле (3.21):

$$c_0 = \frac{10^5}{2,5 (1/8 + 1/0,6)} = 0,2087 \cdot 10^5 \text{ МПа};$$

$$k_c = 0,2087 \cdot 10^5 / (0,1333 \cdot 10^5) = 1,5656.$$

Нагрузочный фактор

$$M_e = k_c c_B r e = 1,5656 \cdot 0,1333 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 2,5 \cdot 10^{-2} \cdot 1,225 \cdot 10^{-2} \cdot 15 \cdot 10^{-6} = 90 \text{ Н·м}.$$

Безразмерный параметр нагрузки

$$\frac{M}{M_e} = \frac{87,5}{90} = 0,9722 < 2 \frac{z}{z + 2k_c} = 2 \frac{6}{6 + 2 \cdot 1,5656} = 1,3142,$$

следовательно, рабочий угол $\theta_p < \pi$. В формулу для коэффициента неравномерности (табл. 3.4) нужно подставить его значение, полученное из уравнения (VI) (табл. 3.4), которое примет вид

$$1 - 2,052 \left(\frac{\sin \theta_p}{\theta_p} - \cos \theta_p \right) + \frac{1,6395}{\theta_p} = 0.$$

Решив это уравнение (методом последовательных приближений), получаем $\theta_p = 2,0207$ рад ($\sim 116^\circ$), которому соответствует коэффициент [см. формулу (3.6)]

$$S_p + \beta k_c = 2,0207 + 0,5 \sin 2,0207 - (2 \sin^2 2,0207)/2,0207 + 1,0472 \times 1,5656 = 2,466.$$

Коэффициент неравномерности

$$K_e = \frac{3,1416}{2,0207} + \left(\frac{1}{0,9722} - \frac{\sin 2,0207}{2,0207} \right) \left(1 - \frac{\sin 2,0207}{2,0207} \right) \frac{2 \cdot 3,1416}{2,466} = 2,378.$$

Максимальное напряжение смятия

$$\sigma_{\max} = K_e \sigma_{\text{ср}} = K_e \frac{M}{S_{FB}} = 2,378 \frac{87,5}{0,66 \cdot 10^{-4} \cdot 2,5 \cdot 10^{-2}} 10^{-8} = 126,1 \text{ МПа.}$$

Нагрузка на опоры по формуле (III) из табл. 3.4

$$N_0 = \frac{90}{1,225 \cdot 10^{-2}} \left[1 + \left(0,9722 \frac{\sin 2,0207}{2,0207} - 1 \right) \frac{1,0472 \cdot 1,5656}{2,466} \right] = 6347 \text{ Н.}$$

3.5. Концентрация давлений по высоте зуба (глубине захода)

При определении закона распределения контактных давлений по глубине захода можно исходить из двух предельных предположений: во-первых, контакт пары зубьев можно представить как контакт двух весьма тонких консольных пластин, и, во-вторых, считать, что имеет место поверхностный контакт массивных тел, объемными деформациями которых можно пренебречь.

В первом случае придется сделать вывод, что возможна лишь одна точка контакта, а именно: та, где упругие оси контактирующих пластин имеют общую касательную. Ее положение определится соотношением изгибных жесткостей, т. е. она будет расположена ближе к заделке менее жесткой пластины.

Для второго предельного случая возможна (если пренебречь краевыми эффектами) равномерно распределенная по глубине захода нагрузка. Экспериментально установлено [3], что фактическая эпюра распределения нагрузки по высоте прямого зуба имеет форму трапеции, вырождающейся в треугольник при загрузке не на полную глубину захода. На распределение нагрузки влияет ее уровень, зазор Δ_b и форма поперечного сечения зуба. Если, например, зазор между прямым зубом и впадиной равен Δ_b , то в зависимости от передаваемой

этой парой нагрузки распределение последней будет соответствовать схемам, представленным на рис. 3.12.

При начальном контакте (рис. 3.12, а) угол относительного поворота в соединении определяется зазором Δ_b , т. е. $\psi_0 = \Delta_b/D$; при небольшой нагрузке (рис. 3.12, б, в) эпюра ее имеет форму треугольника с основанием, меньшим глубины захода, а угол относительного поворота $\psi \leq \psi_0 + \Delta_b/d$, а при $\psi > \Delta_b(1/D + 1/d)$ эпюра принимает трапециевидальную форму (рис. 3.12, г).

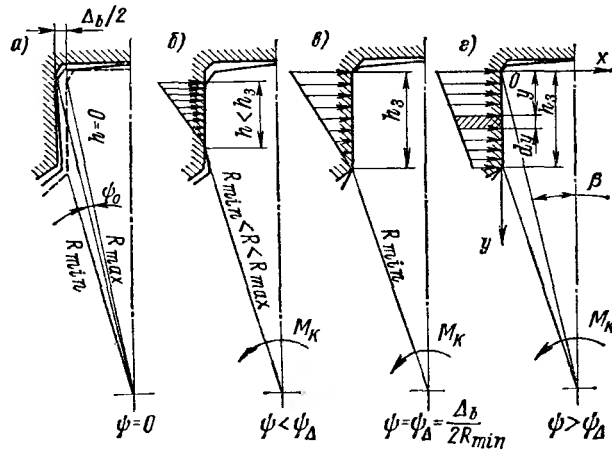


Рис. 3.12. Характер распределения нагрузки по глубине захода в зависимости от уровня передаваемой нагрузки

Среднее напряжение смятия согласно схемам, представленным на рис. 3.12, определится так:

$$\sigma_{\text{ср}} = \frac{1}{h_a K} \int_0^{h_a} \left[\frac{(0,5D - y) \psi}{\cos \beta} - 0,5\Delta_b \right] dy, \quad (3.22)$$

где K — коэффициент податливости в контакте.

Пренебрегая изменением угла β по глубине захода, можем принять

$$\cos \beta \approx \sqrt{D^2 - b^2}/D.$$

Максимальное напряжение смятия

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{1}{K} \left(\frac{D^2 \psi}{2\sqrt{D^2 - b^2}} - 0,5\Delta_b \right). \quad (3.23)$$

Коэффициент неравномерности распределения нагрузки K_h является отношением максимального напряжения к среднему. При $\psi \geq \Delta_b (D + d)/(Dd)$

$$K_h = \frac{1}{1 - \frac{(D + d) h_3}{D^2 + Dd - d\sqrt{D^2 - b^2}}} \quad (3.24)$$

Из формулы (3.24) следует, что K_h с уменьшением Δ_b стремится к величине

$$K_h^* = D/(D - h_3). \quad (3.25)$$

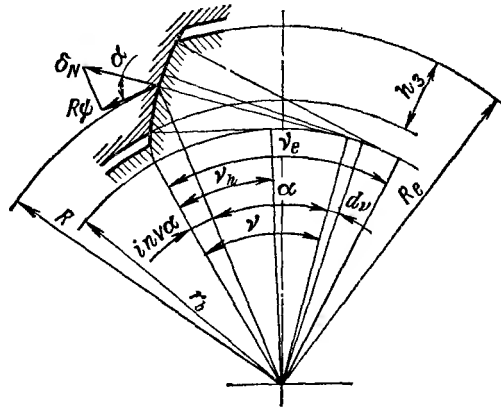


Рис. 3.13. Нормальное перемещение элемента рабочей поверхности эвольвентного зуба

Для эвольвентных зубьев нормальное перемещение элемента поверхности, определяемое радиусом R (рис. 3.13),

$$\delta_N = \psi R / \cos \alpha = \psi r_b (v^2 + 1), \quad (3.26)$$

где r_b — радиус основной окружности соединения; v — угол развернутости эвольвенты, соответствующий радиусу R .

Среднее напряжение смятия на длине контакта l_3 , соответствующей глубине захода h_3 ,

$$l_3 = 0,5 r_b (v_e^2 - v_h^2), \quad (3.27)$$

где $v_e = \alpha_e + \text{inv } \alpha_e$ — угол развернутости эвольвенты, соответствующий окружности выступов вала; $v_h =$

$= \alpha_h + \text{inv } \alpha_h$ — угол развернутости, соответствующий окружности выступов втулки, определяется по формуле

$$\sigma_{\text{ср}} = \frac{r_b}{l_3 K} \int_{v_h}^{v_e} [\psi r_b (v^2 + 1) - 0,5 \Delta_b] v dv. \quad (3.28)$$

Подставив l_3 и выполнив интегрирование, получим

$$\sigma_{\text{ср}} = \frac{\psi r_b}{K} \left(\frac{v_e^2 + v_h^2}{2} - \frac{\Delta_b}{r_b} + 1 \right). \quad (3.29)$$

Максимальное напряжение смятия

$$\sigma_{\text{max}} = \psi r_b (v_e^2 + 1) / K. \quad (3.30)$$

Из (3.28)—(3.30) следует, что при загрузке зуба на полную глубину захода

$$K_h = \frac{2}{1 + \frac{\cos^2 \alpha_e}{\cos^2 \alpha_h} - \frac{\Delta_b}{r_b} \cos^2 \alpha_e}. \quad (3.31)$$

Таким образом, концентрация нагрузки по глубине захода эвольвентного соединения зависит только от его геометрических параметров и бокового зазора.

Для треугольных зубьев величину K_h можно принимать равной коэффициенту неравномерности для эвольвентных зубьев, т. е. определять его по формуле (3.31); при этом угол исходного контура α следует считать равным углу профиля треугольных зубьев.

3.6. Крутильная и поперечная жесткость плоского зубчатого соединения

Крутильной жесткостью зубчатого соединения считают предел отношения приращения крутящего момента ΔM к приращению относительного поворота вала и втулки $\Delta \psi$

$$c_\psi = \lim_{\Delta \psi \rightarrow 0} \frac{\Delta M}{\Delta \psi} = \frac{dM}{d\psi}. \quad (3.32)$$

Поперечной жесткостью считают предел отношения приращения поперечной силы ΔP к приращению поперечного относительного перемещения втулки и вала Δy в направлении силы

$$c_y = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta y} = \frac{dP}{dy}. \quad (3.33)$$

Крутильная и поперечная жесткость соединения зависят от его размеров, жесткости его элементов, точности

Таблица 3.5. Формулы для расчета крутильной жесткости

Условия применения	Расчетные формулы
<p>Центрирование по диаметру ($k_{\Delta} < 1$):</p> $\frac{M}{M_H} < 2k_c \frac{1 - k_{\Delta}}{z + 2k_c}$ $\frac{M}{M_H} \geq 2k_c \frac{1 - k_{\Delta}}{z + 2k_c}$	$c_{\psi} = \frac{zcBr^2\theta_p^2 (S_p + \beta k_c)}{\pi\theta_p (S_p + \beta k_c) + 2\pi \sin^2\theta_p + \frac{M_H}{M} [\theta_p^2 (S_p + \beta k_c) - \theta_p \sin\theta_p (1 - k_{\Delta}) \beta k_c]} \quad (I)$ $c_{\psi} = \frac{zcBr^2}{1 + M_H/M} \quad (Ia)$
<p>Центрирование по бокам зубьев ($k_{\Delta} \geq 1$):</p> $\frac{M}{M_{\Delta}} < 1$ $\frac{M}{M_{\Delta}} \geq 1$	$c_{\psi} = \frac{2zcBr^2\theta_p}{\pi + M_{\Delta}/M (2\theta_p - \sin 2\theta_p)} \quad (II)$ $c_{\psi} = \frac{zcBr^2}{1 + M_{\Delta}/M} \quad (IIa)$
<p>Соединение с овальной втулкой:</p> $M/M_e < 2 \operatorname{tg} \alpha;$ <p>при $\alpha = 0$ $M/M_e < 1$</p> $M/M_e \geq 2 \operatorname{tg} \alpha;$ <p>при $\alpha = 0$ $M/M_e \geq 1$</p>	$c_{\psi} = \frac{2zcBr^2\theta_p}{\pi + M_e/M (2\theta_p + 2\theta_p \operatorname{tg} \alpha - \sin 2\theta_p \operatorname{tg} \alpha)} \quad (III)$ $c_{\psi} = \frac{zcBr^2}{1 + M_e/M (1 + \operatorname{tg} \alpha)} \quad (IIIa)$
<p>Соединение, передающее крутящий момент и поперечную силу:</p> $y > 0,5\Delta_0;$ $\Psi > 0,5 \frac{z + 2k_c}{zk_p}$ $y > 0,5\Delta_0;$ $\Psi < 0,5 \frac{z + 2k_c}{zk_p}$	$c_{\psi} = \frac{zcBr^2\theta_p^2 (S_p + \beta k_c)}{\pi [\theta_p (S_p + \beta k_c) - 2 (\Psi\theta_p k_p - \sin\theta_p) \sin\theta_p]} \quad (IV)$ $c_{\psi} = zcBr^2 \quad (IVa)$

Продолжение табл. 8.5

Условия применения	Расчетные формулы
$y \leq 0,5\Delta_0; \quad \Psi > 0,5$ $y \leq 0,5\Delta_0; \quad \Psi \leq 0,5$	$c_\psi = \frac{zcBr^2\theta_p^2 S_p}{\pi [\theta_p S_p - 2(\Psi\theta_p - \sin\theta_p)\sin\theta_p]} \quad (IVб)$ $c_\psi = zcBr^2 \quad (IVв)$
Монтажный эксцентриситет: $\frac{M}{M_\varepsilon} < \frac{2z}{z+2k_c}$ $\frac{M}{M_\varepsilon} \geq \frac{2z}{z+2k_c}$	$c_\psi = \frac{zcBr^2\theta_p (S_p + \beta k_c)}{\pi \left[S_p + \beta k_c - 2\theta_p \left(\frac{M_\varepsilon}{M} - \frac{\sin\theta_p}{\theta_p} \right) \right]} \quad (V)$ $c_\psi = zcBr^2 \quad (Va)$

Таблица 3.6. Формулы для расчета поперечной жесткости

Условия применения	Расчетные формулы
$y > 0,5\Delta_0;$ $\Psi > 0,5 \frac{z+2k_c}{zk_p}$	$c_y = \frac{zcB\Psi\theta_p (S_p + \beta k_c)}{2\pi (\Psi\theta_p k_p - \sin\theta_p)} \quad (I)$
$y > 0,5\Delta_0;$ $\Psi \leq 0,5 \frac{z+2k_c}{zk_p}$	$c_y = 0,5cB \frac{z+2k_c}{k_p} \quad (Ia)$
$y \leq 0,5\Delta_0; \quad \Psi > 0,5$	$c_y = \frac{zcB\Psi\theta_p S_p}{2\pi (\Psi\theta_p - \sin\theta_p)} \quad (Iб)$
$y \geq 0,5\Delta_0; \quad \Psi \leq 0,5$	$c_y = 0,5zcB \quad (Iв)$

изготовления, уровня и характера нагрузки. В случае циркуляционного приложения нагрузки жесткость зависит также и от углового положения соединения относительно векторов нагрузки (т. е. меняется в течение одного оборота соединения). В связи с этим условимся называть жесткость, которую имеет соединение в положении, когда $\theta_1 = 0$, а $\theta_i = (i - 1)\beta$ (см. рис. 3.7), фиксированной жесткостью, или просто жесткостью, а жесткость, которую имеет соединение в произвольном положении, когда $\theta_1 \neq 0$, $\theta_i = \theta_1 + (i - 1)\beta$, — текущей жесткостью, которая является функцией угла поворота соединения относительно вектора нагрузки:

$$c'_{\psi, y} = c'_{\psi, y}(\omega t).$$

В данном параграфе приведены зависимости для определения фиксированной жесткости, которая при $\theta_1 = 0$ совпадает с текущей. Величиной жесткости, полученной по формулам данного параграфа, можно пользоваться для статических расчетов, а также для определения собственных частот динамической системы. Для расчета процессов вынужденных и параметрических колебаний необходимо иметь величину текущей жесткости, которая рассматривается в п. 6.3.

На основании (3.32) и (3.33) получены формулы для расчета крутильной жесткости, сведенные в табл. 3.5, и для расчета поперечной жесткости, — сведенные в табл. 3.6.

Формулы (I)—(IIa) относятся к соединению, передающему крутящий момент, формулы (III) и (IIIa) — к соединению с овальной втулкой, передающему крутящий момент, формулы (IV)—(IVb) — к соединению, передающему крутящий момент и поперечную силу, формулы (V) и (Va) — к соединению, передающему крутящий момент при наличии монтажного эксцентриситета. Из этих формул следует, что когда $\theta_p < \pi$ или $0,5\pi$ в формулах (II) и (III), жесткость соединения, передающего крутящий момент, является функцией нагрузки, возрастая с ее увеличением. Жесткость соединения, передающего крутящий момент и поперечную силу при тех же условиях, зависит от конструктивного параметра Ψ . При нагрузке, большей определенного уровня, или параметре Ψ , меньшем определенного предела, когда все зубья нагружены одновременно, крутильная и поперечная жесткость достигают максимального значения и становятся постоянными.

Глава 4

ПРОДОЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НАГРУЗКИ И ДЕФОРМАЦИИ В ЗУБЧАТОМ СОЕДИНЕНИИ

Продольная неравномерность распределения нагрузки в зубчатом соединении вызывается двумя независимо действующими группами причин: технологическими и конструктивными.

К технологическим причинам относятся:

1) отклонение от параллельности и прямолинейности боковых поверхностей зубьев;

2) конусность втулки или вала.

Несложно убедиться, что второй вид погрешности влияет только на соединения с эвольвентным и треугольным профилем и его влияние аналогично первому.

К конструктивным причинам относятся:

1) различные углы закручивания вала и втулки при передаче основной нагрузки — крутящего момента;

2) дополнительные силовые факторы (сложная нагрузка) в виде изгибающих моментов, действующих в плоскости, проходящей через ось соединения;

3) избыточные связи, вызывающие перекос втулки относительно вала.

Первая из этих причин связана с конструктивными особенностями соединения (длина, жесткость вала и ступицы при кручении), вторая и третья — с конструкцией узла, в который входит соединение.

Продольная неравномерность распределения нагрузки оценивается коэффициентом продольной неравномерности, который равен отношению максимальной нагрузки на наиболее нагруженном зубе соединения к средней нагрузке на том же зубе. Общую неравномерность распределения нагрузки можно оценить коэффициентом общей неравномерности, который равен отношению максимальной нагрузки на наиболее нагруженном зубе к средней нагрузке в соединении.

Когда закручивание вала и крутящие моменты вызывают концентрацию нагрузки с разных сторон, следует сравнить общую неравномерность у торцов и для дальнейших расчетов использовать большее из полученных значений.

4.1. Продольная неравномерность распределения нагрузки, вызванная деформациями кручения вала и ступицы

Распределение нагрузки вдоль зубьев соединения, передающего основную нагрузку — крутящий момент M , в принципе может быть найдено путем рассмотрения совместного кручения упругого вала и упругой ступицы для предельного случая бесконечно большого количества пар зубьев.

Однако принципиально возможный путь решения задачи методом теории упругости связан со значительными математическими трудностями. Кроме того, количество пар зубьев в реальных соединениях конечно и сравнительно невелико, в связи с чем возможны существенные погрешности. Инженерный способ решения этой сложной пространственной задачи основан на теории балок на упругом основании в линейной и нелинейной постановке и использовании гипотез сопротивления материалов [6, 7].

Условия совместности деформаций вала и ступицы для произвольного сечения, определяемого продольной координатой u (начало координат помещено в сечении вала, свободном от нагрузки), имеют вид согласно рис. 4.1:

$$v_1 + v_2 = 0,5d_{cp} [\varphi_1(u) - \varphi_2(u)], \quad (4.1)$$

где $v_{1,2}$ — перемещения зубьев вала и втулки с учетом всех видов деформаций; $\varphi_1(u)$ и $\varphi_2(u)$ — углы закручивания вала и втулки в сечении u .

Используя гипотезу Винклера, можно записать

$$c(q)(v_1 + v_2) = \frac{2}{d_{cpz}} \frac{dM_1(u)}{du} = q(u), \quad (4.2)$$

где $c(q)$ — суммарная распределенная жесткость пары зубьев соединения, в общем случае зависящая от нагрузки;

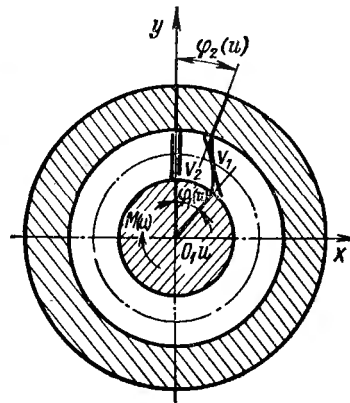


Рис. 4.1. Схема совместной закрутки вала и ступицы

$M_1(u)$ — крутящий момент в сечении вала с координатой u ; $q(u)$ — интенсивность распределенной нагрузки в сечении с координатой u , Н/см.

Подставляя в (4.1) значения углов закручивания $\varphi_1(u)$ и $\varphi_2(u)$ и учитывая соотношение (4.2), получим дифференциальное уравнение кручения, имеющее вид для случая, когда снятие момента производится со стороны подвода:

$$\frac{d^2 M_1(u)}{du^2} - \frac{zc(q)d_{cp}^2}{4} \left[\frac{1}{G_1 J_{p1}(u)} + \frac{1}{G_2 J_{p2}(u)} \right] M_1(u) = 0, \quad (4.3)$$

и для случая, когда снятие момента производится со стороны, противоположной подводу:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 M_1(u)}{du^2} - \frac{zc(q)d_{cp}^2}{4} \left[\frac{1}{G_1 J_{p1}(u)} + \frac{1}{G_2 J_{p2}(u)} \right] M_1(u) + \\ + \frac{zc(q)d_{cp}^2}{4G_2 J_{p2}(u)} M = 0. \end{aligned} \quad (4.3a)$$

Граничные условия для обеих форм уравнения одинаковы:

$$M_1(0) = 0, \quad u = B, \quad M_1(B) = M.$$

В наиболее часто встречающемся случае $G_1 J_{p1} = \text{const}$ и $G_2 J_{p2} = \text{const}$. Величину жесткости пары зубьев при средних напряжениях смятия (более 15 МПа) также можно считать постоянной. При этих условиях дифференциальное уравнение кручения имеет постоянные коэффициенты. Из его решения с учетом (4.2) можно получить выражения для интенсивности нагрузки в соединении. Для случая, когда снятие момента производится со стороны подвода,

$$q(u) = \frac{2M\lambda}{d_{cp} z \text{sh } \lambda B} \text{ch } \lambda u, \quad (4.4)$$

для случая, когда снятие момента производится со стороны, противоположной подводу,

$$\begin{aligned} q(u) = \frac{2M\lambda}{d_{cp} z} \left[1 - \left(\frac{\beta}{\lambda} \right)^2 (1 - \text{ch } \lambda B) \right] \frac{\text{ch } \lambda u}{\text{sh } \lambda B} - \\ - \frac{2\beta^2 M}{d_{cp} z \lambda} \text{sh } \lambda u. \end{aligned} \quad (4.4a)$$

В (4.4) и (4.4а) параметры λ и β определяются формулами:

$$\lambda = \sqrt{\frac{zcd_{cp}^2}{4} \left(\frac{1}{G_1 J_{p1}} + \frac{1}{G_2 J_{p2}} \right)}; \quad (4.5)$$

$$\beta = \sqrt{\frac{zcd_{cp}^2}{4G_2 J_{p2}}}. \quad (4.6)$$

Отнеся максимальную нагрузку $q_{max} = q(B)$ к средней, получим коэффициент продольной неравномерности распределения нагрузки при снятии момента со стороны под вода

$$K_\psi = \lambda B / \text{th } \lambda B; \quad (4.7)$$

при снятии момента со стороны, противоположной подводу,

$$K_\psi = \frac{\lambda B \{1 - (\beta/\lambda)^2 [1 - \text{ch } \lambda B]\}}{\text{th } \lambda B} - \frac{\beta^2 B}{\lambda} \text{sh } \lambda B. \quad (4.7a)$$

На рис. 4.2 приведена зависимость отношения $q(u)$ к средней нагрузке q_{cp} в зависимости от безразмерного параметра λB . С ростом этого параметра неравномерность распределения нагрузки увеличивается.

При сочетании продольной неравномерности с окружной (например, от разнозакорности) в формулы (4.5) и (4.6) следует подставлять условное число зубьев

$$z_p = 20_p / \beta = z0_p / \pi$$

(здесь β — угловой шаг).

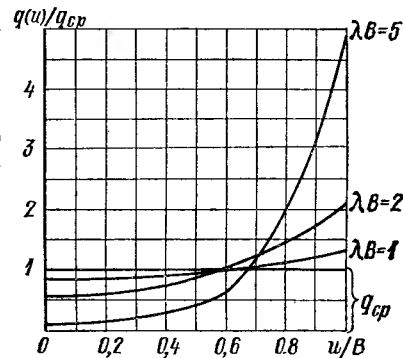


Рис. 4.2. Зависимость продольного распределения нагрузки от параметров жесткости (безразмерной величины λB)

4.2. Влияние формы ступицы на продольную неравномерность распределения нагрузки в зубчатых соединениях

В подавляющем большинстве случаев вал, сплошной или полый, имеет цилиндрическую форму, следовательно, для него $J_{p1} = \text{const}$. Ступицы же далеко не всегда, как

видно из рис. 4.3, имеют столь простую конструкцию. Когда

$$G_1 J_{\rho 1}(u) \ll 0,1 G_2 J_{\rho 2}(u), \quad (4.8)$$

уравнение совместности и выражения для K_{ψ} упрощаются, так как угол закручивания ступицы становится пренебрежимо малым. Неравенство (4.8) будет выполнено, когда при равных упругих характеристиках материалов наруж-

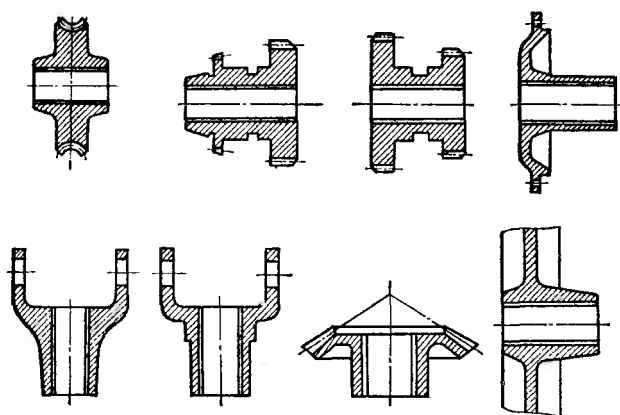


Рис. 4.3. Конструктивные типы ступиц зубчатых соединений

ний диаметр ступицы $D_{ст}$ и средний диаметр соединения $d_{ср}$ находятся в соотношении

$$D_{ст} \geq 1,8 d_{ср}. \quad (4.9)$$

Большинство конструктивных исполнений зубчатых колес, шкивов, полумуфт и других деталей не укладывается в пределы неравенства (4.9). Например, по нормам ЭНИМСа для зубчатых колес коробок передач станков $D_{ст}/d_{ср} = 1,5 \div 1,7$, нормы DIN рекомендуют это отношение брать 1,6 для стальной и 1,8 для чугунной ступицы. В. Н. Кудрявцев рекомендует значение этого отношения, равное 1,5. В конструкциях ступиц деталей транспортных машин (шестерни коробок передач, карданные вилки, фланцы, соединяющие полуоси с диском, и т. д.) это отношение не превосходит 1,3, опускаясь в отдельных случаях до 1,12—1,15.

Для учета фактического влияния формы ступицы необходима квадратура уравнений (4.3)—(4.3а) с учетом вида функции $J_{p2}(u)$. При этом распределенная жесткость $c(q)$ может быть принята постоянной и не зависящей от нагрузки.

Интегрирование уравнения совместности даже при простейшей конической форме ступицы затруднительно.

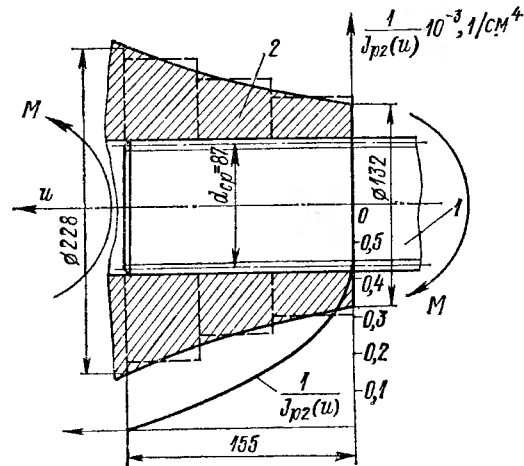


Рис. 4.4. Конусообразная ступица

Однако можно показать, что применение конусообразных ступиц (рис. 4.4) может способствовать выравниванию продольного распределения интенсивности нагрузки.

Действительно, так как

$$M_1(u) = -0,5d_{\text{ср}} \int_B^u q(u) du,$$

то при

$$q(u) = q_{\text{ср}} = \frac{2M}{zd_{\text{ср}}B} = \text{const}$$

$$M_1(u) = M(B-u)/B, \quad M_1''(u) = 0.$$

и из (4.3а) следует, что

$$G_2 J_{p2}(u) = \frac{u}{B-u} G_1 J_{p1}. \quad (4.10)$$

Условие (4.10) следует рассматривать как практически невыполнимый оптимальный предельный случай [при $u = B \quad J_{p2}(B) \rightarrow \infty$ при $u = 0 \quad J_{p2}(0) = 0$].

Для определения функций $q(u)$ и $M_1(u)$ практически пригодны два способа: способ замены ступицы сложной конфигурации ступенчатой ступицей, примерно равновеликой ей по площади осевого сечения (штриховой контур на рис. 4.4), и способ использования электронной аналогии уравнения (4.3а). Первый способ для ступицы, имеющей i ступеней, сводится к решению системы из i линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами (уравнения совместности деформаций для каждого участка) при совместных граничных условиях. Эти условия выражают равенство на концах участков крутящих моментов и их первых производных, пропорциональных интенсивности нагрузки в соединении. Рекомендовать данный способ при ручном методе расчета можно лишь при небольшом количестве участков (два-три). Больше количество требует применения ЭВМ. Второй, более простой способ — определение продольной концентрации нагрузки для соединения со ступицей произвольной конфигурации с помощью использования электронных вычислительных машин непрерывного действия (ЭВМНД) [7]. С этой целью уравнение (4.3а) для машинного решения преобразуется в систему двух дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dM_1(u)}{du} &= q_1 = \frac{z d_{cp}}{2} q(u); \\ \frac{dq_1}{du} &= \frac{z d_{cp}^2}{4G_1 J_{p1}(u)} M_1(u) + \frac{z d_{cp}^2}{4G_2 J_{p2}(u)} M_1(u) - \frac{z d_{cp}^2}{4G_2 J_{p2}(u)} M, \end{aligned} \right\} \quad (4.11)$$

которые в машинном виде (независимая переменная — время решения t) имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\bar{M}_1}{dt} &= a_1 q; \\ \frac{d\bar{q}_1}{dt} &= a_2 M_1 \frac{1}{J_{p1}(t)} - a_3 M_1 \frac{1}{J_{p2}(t)} - a_4 M \frac{1}{J_{p2}(t)}. \end{aligned} \right\} \quad (4.12)$$

Коэффициенты, входящие в систему (4.12), определяются формулами:

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= \bar{m} \frac{|M_{1\max}|}{|M_{1\max}|}; \\ a_2 &= \bar{m} \frac{zcd_{\text{ср}}^2}{4G_1 J_{p1}} \frac{|M_{1\max}|}{|M'_{1\max}|}; \\ a_3 &= \bar{m} \frac{zcd_{\text{ср}}^2}{4G_2 J_{p2}} \frac{|M_{1\max}|}{|M'_{1\max}|}; \\ a_4 &= \bar{m} \frac{zcd_{\text{ср}}^2}{4G_2 J_{p2}} \frac{|M|}{|M'_{1\max}|}. \end{aligned} \right\} \quad (4.13)$$

Функции $\bar{M}_1, M'_1, J_{p1}, J_{p2}$ в системе (4.13) выражаются в вольтах.

Граничные условия исходной задачи заменяем начальными условиями аналоговой: при $u = 0 \quad t = 0, M_1(0) =$

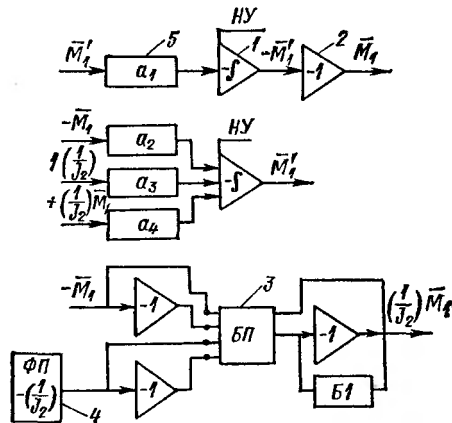


Рис. 4.5. Блок-схема электронного аналога системы уравнений совместности деформаций:

1 — интегратор; 2 — инвертор; 3 — блок перемножения переменных; 4 — функциональный преобразователь; 5 — блок умножения на постоянный коэффициент

$= \bar{M}_1, M_1 = |M_{1\max}|$; при $u = V \quad t = t_{\max}, M_1(V) = 0, M_1 = 0.$

Для определения коэффициентов по формулам (4.13) задаемся максимальными значениями переменных в воль-

тах (например, 50 В) и масштабом аргумента $\bar{t} = B/t_{\max}$, где t_{\max} — принятое время решения задачи (например, 5 с). Используем метод последовательных приближений (задаемся $q \neq 0$) до удовлетворения начальных условий. Блок-схема электронного аналога системы уравнений (4.12) совместности деформаций представлена на рис. 4.5.

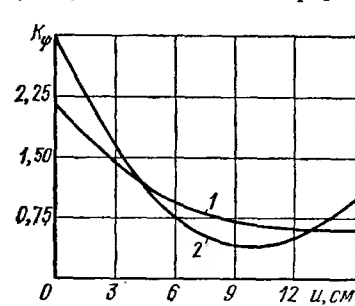


Рис. 4.6. Функция неравномерности $K_{\psi}(u)$:
1 — конусообразная втулка; 2 — цилиндрическая втулка

Результаты решения в виде функции неравномерности $K_{\psi}(u) = q(u)/q_{\text{ср}}$ для конусообразной втулки фланца карданного вала тепловоза [3], имеющей соединение средней серии $D = 10 \times 82 \times 92$, $c = 0,14 \cdot 10^5$ МПа, $G_1 = G_2 = 0,83 \cdot 10^5$ МПа и конфигурацию ступицы, заданную кривой $[J_{r2}(u)]^{-1}$ (см. рис. 4.4), представлены кривой 1 на рис. 4.6. Для сравнения там же приведена функция неравномерности $K_{\psi}(u)$ для цилиндрической втулки (кривая 2), диаметр которой равен меньшему диаметру конусообразной втулки.

Характер кривых показывает, что параметрическое влияние роста момента инерции втулки вместе с ростом передаваемого ею крутящего момента сводится к более благоприятному распределению нагрузок в соединении. Увеличивается загруженность средней части соединения, а при $J_{r1}/J_{r2} = \text{const}$ и $q(0) = q(B)$ минимум нагрузки приходится на середину соединения, одновременно уменьшается и концентрация нагрузки у торца ступицы.

4.3. Продольная неравномерность распределения нагрузки из-за отклонения от параллельности рабочей поверхности зубьев

Если рабочая поверхность зуба имеет отклонение от оси соединения на угол α , то уравнение совместности деформаций вала и ступицы (4.1) принимает вид

$$0,5 [\varphi_1(u) - \varphi_2(u)] d_{\text{ср}} = q(u)/c \pm u\alpha, \quad (4.14)$$

где знак «плюс» берется для случая, когда зазор образуется на стороне максимального момента, знак «минус» — для случая, когда зазор образуется на стороне, где крутящий момент равен 0.

Для первого случая решение уравнения (4.14), проведенное при условии, что $\varphi_2(u) \ll \varphi_1(u)$, позволяет получить следующее выражение для нагрузки, распределенной по соединению:

$$q(u) = \frac{2}{d_{\text{ср}}} \left\{ \left[\lambda M + \frac{\alpha c d_{\text{ср}}}{2\lambda} (\text{ch } \lambda B - 1) \right] \frac{\text{ch } \lambda u}{\text{sh } \lambda B} - \frac{\alpha c d_{\text{ср}}}{2\lambda} \text{sh } \lambda u \right\}; \quad (4.15)$$

при $u = B$ $q(B) = q_{\text{max}}$

$$q(B) = \frac{2\lambda M}{d_{\text{ср}} \text{th } \lambda B} + \frac{\alpha c}{\lambda} \left(-\text{sh } \lambda B + \frac{\text{ch } \lambda B}{\text{th } \lambda B} - \frac{1}{\text{th } \lambda B} \right). \quad (4.16)$$

Коэффициент неравномерности, учитывающий отклонение от параллельности рабочих поверхностей,

$$K_{\alpha} = 1 + \frac{\alpha c d_{\text{ср}} B}{2\lambda M} \left(-\text{sh } \lambda B + \frac{\text{ch } \lambda B - 1}{\text{th } \lambda B} \right). \quad (4.17)$$

Заключенный в скобки множитель в формулах (4.16)–(4.17) отрицателен при любых значениях $B > 0$, что указывает на положительное влияние зазора, расположенного на стороне максимального момента.

Преднамеренное отклонение направления зуба, осуществленное в процессе изготовления соединения (так называемая продольная коррекция), может существенно уменьшить неравномерность распределения нагрузки из-за разной степени закручивания вала и ступицы [ср. кривую распределения нагрузки при $\alpha > 0$ (рис. 4.7) с кривой при $\alpha = 0$].

Для случая, когда зазор образуется на стороне минимального момента и в уравнении (4.14) удерживается знак «минус», выражение для $q(u)$ имеет вид

$$q(u) = \frac{2}{d_{\text{ср}}} \left\{ \left[\lambda M + \frac{\alpha c d_{\text{ср}}}{2\lambda} (1 - \text{ch } \lambda B) \right] \frac{\text{ch } \lambda u}{\text{sh } \lambda B} + \frac{\alpha c d_{\text{ср}}}{2\lambda} \text{sh } \lambda u \right\}; \quad (4.18)$$

при $u = B$ $q(B) = q_{\text{max}}$

$$q(B) = \frac{2\lambda M}{d_{\text{ср}} \text{th } \lambda B} + \frac{\alpha c}{\lambda} \left(\text{sh } \lambda B + \frac{1 - \text{ch } \lambda B}{\text{th } \lambda B} \right). \quad (4.19)$$

Параметр λ определяется по формуле (4.5), причем $G_2 J_{p2} \rightarrow \infty$. Соответствующий коэффициент неравномерности имеет следующее выражение:

$$K_\alpha = 1 + \frac{\alpha c d_{cp} B}{2\lambda M} \left(\operatorname{sh} \lambda B + \frac{1 - \operatorname{ch} \lambda B}{\operatorname{th} \lambda B} \right), \quad (4.20)$$

т. е. с ростом нагрузки влияние непараллельности уменьшается, а с увеличением длины соединения и α — растет. Множители в формулах (4.19)—(4.20), заключенные

в скобки, всегда больше 0, следовательно, максимальная нагрузка в соединении в этом случае возрастает.

Из формул (4.15) и (4.18) следует, что при определенных значениях α возможны случаи, когда имеет место контакт (прилегание) не по всей длине B . Величина длины прилегания l_n может быть получена из условия $q(l_n) = 0$. При $l_n < B$ прилегание будет неполным.

Для иллюстрации применения формул (4.15) и (4.18) для соединения $d=8 \times 62 \times 68$, имеющего длину $B =$

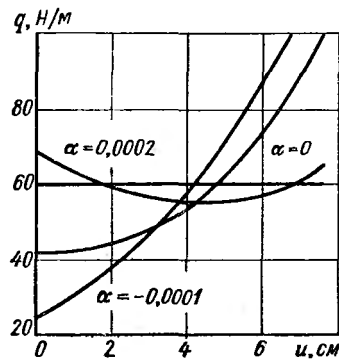


Рис. 4.7. Кривые продольного распределения нагрузки в зависимости от отклонения направления зубьев

$= 7,7$ см, крутильную жесткость $G_1 J_{p1} = 11,9 \cdot 10^6$ МПа, распределенную жесткость соединения $c = 0,125 \times 10^5$ МПа и нагруженного моментом в 1510 Н·м ($q_{cp} = 6000$ Н/см, $\sigma_{cp} = 37,5$ МПа), на рис. 4.7 построены кривые продольного распределения нагрузки по соединению для трех случаев: $\alpha = 0$, $\alpha > 0$ и $\alpha < 0$. Нетрудно заметить, что продольная коррекция с $\alpha = 0,0002$ практически выравнивает нагрузку¹. Оптимальный угол утонения зуба α_0 может быть найден с помощью формулы (4.15) из условия: $q_0 = q(B)$, которое после преобразований позволяет получить следующую простую зависимость:

$$\alpha_0 = \lambda^2 M / (d_{cp} c).$$

¹ Теоретически возможны способы нелинейной коррекции профиля зуба, позволяющие полностью выровнять нагрузку, однако они сложны в расчетном и технологическом смысле и практически не нужны.

4.4. Продольная неравномерность распределения нагрузки, вызываемая действием изгибающего (перекашивающего) момента поперечной силы

Поперечная сила, приложенная к зубчатому соединению — нормальное усилие в зацеплении, окружное усилие на звездочке цепной передачи и т. д., — может создавать изгибающий момент, действующий в плоскости, параллельной ее линии действия. Этот изгибающий момент

$$M_x = PH, \quad (4.21)$$

где P — поперечная сила; H — расстояние между плоскостью, перпендикулярной к оси соединения и проходящей через линию действия силы P , и плоскостью, в которой расположен главный вектор (равнодействующая) системы реакций на рабочих поверхностях соединения. Величина H определяется с поправкой на продольную неравномерность распределения нагрузки, вызываемой кручением. Из схемы, приведенной на рис. 4.8, следует

$$H = u_c - u_p. \quad (4.22)$$

Изменением координаты плоскости приложения поперечной силы при перекосе ступицы обычно пренебрегают (это допущение идет в запас расчета, так как дает завышенное значение изгибающего момента), тогда

$$u_p = a + 0,5b.$$

При наружном диаметре ступицы в 1,7—1,8 раза больше среднего диаметра соединения ступицу можно считать жесткой; закон продольного распределения нагрузки для этого случая с достаточной для практических расчетов точностью можно принять согласно уравнению

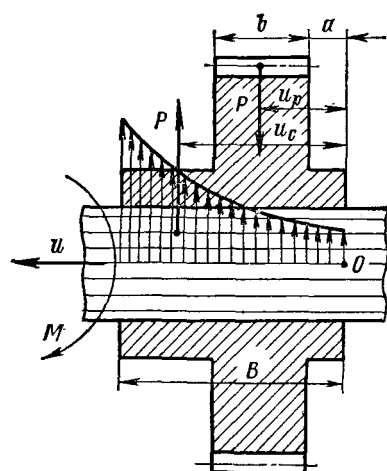


Рис. 4.8. К определению плеча перекашивающего момента поперечной силы

(4.4); в противном случае параметр λ определяется по (4.5) при $J_{p2} = \infty$, т. е. $(G_2 J_{p2})^{-1} = 0$. При этом

$$u_c = \frac{\int_0^B q(u) u \, du}{\int_0^B q(u) \, du} = B - \frac{\operatorname{ch} \lambda B - 1}{\lambda \operatorname{sh} \lambda B}. \quad (4.23)$$

В общем случае изгибающий момент воспринимается реактивным моментом соединения M_c с моментами на торцах ступицы M_T , если имеет место торцовая затяжка $M_x = M_c + M_T$. (4.24)

Статическая неопределимость (4.24) может быть раскрыта условием совместности деформаций, т. е. угол перекоса γ должен быть равен углу поворота торцов γ_T , которые должны быть перпендикулярны к оси соединения и затянуты хотя бы до отсутствия зазора

$$\gamma = \gamma_T. \quad (4.25)$$

Однако практика показывает, что в результате трения между торцами ступицы, нагруженной поперечной силой, и торцами соседних деталей осевая затяжка рано или поздно падает до нуля, и изгибающий момент передается только соединением. Это дает основание считать $M_T = 0$ независимо от того, предусмотрена осевая затяжка или нет.

Поскольку нагрузка к соединениям шестерен, шкивов и звездочек цепных передач приложена циркуляционно, неравномерность ее распределения и поперечную силу, вызываемые разнозакорностью, можно не учитывать.

Условия равновесия втулки зубчатого соединения (рис. 1.8, 3.7) имеют вид (без учета сил трения):

$$\left. \begin{aligned} \sum_1^{z_p} N_i r - P r_0 = 0; \quad \sum_1^{z_p} N_i \cos \theta_i + N_0 - P = 0; \\ \sum_1^{z_p} N_i \sin \theta_i = 0; \\ \sum_1^{z_p} M_{xi} + M_{x0} - PH = 0; \quad \sum_1^p M_{yi} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.26)$$

Система (4.26) является замкнутой с разделяющимися переменными, т. е. распадается на две системы; первые три уравнения решены в п. 3.3, последние два представляют собой $z - 1$ раз статически неопределимую систему. В формуле (4.26) M_{xi} — реактивный момент i -й пары зубьев соединения относительно оси xx , M_{yi} — то же

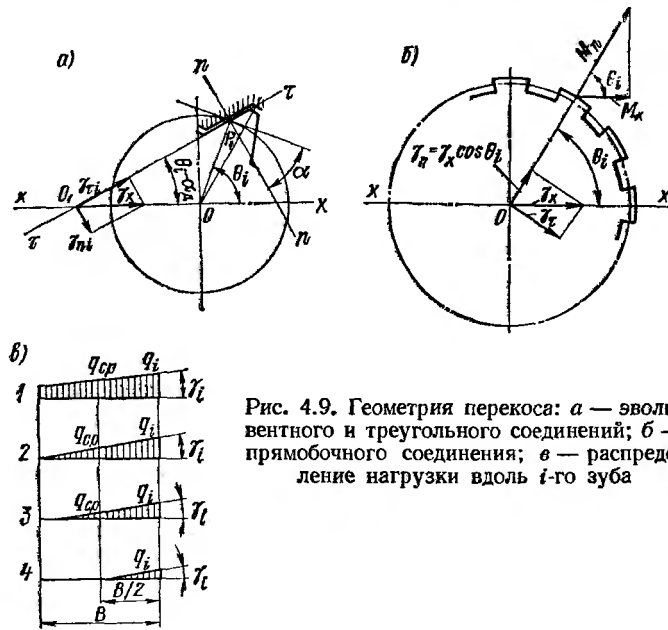


Рис. 4.9. Геометрия перекоса: а — эвольвентного и треугольного соединений; б — прямоугольного соединения; в — распределение нагрузки вдоль i -го зуба

относительно оси yy ; M_{x0} — реактивный момент центрирующей поверхности относительно оси xx ; остальные обозначения — те же, что в п. 3.3.

Для раскрытия статической неопределимости воспользуемся уравнениями совместности деформаций, которые получим, рассмотрев геометрию перекоса соединений, рис. 4.9: в результате перекоса поворот i -й пары происходит вокруг касательной к плоскости контакта, следовательно,

$$\left. \begin{aligned} \psi_i &= \gamma_x \cos \theta_i \text{ — для прямоугольных зубьев;} \\ \psi_i &= \gamma_x \cos (\theta_i - \alpha) \text{ — для эвольвентных зубьев.} \end{aligned} \right\} (4.27)$$

В зависимости от соотношения угла перекоса γ_i , поперечной y и угловой ψ деформаций соединения теоретически возможны следующие случаи:

- 1) все зубья соединения нагружены на полной длине;
- 2) часть зубьев нагружена не по всей длине;
- 3) часть зубьев не нагружена совсем;
- 4) нагружены нерабочие стороны зубьев.

Как показывает опыт эксплуатации, последний случай практически не встречается.

Если считать применимой гипотезу Винклера и пренебречь краевыми эффектами, эпюра распределения нагрузки для первого случая имеет форму трапеции, на наименее нагруженном и наиболее перекошенном зубе она может вырождаться в треугольник эпюры (типа 1 и 2, рис. 4.9, в). Для второго и третьего случая эпюра распределения нагрузки для некоторых зубьев имеет форму треугольника с основанием, большим $B/2$ (B — длина соединения) или меньшим $B/2$ (эпюры соответственно типа 3 и 4).

Чтобы получить несложное аналитическое выражение для реактивного момента соединения, общее для трех первых рассматриваемых случаев, придется принять следующие допущения.

1. Будем считать, что реактивный момент имеют только те зубья, на которых эпюра распределения нагрузки имеет вид 1, 2 или 3 (рис. 4.9, в), иными словами, будем учитывать реактивный момент только трех пар зубьев, которые передавали бы нагрузку при равной поперечной деформации и отсутствии перекоса.

2. Реактивный момент зубьев, на которых эпюра распределения нагрузки имеет вид 3, будем считать равным реактивному моменту зубьев, распределение нагрузки на которых соответствует виду эпюр 1 и 2.

3. Реактивный момент центрирующих поверхностей будем учитывать только в случае, если поперечная деформация соединения превышает половину зазора между центрирующими поверхностями, иначе говоря, только в том случае, если на центрирующей поверхности при равной поперечной деформации и отсутствии перекоса появляется реакция.

4. Реактивный момент центрирующих поверхностей будем определять исходя из треугольной эпюры с основанием, равным длине соединения. При этих допущениях

реактивный момент i -й пары относительно оси xx соответственно для прямобочных и эвольвентных зубьев равен:

$$M_{xi} = \frac{1}{12} cB^3 \gamma_x \cos^2 \theta_i; \quad M_{xt} = \frac{1}{12} cB^3 \gamma_x \cos^2 (\theta_i - \alpha);$$

(4.28)

реактивный момент относительно оси yy соответственно равен:

$$M_{yi} = \frac{1}{12} cB^3 \gamma_x \sin 2\theta_i; \quad M_{yt} = \frac{1}{12} cB^3 \gamma_x \sin 2(\theta_i - \alpha);$$

(4.29)

реактивный момент центрирующей поверхности:

$$M_{x0} = \frac{1}{12} cB^3 \gamma_x; \quad M_{y0} \approx 0.$$

(4.30)

Решая совместно систему из двух последних уравнений (4.26) и (4.28)—(4.30), получим выражения для угла перекоса γ_x (в плоскости, проходящей через ось соединения параллельно поперечной силе), помещенные в табл. 4.1 ($\gamma_y = 0$).

Коэффициент продольной неравномерности представляет собой отношение нагрузки на конце зуба к нагрузке в середине зуба

$$K_{Ht} = \frac{q_{i \max}}{q_{i \text{ ср}}} = 1 + 0,5 \frac{cB \gamma_t}{q_{i \text{ ср}}},$$

(4.31)

где $q_{i \text{ ср}}$, $q_{i \max}$ — средняя и максимальная нагрузка на i -м зубе.

Общий коэффициент неравномерности можно найти, отнеся максимальную нагрузку на наиболее нагруженном зубе, который одновременно является и наиболее перекошенным, к средней нагрузке в соединении; формулы для расчета общего коэффициента неравномерности K_p приведены в табл. 4.1.

Вследствие того что нагрузка к перекошенному соединению приложена циркуляционно, возникает продольное скольжение зубьев вала относительно зубьев втулки (рис. 1.8). Направление скольжения зубьев, находящихся в полуокружности, ближайшей к поперечной силе, противоположно направлению скольжения зубьев, находящихся в другой полуокружности, т. е. силы трения между зубьями вала и втулки, находящимися в разных полу-

Таблица 4.1. Формулы для расчета деформаций соединения и концентрации погрузки

Условия применения	Расчетные формулы
<p>Фактическое центрирование по диаметру: $y > 0,5\Delta_0$; $\Psi > 0,5 \frac{z + 2k_c}{zk_p}$</p>	$\gamma_x = 24 \frac{\pi}{z} \frac{PH}{cB^3} \times \frac{1}{\theta_p + 0,5 \sin 2(\theta_p - \alpha) + \beta k_c} \quad (I)$ $K_p = K_\Psi + 12\pi\Psi \frac{H}{B} \times \frac{1}{\theta_p + 0,5 \sin 2(\theta_p - \alpha) + \beta k_c} \quad (II)$ $F = \frac{\pi}{\theta_p} \frac{f_{\gamma P}}{\Psi} \times \left(1 - \frac{\theta_p}{\pi} + 1,2732 \frac{\Psi\theta_p k_p - \sin \theta_p}{S_p + \beta k_c} \right) \quad (III)$ $x_F = r \frac{2(S_p + \beta k_c) + (\Psi\theta_p k_p - \sin \theta_p) \times \left(\pi - S_p - 4 \frac{\sin \theta_p}{\theta_p} \right)}{(\pi - \theta_p)(S_p + \beta k_c) + 4(\Psi\theta_p k_p - \sin \theta_p)} \quad (IV)$
<p>Фактическое центрирование по диаметру: $y > 0,5\Delta_0$; $\Psi \leq 0,5 \frac{z + 2k_c}{zk_p}$</p>	$\gamma_x = 24 \frac{PH}{cB^3} \frac{1}{z + 2k_c} \quad (Ia)$ $K_p = K_\Psi + 12\Psi \frac{H}{B} \frac{1}{z + 2k_c} \quad (IIa)$ $F = 1,2732 f_{\gamma P} \frac{zk_p}{z + 2k_c} \quad (IIIa)$ $x_F = r \frac{z + 2k_c}{2\Psi zk_p} \quad (IVa)$

Продолжение табл. 4.1

Условия применения	Расчетные формулы
<p>Фактическое центрирование по боковым поверхностям: $y < 0,5\Delta_0$; $\Psi > 0,5$</p>	$\gamma_x = 24 \frac{\pi}{z} \frac{PH}{cB^3} \times$ $\times \frac{1}{\theta_p + 0,5 \sin 2(\theta_p - \alpha)} \quad (16)$ $K_p = K_\Psi + 12\pi\Psi \frac{H}{B} \times$ $\times \frac{1}{\theta_p + 0,5 \sin 2(\theta_p - \alpha)} \quad (116)$ $F = \frac{\pi}{\theta_p} \frac{f_{\gamma P}}{\Psi} \times$ $\times \left(1 - \frac{\theta_p}{\pi} + 1,2732 \frac{\Psi\theta_p - \sin \theta_p}{S_p} \right) \quad (116)$ $x_F = r \frac{2S_p + (\Psi\theta_p - \sin \theta_p) \times}{S_p(\pi - \theta_p) + 4(\Psi\theta_p - \sin \theta_p)} \times \left(\pi - S_p - 4 \frac{\sin \theta_p}{\theta_p} \right) \quad (1V6)$
<p>Фактическое центрирование по боковым поверхностям: $y < 0,5\Delta_0$; $\Psi < 0,5$</p>	$\gamma_x = 24 \frac{PH}{zcB^3} \quad (1в)$ $K_p = K_\Psi + 12\Psi \frac{H}{B} \quad (11в)$ $F = 1,2732 f_{\gamma P} \quad (111в)$ $x_F = 0,5 \frac{r}{\Psi} \quad (1Vв)$

окружностях, направлены в разные стороны. Так как нормальные реакции на зубьях ближайшей к поперечной силе полуокружности больше, чем на остальных, система продольных сил трения в соединении неуравновешена. Величину равнодействующих сил трения, приложенных к втулке, найдем, пренебрегая фазой упругого сдвига, имеющей место после смены направления скольжения,

т. е. считая, что сила трения возникает одновременно с перемещением:

$$F = \sum_1^{0,5z} N_i f_v - \sum_{0,5z+1}^{z_p} N_j f_v, \quad (4.32)$$

где индекс i относится к зубьям, расположенным в данный момент в полуокружности со стороны поперечной силы, j — к зубьям, расположенным с другой стороны; f_v — проекция коэффициента трения на направление продольного скольжения (см. п. 5.1).

Поставив $N_{i,j}$, заменив суммирование интегрированием в пределах рабочих углов $0 < \theta_{p1} \leq 0,5\pi$ и $0,5\pi < \theta_{p2} \leq \pi$, получим выражения для равнодействующей сил трения F , помещенные в табл. 4.1.

Координата линии действия силы F определяется как координата центра параллельных сил. Вследствие симметрии

$$x_F = \left(\sum_1^{z_p} F_i x_i \right) / F; \quad y_F = 0. \quad (4.33)$$

Формулы для расчета координаты x_F , полученные на основании (4.33), также приведены в табл. 4.1.

Пример. Определить перекос и общую неравномерность распределения нагрузки, а также осевую силу и координаты линии ее действия для соединения $d - 8 \times 62H7/f7 \times 68 \times 12H8/e9$ по ГОСТ 1139—80. Продольное сечение шестерни по рис. 4.8 имеет следующие размеры: $a = 0$, $b = 40$ мм, $B = 70$ мм. Шестерня прямозубая, $z_w = 31$, $m_w = 6$ мм. Передаваемый через соединение момент подводится со стороны выступающего торца и равен $M = 1200$ Н·м.

Решение. Радиус основной окружности шестерни

$$r_0 = 0,5 m_w z_w \cos \alpha_w = 0,5 \cdot 0,6 \cdot 31 \cdot \cos 20^\circ = 8,7391 \text{ см.}$$

Средний радиус соединения

$$r = 0,25 (D + d) = 0,25 (6,8 + 6,2) = 3,25 \text{ см.}$$

Средний зазор между центрирующими поверхностями

$$\Delta_0 = \frac{(d_{A \max} - d_{B \min}) + (d_{A \min} - d_{B \max})}{2} = \\ = \frac{(62,03 - 61,94) + (62 - 61,97)}{2} = 0,06 \text{ мм} = 60 \text{ мкм.}$$

Нормальная сила в зацеплении

$$P = M/r_0 = 1200/8,7391 \cdot 10^{-2} = 13\,730 \text{ Н.}$$

Распределенная жесткость зубьев $c = 0,125 \cdot 10^5$ МПа, центрирующих поверхностей $c_0 = 0,4 \cdot 10^5$ МПа (см. пример к п. 3.3). При этом $k_c = c_0/c = 3,2$, $k_p = 1 + 0,5k_c c B \Delta_0 / P = 1 + 0,5 \cdot 3,2 \cdot 0,125 \cdot 10^5 \times 10^6 \cdot 7 \cdot 10^{-2} \cdot 60 \cdot 10^{-6} / 13\,730 = 7,118$.

Проверим, соблюдается ли условие (3.15)

$$\frac{z + 2k_c}{z} = \frac{8 + 2 \cdot 3,2}{8} = 1,8 < k_p = 7,118.$$

Так как условие (3.15) не соблюдается, нужно сравнить величину поперечной деформации с зазором Δ_0 . Поскольку $\Psi = r/r_0 = 3,25/8,7391 = 0,3719 < 0,5$, воспользуемся формулой (Iв) из табл. 3.3

$$y = 2 \frac{13\,730}{8 \cdot 0,125 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 7 \cdot 10^{-2}} = 3,923 \cdot 10^{-6} \text{ м} < 0,5\Delta_0 = 30 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$$

Поэтому дальнейший расчет ведем, предполагая, что центрирование не используется.

Плечо поперечной силы найдем, используя формулы (4.5), (4.22), (4.23)

$$u_p = a + 0,5b = 0 + 0,5 \cdot 4 = 2 \text{ см}.$$

При $G = 8 \cdot 10^4$ МПа, $J_{p1} = W_{p1} D/2 = 51,6 \cdot 6,8/2 = 175,4 \text{ см}^4$ (см. табл. 1.4), $J_{p2} = \infty$

$$\lambda = \sqrt{\frac{8 \cdot 0,125 \cdot 10^5 \cdot 6,5^2}{4 \cdot 8 \cdot 10^4 \cdot 175,4}} = 0,2744 \text{ 1/см};$$

$$u_c = 7 - \frac{\text{ch } 0,2744 \cdot 7 - 1}{0,2744 \cdot \text{sh } 0,2744 \cdot 7} = 4,287 \text{ см};$$

$$H = 4,287 - 2 = 2,287 \text{ см}.$$

Угол перекося по формуле (Iв) из табл. 4.1

$$\gamma_x = 24 \frac{13\,730 \cdot 2,287 \cdot 10^{-2}}{8 \cdot 0,125 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 7^3 \cdot 10^{-6}} = 21,97 \cdot 10^{-9} \text{ рад } (\sim 01'44'').$$

Коэффициент окружной неравномерности по формуле (Vв) из табл. 3.3

$$K_\Psi = 1 + 2 \cdot 0,3719 = 1,7438.$$

Общая неравномерность по формуле (IIв) из табл. 4.1

$$K_p = 1,7438 + 12 \frac{2,287}{7} 0,3719 = 3,202.$$

Среднее напряжение смятия ($S_F = 5,2 \text{ см}^2$, см. табл. 1.4)

$$\sigma_{cp} = \frac{M}{S_F B} = \frac{1200 \cdot 10^{-6}}{5,2 \cdot 10^{-4} \cdot 7 \cdot 10^{-2}} = 32,96 \text{ МПа}.$$

Максимальное напряжение смятия

$$\sigma_{max} = K_p \sigma_{cp} = 3,202 \cdot 32,96 = 105,5 \text{ МПа}.$$

Приняв коэффициент трения $f = 0,15$, найдем его проекцию на направление продольного скольжения [см. формулу (5.2)]

$$f_{\nu} = 0,15 \frac{3,25 \cdot 10^{-2} \cdot 21,97 \cdot 10^{-5}}{\sqrt{(3,923^2 \cdot 10^{-6})^2 + (3,25 \cdot 10^{-2} \cdot 21,97 \cdot 10^{-5})^2}} = 0,1315.$$

Осевая сила по формуле (IIIв) из табл. 4.1

$$F = 1,2732 \cdot 0,1315 \cdot 13\,730 = 2299 \text{ Н.}$$

Координата линии ее действия по формуле (IVв) из табл. 4.1

$$x_F = 0,5 \frac{3,25}{0,3719} = 4,37 \text{ см.}$$

4.5. Продольная неравномерность распределения нагрузки и деформации в соединении, передающем крутящий и изгибающий моменты

Изгибающий момент действует на зубчатое соединение в следующих случаях.

1. Когда линия действия поперечной силы находится вне плоскости, в которой находится равнодействующая системы реакций на элементах соединения — этот случай рассмотрен в предыдущем параграфе.

2. Когда к ступице приложена осевая сила, линия действия которой не совпадает с осью соединения; например, осевая составляющая усилия в зацеплении косозубых или конических колес. Эта сила, действуя одновременно с поперечной (окружной составляющей усилия в зацеплении), создает изгибающий момент в плоскости, перпендикулярной к той, в которой действует момент поперечной силы (эта сила может и не создавать момента), поэтому действие момента осевой силы можно рассматривать независимо от момента поперечной силы. Совместное действие изгибающих моментов осевой и поперечной сил учитывается сравнением коэффициентов неравномерности, вызванной этими факторами.

3. Когда к ступице приложена пара сил, момент которой пропорционален крутящему моменту, например пара, приложенная к вилке карданного шарнира.

Величина изгибающего момента, приложенного к ступице косозубого колеса [19],

$$M_y = M \operatorname{tg} \beta_w, \quad (4.34)$$

где M — передаваемый через соединение крутящий момент; β_w — угол наклона зуба колеса на делительном цилиндре.

То же для соединения прямозубого конического колеса

$$M_y = M \operatorname{tg} \alpha_w \cos \varphi, \quad (4.35)$$

где α_w — угол исходного контура конического зубчатого колеса; φ — угол делительного конуса ведущего колеса ($\varphi \leq 45^\circ$).

Для соединения конического колеса с круговыми зубьями

$$M_y = M (\operatorname{tg} \alpha_n \cos \varphi \mp \sin \beta_{\text{ср}} \sin \varphi), \quad (4.35a)$$

где α_n — угол давления в нормальном сечении зуба конического колеса; $\beta_{\text{ср}}$ — угол наклона зуба в середине зубчатого венца.

Знак «минус» берется тогда, когда направления крутящего момента и наклона зуба совпадают.

Момент, приложенный к вилке карданного шарнира, зависит от ее угловой координаты, отсчитываемой от плоскости перекоса валов, соединяемых шарниром,

$$M_y = M \operatorname{tg} \gamma \sin \omega t, \quad (4.36)$$

где γ — угол перекоса валов, соединяемых шарниром; ω — угловая скорость ведущего вала; t — время, отсчитываемое от момента, когда вилка находится в плоскости перекоса валов.

Характер приложения момента от осевой силы — циркуляционный, от пары сил — стационарный, знакопеременный, по симметричному циклу.

Уравнения статики имеют вид:

$$\sum_1^{z_p} N_{it} - M = 0; \quad \sum_1^{z_p} M_{yi} + M_{y0} - M_y = 0,$$

где N_i — нормальная реакция на i -м зубе втулки; r — средний радиус прямобоочного соединения или радиус основной окружности эвольвентного; M_{yi} — реактивный момент на i -м зубе втулки, вызванный перекосом i -й пары зубьев при повороте втулки вокруг оси yy (см. рис. 1.8); M_{y0} — реактивный момент центрирующих поверхностей в случае, если они контактируют.

Для раскрытия статической неопределимости воспользуемся уравнением совместности деформаций (4.27). Аналитическое решение можно получить только для случая, когда все зубья нагружены полностью, т. е., когда все эпюры нагрузки имеют вид 1 или 2 (рис. 4.9, в).

Для случая, когда часть зубьев нагружена не на всей длине эпюры нагрузки типа 3 или 4 или не нагружена совсем, возможно графоаналитическое решение, на основе которого получены приближенные зависимости для углов перекоса и коэффициента неравномерности.

Формулы для расчета угла перекоса в плоскости xy γ_y и коэффициента продольной неравномерности сведены в табл. 4.2. В этих формулах: $k_c = c_0/c$; c_0 — распреде-

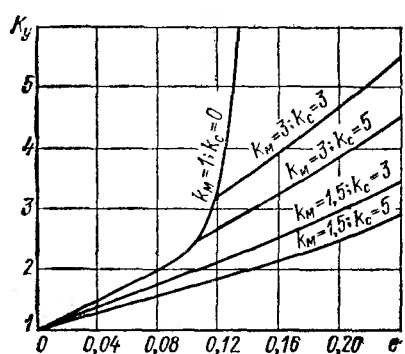


Рис. 4.10. Зависимость коэффициента неравномерности K_y от $e = \frac{M_y}{M} \frac{r}{B}$

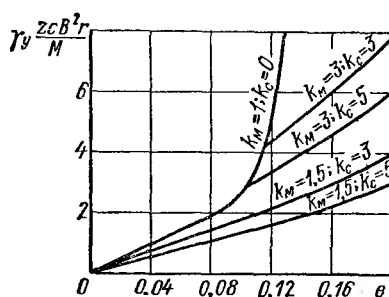


Рис. 4.11. Зависимость относительного перекоса $\gamma_e z c B^2 r M^{-1}$ от параметра e

ленная жесткость в контакте центрирующих поверхностей; B — длина соединения; z — число зубьев; c — распределенная жесткость зубьев; $k_M = 1 + k_c c B^2 \Delta_0 / (12 M_y)$ — коэффициент, учитывающий влияние зазора между центрирующими поверхностями Δ_0 ; $e = \frac{M_y}{M} \frac{r}{B}$; r — средний радиус соединения.

Из формул (1б) и (1в) табл. 4.2 видно, что когда часть или все зубья соединения нагружены неполностью, угол перекоса зависит не только от изгибающего, но и от крутящего момента.

Зависимость коэффициента продольной неравномерности от безразмерного параметра e показана на рис. 4.10. На рис. 4.11 показана зависимость безразмерной относительной величины перекоса от параметра e : $\gamma_e = \gamma \times c B^2 r M^{-1} (e)$. Реальные значения e для соединений косо-

Т а б л и ц а 4.2. Формулы для расчета деформаций и концентрации нагрузки

Условия применения	Расчетные формулы
$\Delta_0 < \frac{24M_y}{cB^2z};$ $e \leq \frac{1}{12} \frac{z + 2k_c}{zk_M}$	$\gamma_y = 24 \frac{M_y}{zcB^3} \frac{zk_M}{z + 2k_c} \quad (I)$ $K_y = 1 + 12e \frac{z + 2k_c}{zk_M} \quad (II)$
$\Delta_0 \geq \frac{24M_y}{cB^2z}; \quad e \leq \frac{1}{12}$	$\gamma_y = 24 \frac{M_y}{zcB^3} \quad (Ia)$ $K_y = 1 + 12e \quad (IIa)$
$\Delta_0 \frac{cBzr}{M} < 24e + (36,35e - 3,029)^{3,35},$ $e > \frac{1}{12} \frac{z + 2k_c}{zk_M}$	$\gamma_y = \frac{M}{cB^2zr} \left[24 \frac{zk_M}{z + 2k_c} e + \right.$ $\left. + 2 \left(20e - 1,667 \frac{z + 2k_c}{zk_M} \right)^{1+0,12} \frac{zk_M}{z + 2k_c} \right] \quad (16)$ $K_y = 1 + 12 \frac{zk_M}{z + 2k_c} e +$ $+ \left(20e - 1,667 \frac{z + 2k_c}{zk_M} \right)^{1+0,12} \frac{zk_M}{z + 2k_c} \quad (116)$
$\Delta_0 \frac{cBzr}{M} \geq 24e + (36,35e - 3,029)^{3,35},$ $e > \frac{1}{12}$	$\gamma_y = \frac{M}{cB^2zr} [24e + (36,35e - 3,029)^{3,35}] \quad (Iв)$ $K_y = 1 + 12e + (29,56e - 2,463)^{3,35} \quad (IIв)$

зубых и конических колес лежат в пределах $0 \leq e \leq 0,25$ и могут достигать 0,35—0,5 для соединений вилок карданных шарниров.

Необходимо отметить следующие особенности работы соединений, передающих крутящий и изгибающий моменты.

1. В соединениях шестерен износ зубьев распределяется пропорционально нагрузке, поэтому по мере износа угол перекоса возрастает, однако распределение нагрузки при этом меняется мало, неравномерность несколько увеличивается.

2. В соединениях вилок карданных шарниров стационарно приложенный изгибающий момент меняется по знакопеременному циклу. В связи с этим за оборот соединения дважды происходит перекладка ступицы на валу. Если в наиболее перекошенных парах (перпендикулярных к плоскости вилки) происходит частичная разгрузка (эпюры нагрузки принимают вид 3 или 4, рис. 4.9, в), перекладка происходит с ударом. Это может привести к пластическим деформациям, в результате которых зуб принимает бочкообразную форму, а сопряженная впадина — корсетовидную. То же происходит и с центрирующими поверхностями: вал становится бочкообразным, а отверстие — овально-корсетовидным. Это явление носит прогрессивный характер. Чтобы избежать этого, следует выполнять соединение так, чтобы не было разгрузки зубьев и не нагружались центрирующие поверхности, т. е. применять центрирование по боковым сторонам зубьев. Если этого сделать не удастся, следует применять разгрузку соединения от изгибающего момента (см. п. 6.3). Подробнее о расчете таких соединений см. п. 7.7.

Пример. Определить угол перекоса и продольную неравномерность распределения нагрузки в соединении косозубой шестерни. Угол наклона зубьев на делительном цилиндре $\beta_w = 11^\circ 30'$. Размер соединения $d = 8 \times 62H7/f7 \times 68 \times 12F8/e8$, длина $B = 70$ мм, средний зазор между центрирующими поверхностями $\Delta_0 = 60$ мкм. Передаваемый крутящий момент $M = 1200$ Н·м.

Решение. Средний радиус соединения $r = (d + D)/4 = (6,2 + 6,8)/4 = 3,25$ см. Распределенная жесткость зубьев $c = 0,125 \times 10^5$ МПа, $k_c = 3,2$ (см. пример к п. 3.3).

Изгибающий момент по формуле (4.34) $M_y = 1200 \operatorname{tg} 11^\circ 30' = 244$ Н·м.

Коэффициент

$$k_M = 1 + 3,2 \cdot 0,125 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 7^2 \cdot 10^{-4} \cdot 60 \cdot 10^{-6} / 12 \cdot 244 = 5,016.$$

Безразмерный параметр нагрузки

$$e = \frac{M_y}{M} \frac{r}{B} = \frac{244}{1200} \frac{3,25}{7} = 0,09446 > \frac{1}{12};$$

$$e > \frac{1}{12} \frac{\epsilon + 2k_c}{zk_M} = \frac{1}{12} \frac{8 + 2 \cdot 3,2}{8 \cdot 5,016} = 0,0299,$$

следовательно, придется пользоваться приближенными формулами. Так как

$$\Delta_0 \frac{cBzr}{M} = 60 \cdot 10^{-6} \frac{0,125 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 7 \cdot 10^{-2} \cdot 8 \cdot 3,25 \cdot 10^{-2}}{1200} = 11,375 >$$

$$> 24\epsilon + (36,35e - 3,029)^{3,35} =$$

$$= 24 \cdot 0,09446 + (36,35 \cdot 0,09446 - 3,029)^{3,35} = 2,3153,$$

дальнейший расчет ведем по формулам (Iв) и (IIв) из табл. 4.2:

$$\gamma_y = \frac{1200}{0,125 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 7^2 \cdot 10^{-4} \cdot 8 \cdot 3,25 \cdot 10^{-2}} [24 \cdot 0,09446 +$$

$$+ (36,35 \cdot 0,09446 - 3,029)^{3,35}] = 17,44 \cdot 10^{-5} \text{ рад } (\sim 0^{\circ}00'36'').$$

$$K_y = 1 + 12 \cdot 0,09446 + (29,56 \cdot 0,09446 - 2,463)^{3,35} = 2,158.$$

Полученное значение следует сравнить с коэффициентом общей неравномерности от поперечной силы и для дальнейших расчетов брать большее из них.

4.6. Продольная неравномерность распределения нагрузки, вызванная монтажным перекосом

Монтажный перекося обычно наблюдается в соединениях «плавающих» валов (см. рис. 1.24, б). В этом случае вал соединяет две ступицы, каждая из которых имеет собственные опоры, т. е. является компенсатором несоосности. Углы перекося определяются по схеме, показанной на рис. 4.12, а. Ввиду малости углов $\sin \gamma = \gamma$, поэтому

$$\gamma_1 = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{l}; \quad \gamma_2 = \frac{\sqrt{(x \pm l\gamma_{0xx})^2 + (y \pm l\gamma_{0yy})^2}}{l}.$$

Знак «плюс» берется в случае, когда вершины углов γ_{0xx} , γ_{0yy} лежат справа от точек 2, 2'; в противном случае берется знак «минус».

Для нормальной работы узла необходимо выдержать условие свободной сборки:

$$\left. \begin{aligned} d_{A \min} - d_{B \max} &\geq B\gamma; & D_{A \min} - D_{B \max} &\geq B\gamma; \\ b_{A \min} b_{B \max} &\geq B\gamma, \end{aligned} \right\} (4.37)$$

6*

где d_A, d_B — внутренний диаметр втулки и вала; D_A, D_B — наружный диаметр втулки и вала; b_A — ширина впадины отверстия; b_B — толщина зуба вала; γ — угол перекося; B — длина соединения.

Если эти неравенства не удовлетворяются, соединение оказывается предварительно нагруженным.

При приложении основной нагрузки — крутящего момента — в соединениях возникают реактивные (восста-

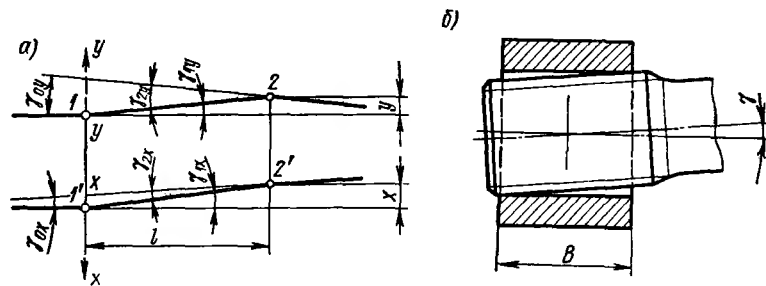


Рис. 4.12. Монтажный перекося соединений: а — к определению углов; б — эксцентриситет сечений при перекося

навливающие) изгибающие моменты и поперечные силы, уравновешивающие эти моменты,

$$P = (M_{p1} + M_{p2})/l,$$

где P — поперечная сила (одинаковая для обоих соединений); $M_{p1,2}$ — реактивные моменты на концах вала; l — длина вала (расстояние между серединами соединений).

Вся эта дополнительная нагрузка имеет циркуляционный характер. В результате соединения оказываются перекошенными на некоторый угол γ_p , меньший монтажного, и деформированными в поперечном направлении на некоторую величину ϵ_p . Однако если длина вала существенно больше длины соединения ($l \geq 10B$), поперечной силой можно пренебречь; в то же время жесткость опор и вала в угловом направлении, как правило, много больше, чем жесткость соединения, поэтому изменением угла перекося под нагрузкой также можно пренебречь. Эти допущения приводят к завышению расчетных максимальных напряжений и реактивного момента, т. е. повышают запас расчета.

В соответствии с принятыми допущениями окружная неравномерность в середине соединения отсутствует (рис. 4.12, б). В зависимости от уровня нагрузки может иметь место один из вариантов:

- 1) все зубья нагружены по всей длине;
- 2) часть зубьев нагружена лишь на части длины или не нагружена совсем.

Аналитическое решение можно получить только для первого случая, когда можно воспользоваться условием совместности деформаций (4.27) в дополнение к условиям равновесия ступицы:

$$\sum_1^i N_i r - M = 0; \quad \sum_1^z M_{pi} - M_p = 0.$$

Из решения условий совместности деформаций (4.27) и уравнений статики

$$M_p = cB^3 z \gamma / 24. \quad (4.38)$$

Следовательно, когда все зубья соединения нагружены полностью, реактивный момент не зависит от нагрузки, т. е. от крутящего момента.

Коэффициент неравномерности есть отношение нагрузки на концах наиболее перекошенного зуба к средней нагрузке

$$K_\gamma = q_{\max} / q_{\text{ср}} = 1 + M_\gamma / M, \quad (4.39)$$

где $M_\gamma = 0,5cB^3 z \gamma r$ — условный момент, при котором наиболее перекошенная пара зубьев имеет эпюру нагрузки в виде треугольника с основанием, равным длине соединения (тип 2 на рис. 4.9, в).

Зависимости (4.38) и (4.39) справедливы, если соблюдается условие

$$M \geq M_\gamma, \quad (4.40)$$

при котором все зубья нагружены полностью. Если это условие не соблюдается, можно пользоваться приближенными формулами, полученными на основе графоаналитического решения; при $M < M_\gamma$ реактивный момент зависит от крутящего момента

$$M_p = M_\gamma \frac{B}{r} \frac{1}{12 (M_\gamma / M)^{0,2}}. \quad (4.38a)$$

Коэффициент неравномерности

$$K_{\gamma} = 1 + M_{\gamma}/M - 0,0846 (M_{\gamma}/M - 1)^{1,535}. \quad (4.39a)$$

Из приведенных зависимостей видно, что неравномерность распределения нагрузки и реактивный момент при прочих равных условиях резко возрастают при увеличении длины соединения. Поэтому для соединения подобного назначения выгодно выбирать возможно больший диаметр

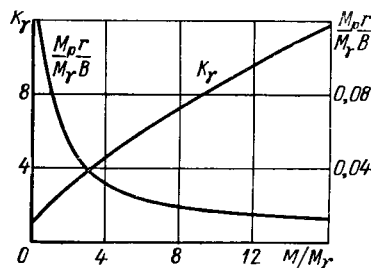


Рис. 4.13. Зависимость коэффициента неравномерности K_{γ} и относительного реактивного момента $\frac{M_p r}{M_{\gamma} B}$ от параметра M/M_{γ}

при наименьшей длине. Следует отметить, что в результате износа, наибольшего по концам соединения, неравномерность и реактивный момент уменьшаются. На рис. 4.13 показана зависимость коэффициента неравномерности K_{γ} и относительного реактивного момента от параметра нагрузки M/M_{γ} (для неизношенного соединения).

Пример. Определить максимальные напряжения и реактивный момент в соединении $17 \times 1 \times 9H/7f$ ГОСТ 6033—80 ($\alpha = 15$) длиной 18 мм, передающем крутящий момент 30 Н·м при перекосе 0,001 рад.

Решение. Проверим, выдержаны ли условия сборки (4.37):

$$D_f \min - d_a \max = 0,2m = 0,2 \cdot 1 = 0,2 \text{ мм} \gg B\gamma = 18 \cdot 0,001 = 0,018 \text{ мм};$$

$$D_a \min - d_f \max = (D - 2m) - (D - 2,2m) = 0,2m \gg B\gamma;$$

$$e_{\min} - s_{\max} = EI_e - es_e = 0,023 - (-0,032) = 0,055 > B\gamma.$$

Здесь EI_e — нижнее отклонение ширины впадины отверстия; es_e — верхнее отклонение толщины зуба вала.

Условия сборки выдержаны.

Распределенную жесткость пары зубьев найдем по формуле (1.34), приняв $\lambda = 24$, $E = 2,15 \cdot 10^5$ МПа; $c = E/\lambda = 2,15 \cdot 10^5/24 = 0,08958 \times 10^5$ МПа. Средний радиус соединения $r = (D - 2m)/2 = (1,7 - 2 \cdot 0,1)/2 = 0,75$ см.

Условный момент

$$M_{\gamma} = 0,5cB^3z\gamma r = 0,5 \cdot 0,08958 \cdot 10^5 \cdot 1,8^3 \cdot 10^{-6} \cdot 15 \cdot 0,001 \cdot 0,75 \cdot 10^{-2} = 293,9 \text{ Н·м}.$$

Так как условие (4.40) не соблюдается ($M < M_{\gamma}$), пользуемся приближенными формулами. Коэффициент продольной неравномерности по формуле (4.39a)

$$K_{\gamma} = 1 + 293,9/30 - 0,0846 (293,9/30 - 1)^{1,595} = 8,415.$$

Среднее напряжение смятия

$$\sigma_{\text{ср}} = \frac{M}{zrBm} = \frac{30 \cdot 10^6}{15 \cdot 0,75 \cdot 10^{-2} \cdot 1,8 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-3}} = 14,8 \text{ МПа.}$$

Максимальное напряжение смятия

$$\sigma_{\text{max}} = K_{\gamma} \sigma_{\text{ср}} = 8,415 \cdot 14,8 = 124,6 \text{ МПа.}$$

Реактивный момент по формуле (4.38a)

$$M_{\text{p}} = 293,9 \frac{1,8}{0,75} \frac{1}{12 (293,9/30)^{0,7}} = 11,9 \text{ Н.м.}$$

4.7. Продольно-угловая (изгибная) жесткость зубчатого соединения

Продольно-угловой, или изгибной жесткостью зубчатого соединения считают предел отношения приращения изгибающего момента к приращению относительного поворота (перекоса) втулки и вала

$$c_{\gamma} = \lim_{\Delta\gamma \rightarrow 0} \frac{\Delta M_{\text{и}}}{\Delta\gamma} = \frac{dM_{\text{и}}}{d\gamma}. \quad (4.41)$$

Изгибная жесткость соединения зависит от его геометрических размеров, жесткости его элементов, точности изготовления, величины и характера нагрузки. В случае циркуляционного нагружения изгибная жесткость, аналогично крутильной и поперечной, зависит также и от углового положения соединения относительно вектора изгибающего момента. В связи с этим условимся называть жесткостью, которую имеет соединение в положении, когда $\theta_1 = 0$ (см. рис. 3.7), фиксированной жесткостью, или просто жесткостью, а жесткость при $\theta_1 \neq 0$ — текущей жесткостью, которая является функцией времени, аналогично крутильной и поперечной жесткости (см. п. 3.6). Здесь приведены зависимости для определения фиксированной жесткости, которая совпадает с текущей, когда $\theta_1 = 0$. Текущая изгибная жесткость рассматривается в п. 6.3.

Т а б л и ц а 4.3. Формулы для расчета продольно-угловой (изгибной) жесткости

Условия применения	Расчетные формулы
$y > 0,5\Delta_0;$ $\Psi > 0,5 \frac{z + 2k_c}{zk_p}$	$c_{yx} = \frac{cB^3z}{24\pi} [\theta_p + 0,5 \sin 2(\theta_p - \alpha) + \beta k_c]$ (I)
$y > 0,5\Delta_0;$ $\Psi \leq 0,5 \frac{z + 2k_c}{zk_p}$	$c_{yx} = \frac{cB^3}{24} (z + 2k_c)$ (Ia)
$y \leq 0,5\Delta_0; \Psi > 0,5$	$c_{yx} = \frac{cB^3z}{24\pi} [\theta_p + 0,5 \sin 2(\theta_p - \alpha)]$ (Iб)
$y \leq 0,5\Delta_0; \Psi \leq 0,5$	$c_{yx} = \frac{cB^3z}{24}$ (Iв)
$\Delta_0 < \frac{24M_y}{zcB^3};$ $e < \frac{1}{12} \frac{z + 2k_c}{zk_M}$	$c_{yy} = \frac{cB^3z}{24} \frac{z + 2k_c}{zk_M}$ (II)
$\Delta_0 \geq \frac{24M_y}{zcB^3}; e \leq \frac{1}{12}$	$c_{yy} = \frac{cB^3z}{24}$ (IIa)
$\Delta_0 \frac{zcBr}{M} < 24e +$ $+ (36,35e - 3,029)^{3,35};$ $e > \frac{1}{12} \frac{z + 2k_c}{zk_M}$	$c_{yy} = \frac{cB^2zre}{24 \frac{zk_M}{z + 2k_c} e +$ $+ 2 \left(20e - 1,667 \frac{z + 2k_c}{zk_M} \right)^{1+0,12} \frac{zk_M}{z + 2k_c}$ (IIб)
$\Delta_0 \frac{zcBr}{M} \geq 24e +$ $+ (36,35e - 3,029)^{3,35};$ $e > \frac{1}{12}$	$c_{yy} = \frac{cB^2zre}{24e + (36,35e - 3,029)^{3,35}}$ (IIв)

Формулы для расчета продольно-угловой (изгибной) жесткости, полученные на основании (4.41), приведены в табл. 4.3. Формулы (I)—(Iв) относятся к соединениям, нагруженным изгибающим моментом поперечной силы; (II)—(IIв) — к соединениям, передающим крутящий и изгибающий моменты. Рабочий угол θ_p в формулах (I) и (Iб) этой таблицы определяется соответственно из уравнений (VI) или (VIб) табл. 3.3.

Из приведенных в данном параграфе зависимостей видно, что изгибная жесткость соединения достигает наибольших значений, когда все зубья соединения нагружены одновременно и полностью. Когда часть зубьев нагружена неполностью или не нагружена совсем, изгибная жесткость зависит от нагрузки, уменьшаясь с уменьшением числа нагруженных зубьев (с увеличением неравномерности распределения нагрузки).

Глава 5

ВИДЫ ПОВРЕЖДЕНИЙ ЗУБЧАТЫХ СОЕДИНЕНИЙ И КРИТЕРИИ ВЫХОДА ИХ ИЗ СТРОЯ

Причины выхода из строя зубчатого соединения могут быть следующие:

- 1) смятие или срез зубьев;
- 2) поломка зубьев (усталостного или хрупкого характера);
- 3) усталостный излом вала у конца соединения (как правило, со стороны подвода крутящего момента);
- 4) разрушения детали с внутренними зубьями (втулки), вызываемые радиальными составляющими нагрузки на зубьях эвольвентного профиля, складывающимися с центробежными силами.

Как показывает практика эксплуатации, выходу из строя по первой причине, как правило, предшествует износ, в результате которого ослабляется продольное сечение зуба, противостоящее срезу. Выход из строя изношенного соединения — явление крайне редкое, свидетельствующее о грубом просчете при проектировании или являющееся результатом аварийной ситуации.

Обычная схема выхода соединения из строя такова: после того как в результате износа напряжения среза у основания зубьев приближаются к пределу текучести, происходит срез зубьев в результате воздействия пиковой нагрузки (обычно пусковой). Возможен вариант этого процесса, когда в результате износа зубьев образуется концентратор напряжения (см. рис. 5.3), у которого может образоваться усталостная трещина, приводящая к поломке вала.

Не менее часто, чем выход из строя соединения, встречаются отказы и неисправность узлов, вызванные или спровоцированные ненормальной работой соединения. К таким явлениям следует отнести следующие.

1. Износ боковых поверхностей до размера, соизмеримого с толщиной зуба, вызывает удары при реверсировании, повышенную виброактивность узла.

2. Неравномерный по длине износ боковых поверхностей зубьев и центрирующих поверхностей приводит к перекосам посаженных на вал деталей и нежелательным

последствиям этого перекоса: поломкам зубьев шестерен из-за продольной концентрации нагрузки, разрушению концевых креплений на валу в результате возрастания осевой силы в соединении.

3. Износ торцов ступиц, в результате которого детали, насаженные на вал, смещаются вдоль него, что может привести к непредусмотренным контактам.

Примеры износа соединений, приводящих к отказам и неисправностям узлов, показаны на рис. 5.1 и 5.2. На рис. 5.1 показаны детали соединения раздаточного вала тракторной коробки передач с фланцем карданного вала (конструкция узла показана на рис. 1.29, б). Соединение еще способно передавать нагрузку, но в результате неравномерного по длине износа зубьев перекос и как следствие его осевая сила в соединении возросли до предела, при котором разрушается осевое крепление фланца.

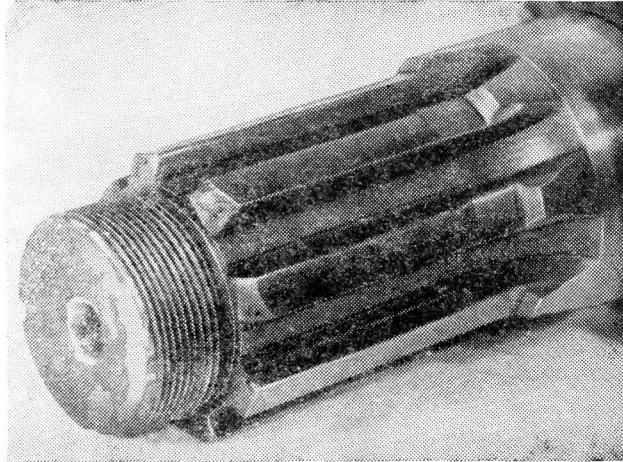
На рис. 5.2 показаны детали изношенного соединения компенсирующего вала вспомогательного привода авиационного двигателя. Соединение еще может передавать нагрузку, но в результате износа, во-первых, его несущая способность снижена до опасных пределов, во-вторых, нарушена кинематика, т. е. ведомое звено отстает от номинального положения на угол $5-6^\circ$, в приводе появился люфт — все это может привести к нарушениям режима работы агрегата.

На рис. 5.3 показан валик масляного шестеренного насоса с изношенными боковыми поверхностями зубьев. Образовавшиеся при этом уступы являются концентраторами напряжений, вблизи которых может развиваться усталостное разрушение.

Исходя из изложенного, можно считать, что, если исключить поломки соединения, то критерием его работоспособности может служить износ его рабочих поверхностей. Износ должен быть таким, чтобы основание зуба не ослаблялось до опасного уровня и не происходило ударных нагрузок при работе на холостом ходу (для не-реверсируемых механизмов, не имеющих режима холостого хода, это обстоятельство не играет роли, например, для гидроагрегатов). Распределение износа по длине не должно выходить за пределы, вызывающие опасные перекосы.

По данным [15], износ может достигать половины толщины зуба при условии, что разность в значениях износа

а



б

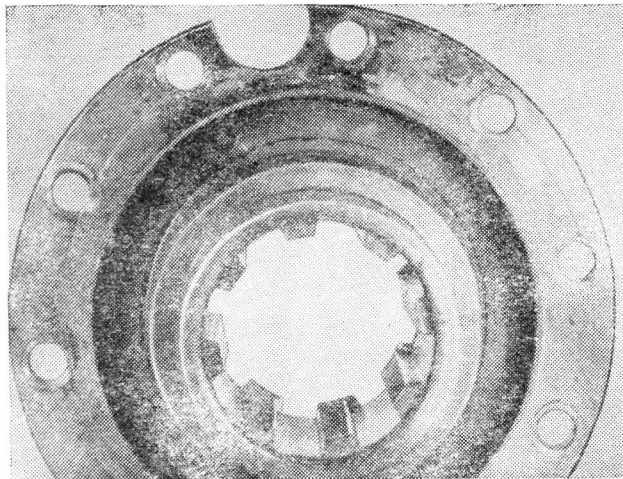


Рис. 5.1. Зубчатое соединение раздаточного вала тракторной коробки передач с фланцем карданного вала: *а* — вал, износ неравномерный по длине, на концах зубьев — сколы, произошедшие после подтяжки ослабшего осевого крепления; *б* — фланец, износ зубьев неравномерный по длине. Износ вызван поперечной силой, передаваемой соединением

не превышает 0,05 мм на длине 100 мм. Более обоснованными выглядят нормы ГОСНИТИ, согласно которым предельно допустимым считается износ, равный глубине

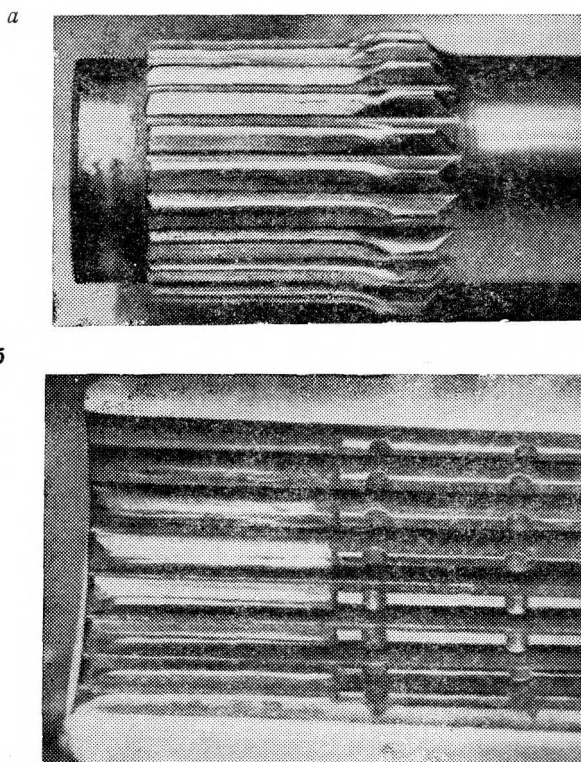


Рис. 5.2. Детали зубчатого соединения привода вспомогательного агрегата двигателя: а — вал; б — сопряженная с ним ступица. Износ вызван монтажным перекосом

упрочненного слоя, заданной чертежом, а разность в износе должна вызывать перекося не более 0,02 мм на длине 100 мм. Действительно, после того как износ превысит величину упрочненного слоя, темп его резко возрастает.

По данным НАТИ [30, 32] и других источников, износ находится в обратной зависимости от твердости сопряженных поверхностей соединения и в прямой зависимости от работы трения на этих поверхностях. Последняя связана с максимальными напряжениями и взаимными перемещениями сопряженных поверхностей. Темп изнашивания зависит также от наличия смазки, ее загрязненности, доступа воздуха и ряда других факторов, в том числе от электрического сопротивления в контакте трущихся поверхностей [13].

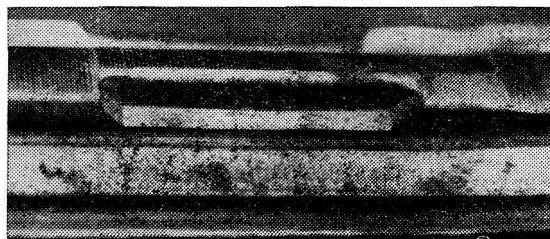


Рис. 5.3. Износ зубьев валика шестеренного масляного насоса, вызванный поперечной силой (давлением масла в объеме насоса)

В настоящее время нет возможности оценить темп изнашивания по каким-либо независимым параметрам, однако удельная работа трения в соединении может служить для сравнительной оценки зубчатых соединений, работающих в близких условиях (смазывание, температура и т. п.).

При рассмотрении трения и изнашивания следует различать *приработочный* износ, когда из-за разнозазорности происходит быстрое (2—5 % ресурса) изнашивание наиболее нагруженных пар зубьев и выравнивание зазоров, и *рабочий износ*, вызванный изнашиванием сопряженных поверхностей при их взаимных перемещениях в одинаковом для всех пар зубьев темпе.

Изнашивание, о котором шла речь, характерно для циркуляционно нагруженных неподвижных и подвижных не под нагрузкой соединений. Стационарно нагруженные соединения, как правило, не изнашиваются сколько-нибудь заметно.

5.1. Трение в зубчатых соединениях

В циркуляционно нагруженных зубчатых соединениях происходят малые взаимные перемещения сопряженных поверхностей, при которых совершается некоторая работа трения. Она производится:

1) на боковых поверхностях зубьев как следствие их поперечных и продольных возвратных перемещений;

2) на центрирующих поверхностях, если они контактируют, поскольку посадочные (центрирующие) поверхности вала и ступицы, имея разные диаметры, вращаются с одной угловой скоростью;

3) на торцах ступиц смежных деталей — в результате перекоса одной или обеих ступиц.

Кроме того, при изменении нагрузки при любом ее характере происходят микроперемещения сопряженных поверхностей, связанные с изменением уровня и продольного распределения нагрузки, передаваемой сопряженной парой зубьев. Эти перемещения намного меньше тех, что имеют место в результате циркуляционного нагружения и вызывают, по-видимому, так называемую фреттинг-коррозию — разновидность изнашивания, связанную с периодическим разрушением и восстановлением окисной пленки на рабочих поверхностях. Закономерности протекания этого процесса изучены мало, они существенно отличны от закономерностей обычного механического изнашивания и здесь этот процесс не рассматривается.

В соединениях, подвижных под нагрузкой, работа трения от малых перемещений складывается с работой трения продольного скольжения при макроперемещениях. К этим соединениям следует отнести соединения телескопических валов, а также соединения длинных торсионных валов (рессор), закручиваемых на относительно большие углы. Здесь продольное скольжение вызывается укорочением вала при его закручивании.

Коэффициент трения в зубчатых соединениях колеблется в весьма широких пределах — от 0,08 до 0,3, причем в одном и том же соединении он может заметно меняться в зависимости от температуры, частоты вращения и других факторов. Это объясняется, по-видимому, граничным характером трения, так как при малых скоростях скольжения (до 0,1 см/с) и частых реверсированиях (дважды

за один оборот соединения) устойчивый масляный клин образовываться не может.

Поэтому работа и мощность трения, полученные по приведенным ниже зависимостям, малопригодны для оценки энергетических показателей машины. Основная цель определения показателей трения в соединениях — сравнительная оценка их износостойкости, которая по имеющимся в настоящее время данным [22, 30—32] обратно пропорциональна удельной работе трения.

Работа трения в контакте i -й пары зубьев при циклических взаимных перемещениях за один оборот соединения может быть найдена по известной формуле

$$A_i = f \int_L N_i dL,$$

где f — коэффициент трения; N_i — сила нормального взаимодействия в i -й паре; L — путь, пройденный i -й парой за один оборот соединения.

При выводе зависимостей, определяющих работу трения, приняты следующие допущения.

1. Коэффициент трения считается постоянным в течение цикла (одного оборота соединения).

2. Упругой фазой перемещения пренебрегаем, считая, что скольжение начинается одновременно с перемещением.

В дальнейшем работу трения удобнее вычислять отдельно при поперечных перемещениях боковых поверхностей $A_{\epsilon i}$ и продольных перемещениях $A_{\gamma i}$; полная работа трения на боковых поверхностях

$$A_i = \sqrt{A_{\epsilon i}^2 + A_{\gamma i}^2}.$$

Разложив силу трения, направленную вдоль скорости скольжения v , на направление скоростей поперечного v_{ϵ} и продольного скольжения v_{γ} (см. рис. 1.8), найдем:

$$F_{\epsilon} = fN_i \frac{\epsilon}{\sqrt{\epsilon^2 + r^2\gamma^2}} = f_{\epsilon}N_i; \quad F_{\gamma} = fN_i \frac{r\gamma}{\sqrt{\epsilon^2 + r^2\gamma^2}} = f_{\gamma}N_i, \quad (5.1)$$

где f_{ϵ} и f_{γ} — условные проекции коэффициента трения на направление скоростей поперечного и продольного скольжения:

$$f_{\epsilon} = f \frac{\epsilon}{\sqrt{\epsilon^2 + r^2\gamma^2}}; \quad f_{\gamma} = f \frac{r\gamma}{\sqrt{\epsilon^2 + r^2\gamma^2}}. \quad (5.2)$$

Трение при поперечных взаимных перемещениях боковых поверхностей зубьев. Поперечные взаимные перемещения сопряженных боковых поверхностей зубьев происходят, когда втулка смещена относительно вала в поперечном направлении на величину $e = y$ действием поперечной силы или внешними избыточными связями. Из схемы, приведенной на рис. 5.4, при повороте соединения на

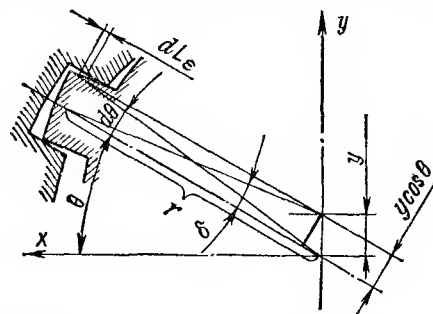


Рис. 5.4. К определению поперечного скольжения

угол $d\theta$, если пренебречь толщиной зуба (углом δ), перемещение в поперечном направлении

$$dL_e = y \cos \theta d\theta;$$

работа трения при продольных взаимных перемещениях зубьев за один оборот соединения

$$A_{ei} = 2f_e \int_0^{\theta_p} N_i y \cos \theta d\theta. \quad (5.3)$$

Формулы для расчета трения при поперечных перемещениях боковых сопряженных поверхностей зубьев, полученные из (5.3), приведены в табл. 5.1. Формулы (I) — (Iв) относятся к соединению, нагруженному поперечной силой; рабочий угол θ_p определяется по соответствующим формулам п. 3.3. Формулы (II) и (IIа) относятся к соединению, передающему нагрузку — крутящий момент M — при наличии монтажного эксцентриситета; рабочий угол θ_p определяется из уравнения (VI) из табл. 3.4.

На рис. 5.5 показаны зависимости безразмерной относительной величины $A_{e0} = 0,25A_e z^2 c B / (f_e P^2)$ от параметра

Таблица 5.1. Формулы для расчета работы трения при поперечных перемещениях

Условия применения	Расчетные формулы
$y > 0,5\Delta_0$: $\Psi > 0,5 \frac{z + 2k_c}{zk_p}$ $\Psi \leq 0,5 \frac{z + 2k_c}{zk_p}$	$A_{ei} = 4f_e \frac{\pi^2}{\theta_p^2} \frac{P^2}{z^2 \Psi^2 cB} \frac{\Psi \theta_p k_p - \sin \theta_p}{S_p + \beta k_c} \times$ $\times \left(\frac{\Psi \theta_p k_p - \sin \theta_p}{S_p + \beta k_c} S_p + \sin \theta_p \right) \quad (I)$ $A_{ei} = 4f_e \pi \frac{P^2}{cB} \frac{k_p^2}{(z + 2k_c)^2} \quad (Ia)$
$y < 0,5\Delta_0$: $\Psi > 0,5$ $\Psi < 0,5$	$A_{ei} = 4f_e \frac{\pi^2}{\theta_p} \frac{P^2}{z^2 \Psi cB} \frac{\Psi \theta_p - \sin \theta_p}{S_p} \quad (Ib)$ $A_{ei} = 4f_e \pi \frac{P^2}{z^2 cB} \quad (Iв)$
$\varepsilon > 0$: $\frac{M}{M_e} < \frac{2z}{z + 2k_c}$ $\frac{M}{M_e} \geq \frac{2z}{z + 2k_c}$	$A_{ei} = 4f_e \pi^2 \frac{M^2}{z^2 r^2 cB} \left(\frac{M_e}{M} - \frac{\sin \theta_p}{\theta_p} \right) \times$ $\times \left[1 + \left(\frac{M_e}{M} - \frac{\sin \theta_p}{\theta_p} \right) \frac{S_p}{S_p + \beta k_c} \right] \frac{1}{S_p + \beta k_c} \quad (II)$ $A_{ei} = 4f_e \pi \frac{M^2}{z r^2 cB} \frac{M_e}{z + 2k_c} \times$ $\times \left(1 + \frac{M_e}{M} \frac{z}{z + 2k_c} \right) \quad (IIa)$

нагрузки Ψ при различных сочетаниях зазора между центрирующими поверхностями (коэффициента k_p) и соотношениях жесткостей элементов соединения (коэффициента k_e). Нетрудно убедиться, что при участии центрирующих поверхностей в передаче нагрузки работа трения существенно меньше, чем при центрировании по боковым поверхностям. Однако для того чтобы центрирование несло нагрузку, зазоры должны быть достаточно малы. Следует отметить, что наиболее распространенные

в машиностроении зазоры между центрирующими поверхностями не обеспечивают участия последних в передаче нагрузки.

На рис. 5.6 приведены зависимости безразмерной относительной величины $A_{e0} = 0,25A_e z^2 c B r^2 / (f_e M^2)$ от отношения M/M_e при различных жесткостях опор вала и втулки. Нетрудно увидеть, что работа трения непрерывно возрастает с увеличением эксцентриситета. При прочих равных условиях работа трения меньше при меньшей жесткости опор.

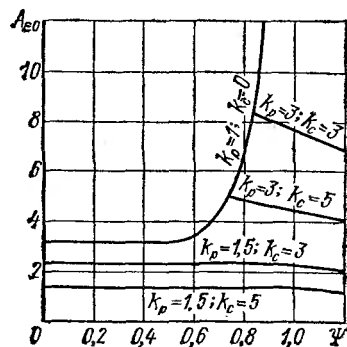


Рис. 5.5. Зависимость относительной работы трения поперечного скольжения зубьев $A_{e0} = 0,25A_e z^2 c B / (f_e P^2)$ от Ψ

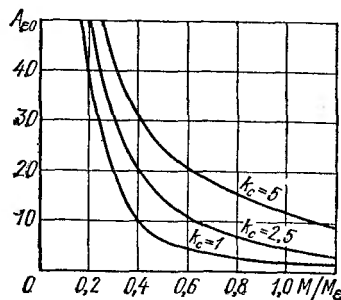


Рис. 5.6. Зависимость относительной работы трения поперечного скольжения зубьев $A_{e0} = 0,25A_e z^2 c B r^2 / (f_e M^2)$ от M/M_e

Трение при продольных относительных перемещениях боковых поверхностей зубьев. Продольные взаимные перемещения боковых поверхностей зубьев имеют место в перекошенном на некоторый угол γ соединении. Кинематика этих перемещений (поворот вокруг нормали) показана на рис. 4.9, а, б. Продольное перемещение i -й поверхности втулки вдоль сопряженной поверхности вала при повороте на угол $d\theta$

$$dL_{vi} = \gamma_i r \cos \theta d\theta;$$

работа трения при продольных взаимных перемещениях сопряженных поверхностей зубьев за один оборот соединения

$$A_{vi} = 2f_{vi} \gamma_i r \int_0^{\theta_p} N_i \cos \theta d\theta. \quad (5.4)$$

Формулы для расчета трения при продольных перемещениях, полученные из (5.4), сведены в табл. 5.2. Формулы (I)—(IV) относятся к соединению, нагруженному изгибающим моментом поперечной силы; рабочий угол определяется по соответствующим формулам п. 3.3.

Из (I)—(IV) видно, что с увеличением Ψ работа трения возрастает, а участие центрирующих поверхностей в передаче нагрузки уменьшает ее, иначе говоря, зависимость работы трения при продольных перемещениях от Ψ и зазора в центрировании сходна с зависимостью трения при поперечных перемещениях от этих же величин. В формулах (I)—(IV) для эвольвентных зубьев $r = 0,5d_0$ — радиус основной окружности; для прямобоочных зубьев $\alpha = 0$.

В соединениях, нагруженных крутящим и изгибающим моментами и передающих крутящий момент при монтажном перекосе, окружная неравномерность в середине соединения отсутствует, поэтому [$N_i = M/(zr)$ и $\theta_p = \pi$]

$$A_{\gamma i} = 4f_{\gamma} M \gamma_{\gamma} / z. \quad (5.5)$$

В соединении, передающем крутящий момент при монтажном перекосе, работа трения определяется по выражению (5.5), из которого после подстановки γ получены формулы для расчета работы трения в соединениях, передающих крутящий и изгибающий моменты, помещенные в табл. 5.2.

Трение между центрирующими поверхностями. Трение между контактирующими центрирующими поверхностями обусловлено разностью их диаметров, равной зазору Δ_0 . Если пренебречь тангенциальной деформацией сопряженных цилиндрических поверхностей (центрирующих диаметров), за один оборот соединения совершается работа силы $N_0 = \text{const}$ на пути

$$L = \pi d_A - \pi d_B = \pi \Delta_0,$$

следовательно,

$$A_0 = f \pi \Delta_0 N_0. \quad (5.6)$$

Трение между торцами ступиц смежных деталей. В результате поперечной деформации и перекоса соединения торец его ступицы становится несоосным с торцом ступицы соседней детали или упорного бурта вала. Если при этом на ступицу действует осевая сила, прижима-

Т а б л и ц а 5.2. Формулы для расчета работы трения при продольных перемещениях

Условия применения	Расчетные формулы
$y > 0,5\Delta_0$; $\Psi > 0,5 \frac{z + 2k_c}{zk_p}$	$A_{yx} = 48f_v \frac{\pi^2}{0_p} \frac{P^2 H r}{z^2 c B^3 \Psi} \times$ $\times \left(\frac{\Psi \theta_p k_p - \sin \theta_p}{S_p + \beta k_c} S_p + \sin \theta_p \right) \times$ $\times \frac{1}{\theta_p + 0,5 \sin 2(\theta_p - \alpha) + \beta k_c} \quad (I)$
$\Psi \leq 0,5 \frac{z + 2k_c}{zk_p}$	$A_{yx} = 48f_v \pi \frac{P^2 H r}{c B^3} \frac{k_p}{(z + 2k_c)^2} \quad (Ia)$
$y \leq 0,5\Delta_0$; $\Psi > 0,5$	$A_{yx} = 48f_v \pi^2 \frac{P^2 H r}{z^2 c B^3} \times$ $\times \frac{1}{\theta_p + 0,5 \sin 2(\theta_p - \alpha)} \quad (Ib)$
$\Psi \leq 0,5$	$A_{yx} = 48f_v \pi \frac{P^2 H r}{z^2 c B^3} \quad (Iв)$
$\Delta_0 < \frac{24M_y}{zcB^2}$; $e \leq \frac{1}{12} \frac{z + 2k_c}{zkM}$	$A_{vy} = 96f_v \frac{MM_y}{zcL^3} \frac{zkM}{z + 2k_c} \quad (II)$
$\Delta_0 \geq \frac{24M_y}{zcB^2}$; $e \leq \frac{1}{12}$	$A_{vy} = 96f_v \frac{MM_y}{z^2 c B^3} \quad (IIa)$
$\Delta_0 \frac{cBzr}{M} < 24e +$ $+ (36,35e - 3,029)^{3,35}$; $e > \frac{1}{12} \frac{z + 2k_c}{zkM}$	$A_{vy} = 4f_v \frac{M^2}{z^2 c B^3 r} \times$ $\times \left[24 \frac{zkM}{z + 2k_c} e + \right.$ $\left. + 2 \left(20e - 1,667 \frac{z + 2k_c}{zkM} \right)^{1+0,12 \frac{zkM}{z+2k_c}} \right] \quad (IIб)$
$\Delta_0 \frac{cBzr}{M} \geq$ $\geq 24e + (36,35e -$ $- 3,029)^{3,35}$; $e > \frac{1}{12}$	$A_{vy} = 4f_v \frac{M^2}{z^2 c B^3 r} \times$ $\times [24e + (36,35e - 3,029)^{3,35}] \quad (IIв)$

ющая ее к этому упору, в торцовом контакте возникают силы трения. Считая несоосность торцов постоянной в течение оборота соединения, можно записать путь трения таким образом:

$$L = 2\pi (y \pm 0,5B\gamma), \quad (5.7)$$

где $\gamma = \sqrt{\gamma_x^2 + \gamma_y^2}$; γ_x, γ_y — углы перекоса от изгибающих моментов поперечной и осевой сил.

Знак «плюс» берется в том случае, когда суммарная осевая сила направлена в сторону, противоположную вершине угла γ .

Суммарная осевая сила, сжимающая торцы, является равнодействующей внешней осевой силы, например, осевой составляющей усилия в зацеплении косозубого или конического колеса, и внутренней осевой силы, возникающей в соединении, перекошенном изгибающим моментом поперечной силы (см. п. 4.4),

$$Q = P_A \pm F,$$

где P_A — осевая составляющая усилия в зацеплении (внешняя сила), определяется по формуле (4.34) для косозубого колеса, по (4.35) — для прямозубого конического колеса и (4.35а) — для конического колеса с круговыми зубьями; в общем случае $P_A = 2M_y/d_w$; d_w — диаметр паллоидной (начальной) окружности зубчатого колеса; F — равнодействующая сил трения при продольном скольжении зубьев соединения, определяется по формулам (III)—(IIIв) из табл. 4.1 в зависимости от поперечного смещения втулки y и Ψ .

Таким образом, работа трения между торцом ступицы соединения и поверхностью, ограничивающей ее перемещение вдоль вала,

$$A_T = 2\pi f (P_A \pm F) (y \pm B\gamma). \quad (5.8)$$

Знак «плюс» берется в том случае, когда P_A направлена в сторону, противоположную вершине угла γ .

Трение при осевых перемещениях под нагрузкой. Осевые перемещения под нагрузкой характерны для телескопических валов, зубчатые соединения которых передают только основную нагрузку в виде крутящего момента. Усилие, необходимое для осевого перемещения в соединении, нагруженном крутящим моментом,

$$Q = fM/r.$$

Работа трения, производимая на i -й паре зубьев при перемещении на длину L , если при этом $M = \text{const}$,

$$A_i = fML/(zr).$$

Величина осевого перемещения L определяется конструкцией узла. Например, осевое перемещение в соединении карданного вала автомобиля определяется конструкцией подвески и случайной функцией профиля дороги.

Особый случай представляют собой соединения торсионного вала значительной длины, закручиваемого на относительно большой угол. Здесь осевые перемещения в соединении обусловлены укорочением вала при его закручивании. По данным П. М. Риза, полученным на основании зависимостей нелинейной теории упругости, укорочение вала w при закручивании его на относительный угол $\tau = \varphi/l$ (φ — угол закручивания, l — длина закручиваемого участка), когда торцовые сечения свободны от нагрузки

$$w = \tau^2 \alpha u, \quad (5.9)$$

где u — продольная координата;

$$\alpha = \frac{1 + 11\mu + 30\mu^2 - 20\mu^3}{16(1 - \mu^2)(1 - 2\mu)} R^2,$$

μ — коэффициент Пуассона; R — радиус сечения вала.

Для стального вала с постоянным диаметром $\alpha = -0,2793d^2$ ($\mu = 0,3$). В свою очередь, $\tau = M/GJ_p$. Подставив в (5.9) значения α и τ , для стального вала диаметром d (см), длиной l (см) в одном из его соединений после приложения к нему крутящего момента M (Н·м), получим перемещение L (см)

$$L = 3,49 \frac{M^2 l}{d^6} 10^{-10} = 3,49 \cdot 10^{-6} \cdot M^2 l / d^6.$$

Если соединение эвольвентное, нормальная сила в контакте i -й пары зубьев

$$N_i = M/(zr \cos \alpha); \quad \text{при } \alpha = 30^\circ \quad N_i = 1,1547M/(zr),$$

где r — средний радиус соединения (обычно $r > 0,5d$).

Работа трения (Н·м) в i -й паре такого соединения при изменении нагрузки от M_1 до M_2

$$A_i = 1,343 \cdot 10^{-12} f l \frac{M_2^3 - M_1^3}{zrd^6}, \quad (5.10)$$

а если известна закономерность изменения нагрузки во времени $M(t)$, то

$$A_1 = 1,343 \cdot 10^{-12} \frac{fl}{zrd^6} \int_{t_1}^{t_2} M^2(t) dt. \quad (5.11)$$

Пример. Определить работу трения на боковых поверхностях зубьев, центрирующих поверхностях и поверхности упорного торца соединения прямозубой шестерни, имеющей $z_w = 18$ зубьев, модуль $m_w = 6$ мм, продольное сечение симметричное $B = 62$ мм. Соединение выполняется в двух вариантах посадок: $d = 8 \times 62H7/f8 \times 68 \times 12H8/e9$ и $d = 8 \times 62H7/j_8 \times 68 \times 12h8/j_87$.

Решение. Соединение передает крутящий момент $M = 1200$ Н·м. Безразмерный параметр нагрузки $\Psi = 0,6405$; нормальная сила в зацеплении $P = 29\,269$ Н; средний радиус соединения $r = 3,25$ см; распределенная жесткость зубьев $c = 0,125 \cdot 10^6$ МПа, $k_c = 3,2$; для первого варианта $k_p = 4,492$, для второго $k_p = 1,6357$ (см. пример к п. 3.3; данными, полученными при решении этого примера, будем пользоваться и далее).

Плечо поперечной силы будем определять, считая ступицу значительно более жесткой, чем вал, т. е. учитывая только податливость вала. Момент инерции сечения вала (см. табл. 1.4)

$$J_p = W_p D/2 = 51,6 \cdot 6,8/2 = 175,4 \text{ см}^4.$$

В а р и а н т 1. Ранее найдено: $\theta_p = 2,1806$ рад, $y = 11,9$ мкм $\ll < 0,5\Delta_0$, $S_p = 1,0947$. Параметр жесткости λ найдем по формуле (4.5), в которую подставим условное рабочее число зубьев $z_p = z\theta_p/\pi = 8 \cdot 2,1806/3,1416 = 5,553$,

$$\lambda = \sqrt{\frac{5,553 \cdot 0,125 \cdot 10^6 (2 \cdot 3,25)^2}{4 \cdot 0,8 \cdot 10^6 \cdot 175,4}} = 0,1268 \text{ 1/см};$$

$\text{ch } \lambda B = 0,86968$; $\text{sh } \lambda B = 1,32522$. Плечо поперечной силы определим по формулам (4.22) и (4.23):

$$u_c = 6,2 - \frac{1,32522 - 1}{0,1268 \cdot 0,86968} = 3,25 \text{ см};$$

$$H = 3,25 - 0 - 0,5 \cdot 6,2 = 0,15 \text{ см}.$$

Угол перекося при $\alpha = 0$ по выражению (16) из табл. 4.1

$$\psi_x = 24 \frac{3,1416}{8} \frac{29\,260 \cdot 0,15 \cdot 10^{-2}}{0,125 \cdot 10^6 \cdot 10^6 \cdot 6,2^3 \cdot 10^{-6}} \frac{1}{2,1806 + 0,5 \sin 2 \cdot 2,1806} = 0,8117 \cdot 10^{-4} \text{ рад}.$$

Проекция коэффициента трения по формулам (5.2):

$$t_\epsilon = 0,15 \frac{11,19 \cdot 10^{-4}}{\sqrt{11,19^2 \cdot 10^{-8} + 3,25^2 \cdot 0,8117^2 \cdot 10^{-8}}} = 0,146;$$

$$t_\gamma = 0,15 \frac{3,25 \cdot 0,8117 \cdot 10^{-4}}{\sqrt{11,19^2 \cdot 10^{-8} + 3,25^2 \cdot 0,8117^2 \cdot 10^{-8}}} = 0,0344.$$

Осевая сила по выражению (III6) из табл. 4.1

$$F = \frac{3,1416}{2,1806} \frac{0,0344 \cdot 29\,260}{0,6405} \times \\ \times \left(1 - \frac{2,1806}{3,1416} + 1,2732 \frac{0,6405 \cdot 2,1806 - \sin 2,1806}{1,0947} \right) = 2211 \text{ Н.}$$

Работа трения при поперечных взаимных перемещениях зубьев по формуле (I6) из табл. 5.1

$$A_{ei} = 4 \cdot 0,146 \frac{3,1416^2}{2,1806} \frac{2,926^2 \cdot 10^8}{8^2 \cdot 0,6405 \cdot 0,125 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 6,2 \cdot 10^{-2}} \times \\ \times \frac{0,6405 \cdot 2,1806 - \sin 2,1806}{1,0947} = 0,03753 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

Работа трения при продольных взаимных перемещениях зубьев по выражению (I6) из табл. 5.2

$$A_{pi} = 48 \cdot 0,0344 \cdot 3,1416^2 \frac{2,926^2 \cdot 10^8 \cdot 0,15 \cdot 10^{-2} \cdot 3,25 \cdot 10^{-2}}{8 \cdot 0,125 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 6,2^3 \cdot 10^{-6}} \times \\ \times \frac{1}{2,1806 + 0,5 \sin 2 \cdot 2,1806} = 0,00208 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

Работа трения на упорном торце по формуле (5.8)

$$A_{ti} = 2 \cdot 3,1416 \cdot 0,15 \cdot 2211 (11,19 \cdot 10^{-6} + 0,5 \cdot 6,2 \cdot 10^{-2} \cdot 0,8117 \cdot 10^{-4}) = \\ = 0,0286 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

В а р и а н т 2. Ранее найдено: $\theta_p = 2,5178$ рад; $S_p = 1,7726$, $S_p + \beta k_c = 4,2859$.

Подставив в формулу (4.5) условное рабочее число зубьев $z_p = 8 \cdot 2,5178 / 3,1416 = 6,41$, получим

$$\lambda = \sqrt{\frac{6,41 \cdot 0,125 \cdot 10^5 (2 \cdot 3,25)^2}{4 \cdot 0,8 \cdot 10^5 \cdot 175,4}} = 0,1326 \text{ 1/см;}$$

$\text{sh } \lambda B = 0,94886$; $\text{ch } \lambda B = 1,3785$. По формулам (4.22) и (4.23)

$$u_c = 6,2 - \frac{1,3785 - 1}{0,1326 \cdot 0,94886} = 3,27; \quad H = 3,27 - 0 - 0,5 \cdot 6,2 = \\ = 0,17 \text{ см.}$$

Угол перекоса определим по выражению (I) из табл. 4.1

$$\gamma_{\infty} = 24 \frac{3,1416}{8} \frac{29\,260 \cdot 0,17 \cdot 10^{-2}}{0,125 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 6,2^3 \cdot 10^{-6}} \times \\ \times \frac{1}{2,5178 + 0,5 \sin 2 \cdot 2,5178 + 0,7854 \cdot 3,2} = 0,2485 \cdot 10^{-4} \text{ рад.}$$

Поперечное смещение втулки находим по формуле (II) из табл. 3.3.

$$y = 2 \frac{3,1416}{2,5178} \frac{29\,260}{8 \cdot 0,125 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 6,2 \cdot 10^{-2} \cdot 0,6405} \times \\ \times \frac{0,6405 \cdot 2,5178 \cdot 1,6357 - \sin 2,5178}{4,2859} = 8,762 \cdot 10^{-8} \text{ м.}$$

Нагрузка на центрирующих поверхностях по формуле (III) из табл. 3.3.

$$N_0 = 29\,260 \left(1 - 1,6357 + \right. \\ \left. + 2 \frac{3,1416}{2,5178} \frac{0,6405 \cdot 2,5178 \cdot 1,6357 - \sin 2,5178}{4,2859} \frac{3,2}{8 \cdot 0,6405} \right) = 3250 \text{ Н.}$$

Проекция коэффициента трения по формулам (5.2):

$$f_x = 0,15 \frac{8,762 \cdot 10^{-8}}{\sqrt{8,762^2 \cdot 10^{-8} + 3,25^2 \cdot 0,2486^2 \cdot 10^{-8}}} = 0,1494;$$

$$f_y = 0,15 \frac{3,25 \cdot 0,2486 \cdot 10^{-4}}{\sqrt{8,762^2 \cdot 10^{-8} + 3,25^2 \cdot 0,2486^2 \cdot 10^{-8}}} = 0,0138.$$

Осевая сила по выражению (III) из табл. 4.1

$$F = \frac{3,1416}{2,5178} \frac{0,0138 \cdot 29\,260}{0,6405} \times \\ \times \left(1 - \frac{2,5178}{3,1416} + 1,2732 \frac{0,6405 \cdot 2,5178 \cdot 1,6357 - \sin 2,5178}{4,2859} \right) = 636 \text{ Н.}$$

Работа трения при поперечных взаимных перемещениях зубьев по формуле (I) из табл. 5.1

$$A_{et} = 4 \cdot 0,1494 \frac{3,1416^2}{2,5178^2} \frac{2,926^2 \cdot 10^8}{8^2 \cdot 0,6405^2 \cdot 0,125 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 6,2 \cdot 10^{-2}} \times \\ \times \frac{0,6405 \cdot 2,5178 \cdot 1,6357 - \sin 2,5178}{4,2859} \times \\ \times \left(\frac{0,6405 \cdot 2,5178 \cdot 1,6357 - \sin 2,5178}{4,2859} 1,7726 + \sin 2,5178 \right) = \\ = 0,02682 \text{ Н}\cdot\text{м.}$$

Работа трения при продольных взаимных перемещениях зубьев по формуле (1) из табл. 5.2

$$A_{\gamma i} = 48 \cdot 0,0138 \frac{3,1416^2}{2,5178} \frac{2,926^2 \cdot 10^8 \cdot 0,17 \cdot 10^{-2} \cdot 3,25 \cdot 10^{-2}}{8^2 \cdot 0,125 \cdot 10^5 \cdot 10^{-6} \cdot 6,2^3 \cdot 10^{-6} \cdot 0,6405} \times \\ \times \left(\frac{0,6405 \cdot 2,5178 \cdot 1,6357 - \sin 2,5178}{4,2859} 1,7726 + \sin 2,5178 \right) \times \\ \times \frac{1}{2,5178 + 0,5 \sin 2 \cdot 2,5178 + 4,2859} = 0,000316 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Трение на центрирующих поверхностях по формуле (5.6)

$$A_{0i} = 0,15 \cdot 3,1416 \cdot 15 \cdot 10^{-6} \cdot 3250 = 0,023 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Трение на упорном торце ступицы по формуле (5.8)

$$A_{Ti} = 2 \cdot 3,1416 \cdot 0,15 \cdot 636 (8,726 \cdot 10^{-6} + 0,5 \cdot 6,2 \cdot 10^{-2} \cdot 0,2486 \cdot 10^{-4}) = \\ = 0,014 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Полное трение на боковых поверхностях в первом варианте

$$A_{bi} = \sqrt{A_{ei}^2 + A_{\gamma i}^2} = \sqrt{0,03753^2 + 0,00208^2} = 0,03759 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

во втором варианте

$$A_{bi} = \sqrt{0,02682^2 + 0,000316^2} = 0,02682 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Сравнивая полученные результаты видим, что во втором варианте работа трения на боковых поверхностях в 1,4 раза меньше, а на торцах — в 2 раза меньше, чем в первом варианте, хотя полная работа трения снизилась всего на 7%. Следует ожидать, что износ боковых поверхностей во втором варианте будет не менее чем в 1,4 раза меньше, а износ торцов — в 2 раза.

Сами центрирующие поверхности, как показывает опыт эксплуатации машин, изнашиваются незначительно по сравнению с боковыми поверхностями зубьев и торцами ступиц, так как они лучше смазываются, потому что направление скольжения не меняется и смазка удерживается лучше, чем на торцах втулок.

Таким образом, зазор между центрирующими поверхностями влияет на трение, а следовательно, на изнашивание, значительно в большей степени, чем на распределение нагрузки (ср. результаты расчетов в примере к п. 3.3).

5.2. Пластические деформации элементов зубчатых соединений

Пластические деформации могут возникнуть в высоконагруженных неподвижных зубчатых соединениях при действии пиковых нагрузок, например в соединениях концов торсионных рессор транспортных машин с опорой.

Возможны четыре вида пластических деформаций:

- 1) смятие рабочих поверхностей зубьев соединения;
- 2) пластические деформации в галтели зуба;

- 3) пластические деформации в теле зуба;
- 4) пластические деформации в теле ступицы (по внутреннему периметру).

Снятие рабочих поверхностей зубьев соединения, нагруженного крутящим моментом M , начнется на стороне снятия (подвода) крутящего момента, а по высоте — начиная с вершины. На рис. 5.7 показан участок снятия

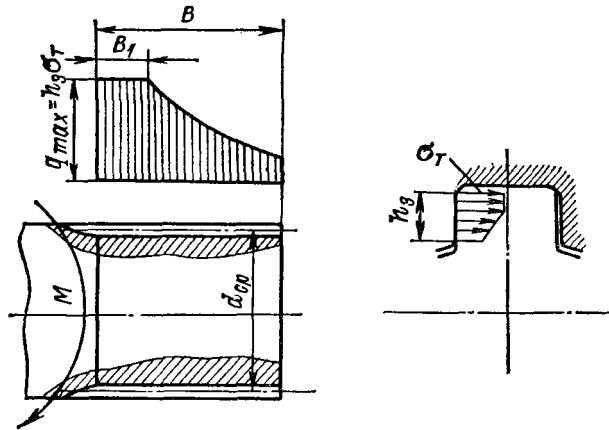


Рис. 5.7. Расположение зоны снятия по высоте и длине рабочей поверхности зуба

длиной $B_1 < B$ и высотой $h \leq h_3$. Длина участка снятия может быть найдена из уравнения статики

$$M = M(B_1) + M(B - B_1), \quad (5.12)$$

где $M(B_1)$ — крутящий момент, передаваемый сминаемой частью соединения; $M(B - B_1)$ — крутящий момент, передаваемый частью соединения, работающей в упругой области.

Крутящий момент, передаваемый упругой областью, находится на основании формулы (4.4) по выражению

$$M(B - B_1) = \frac{\sigma_T h_3 z \operatorname{th} \lambda (B - B_1)}{2\lambda} d_{ср}. \quad (5.13)$$

Крутящий момент, передаваемый частью соединения, находящейся в области пластических деформаций при $h = h_3$,

$$M(B_1) = 0,5\sigma_T h_3 z d_{ср} B_1. \quad (5.14)$$

Подставляя (5.13) и (5.14) в (5.12), получаем трансцендентное уравнение для определения B_1

$$M = \frac{\sigma_T h_{\text{вз}} d_{\text{ср}}}{2} \left[\frac{\text{th } \lambda (B - B_1)}{\lambda} + B_1 \right], \quad (5.15)$$

являющееся справедливым при

$$M \geq [M]_T = \frac{\sigma_T h_{\text{вз}} d_{\text{ср}}}{2\lambda} \text{th } \lambda B, \quad (5.16)$$

где $[M]_T$ — момент, соответствующий началу пластических деформаций рабочих поверхностей зубьев.

Пластические деформации в галтели зуба начнутся при условии достижения в какой-либо точке главным нормальным напряжением σ_A , касательным к контуру переходной кривой, предела текучести.

Напряжение σ_A наиболее просто определяется по известной гипотезе ломаных сечений проф. А. В. Верховского [25] либо по формуле Хейвуда [38], полученной на основании анализа диаграмм фотоупругости. При использовании метода А. В. Верховского значение крутящего момента, соответствующего началу текучести в точке A на контуре переходной кривой (рис. 5.8), определяется по зависимости

$$[M]_T = \frac{\sigma_T B d_{\text{ср}} z \cos \alpha}{2(K_0 + K_{\text{п}} - 1) \left(\frac{x \cos \alpha}{y^2} H - \frac{\sin \alpha \cos^2 \alpha_n}{2y} \right)}, \quad (5.17)$$

где $K_0, K_{\text{п}}$ — общие коэффициенты окружной и продольной неравномерности; x — расстояние в системе координат XOY от точки пересечения линии действия нагрузки q с осью симметрии зуба до вершины ломаного сечения; y — ордината, соответствующая полуширине обычного плоского сечения; α — угол давления, равный углу профиля зуба; α_n — угол между направлением главного нормального напряжения, касательного к контуру зуба в точках A_i , и осью симметрии зуба; H — безразмерный коэффициент, зависящий от положения ломаного сечения и определяемый по выражению

$$H = \frac{0,5 \cos \alpha_n}{\frac{3y/\rho + 2 \cos \alpha_n}{2(y/\rho)^2} + \frac{(\cos \alpha_n + y/\rho)^2}{(y/\rho)^3} \ln \frac{\cos \alpha_n}{\cos \alpha_n + y/\rho}}, \quad (5.18)$$

где ρ — радиус кривизны выкружки зуба.

При использовании метода Хейвуда крутящий момент, соответствующий началу текучести, определяется по выражению

$$M_{1T} = \frac{\sigma_T B d_0 p^2}{2(K_0 + K_H - 1)[1 - 0,26(e/R)^{0,7}]} \times \left(\frac{1,5a}{e^2} + \frac{0,45}{\sqrt{be}} + \frac{\sin \beta}{2\nu} \right)^{-1}, \quad (5.19)$$

где параметры a , b , e , R , β приведены на рис. 5.9.

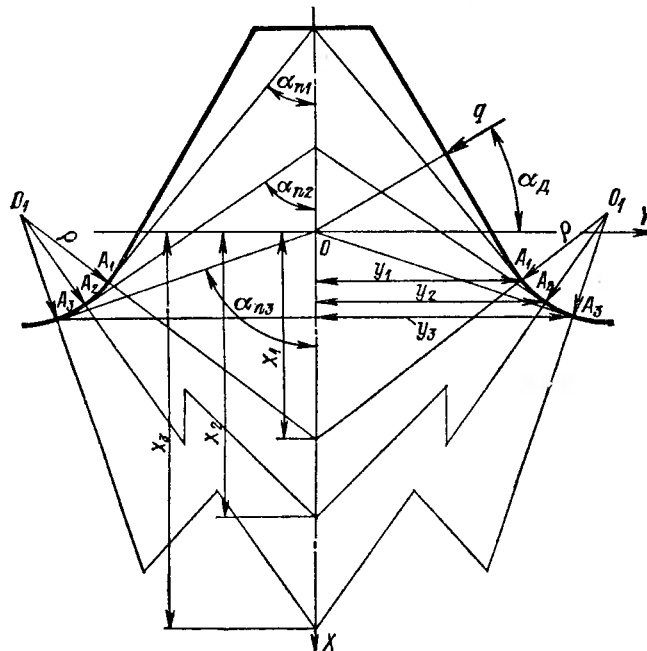


Рис. 5.8. Расположение ломаных сечений при изгибе треугольного зуба

Для сравнения указанных методов в табл. 5.3 приведены данные по определению максимального напряжения в точках начала, середины и конца выкружки эвольвентных зубьев валов, имеющих $z = 34$ зуба при $K_0 = K_H = 1$. Из приведенных данных следует, что метод Хейвуда дает значения напряжений примерно на 15—

Т а б л и ц а 5.3. Значения местных напряжений в зубьях эвольвентного профиля (по ГОСТ 6033—80) при действии распределенной нагрузки в 10 Н/см

Параметры зубьев	<i>x</i>	<i>y</i>	cos α _п	<i>H</i>	σ (по Верховско- му), МПа	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>e</i>	β. ...°	1 + 0,26× ×(<i>e</i> / <i>R</i>) ^{0,7}	σ (по Хей- вуду), МПа
	мм					мм					
<i>m</i> = 1 мм; <i>R</i> = 0,47 мм	1,2	1,1	0,809	1,53	10,6	0,32	0,85	1,1	7	1,48	13,1
	1,6	1,2	0,695	1,23	10,8	0,37	0,92	1,2	17	1,50	14,1
	3,8	1,3	0,375	0,36	6,5	0,60	1,10	1,3	40	1,54	17,0
<i>m</i> = 2 мм; <i>R</i> = 0,94 мм	2,4	2,3	0,809	1,53	5,3	0,65	1,70	2,3	7	1,48	6,6
	3,2	2,4	0,695	1,23	5,9	0,75	1,85	2,4	17	1,50	7,1
	7,8	2,7	0,375	0,36	3,2	1,20	2,20	2,7	40	1,54	8,1
<i>m</i> = 5 мм; <i>R</i> = 2,35 мм	5,8	6,0	0,809	1,57	2,0	1,50	4,25	6,0	9	1,50	2,47
	8,1	6,2	0,695	1,40	2,3	1,78	4,50	6,3	17	1,51	2,67
	18,9	7,0	0,391	0,52	1,7	2,13	5,50	7,0	40	1,56	2,86
<i>m</i> = 10 мм; <i>R</i> = 4,7 мм	11,7	12,0	0,809	1,57	0,98	3,0	8,5	12,0	9	1,50	1,24
	16,2	12,5	0,695	1,40	1,17	3,6	9,0	12,5	17	1,51	3,40
	37,8	14,0	0,391	0,52	0,85	4,3	11,0	14,0	40	1,56	1,43

25 % больше, чем максимальные значения напряжений по Верховскому.

Пластические деформации в теле зуба могут появиться в том случае, когда максимальное периферийное нормальное напряжение для прямобочного зуба или приведенное (по 3-й или 4-й теории прочности) для треугольного (эвольвентного) зуба достигнет предела текучести. При определении касательных напряжений τ , входящих в выражение

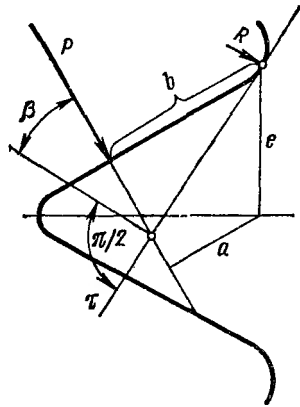


Рис. 5.9. К определению максимального местного напряжения по Хейвуду

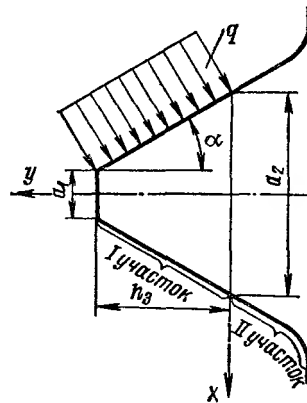


Рис. 5.10. Схема загрузки зуба треугольного профиля

приведенного напряжения, необходимо учитывать граничные условия и определять τ из первого уравнения плоской задачи теории упругости.

Для треугольного симметричного профиля, нагруженного равномерно распределенной нагрузкой в пределах глубины захода (рис. 5.10) выражения для напряжений будут различными для участка I, где действует нагрузка, и для участка II, свободного от нагрузки.

Для участка I

$$\sigma_{xx} = -\frac{6qx^2y}{h_3(a_1 + 2x \operatorname{tg} \alpha)^3}; \quad (5.20)$$

$$\tau_{xy} = \frac{6q(a_1 - x \operatorname{tg} \alpha)y^2}{h_3(a_1 + 2x \operatorname{tg} \alpha)^4} - \frac{3}{2} \frac{qx(a_1 + x \operatorname{tg} \alpha)}{h_3(a_1 + 2x \operatorname{tg} \alpha)^2}; \quad (5.21)$$

для участка II

$$\sigma_{xx} = - \frac{12 (qx + 0,5qh_3) y}{(a_2 + 2x \operatorname{tg} \alpha)^3}; \quad (5.22)$$

$$\tau_{xy} = \frac{6qy^2 (a_2 - 4x \operatorname{tg} \alpha - 3h_3 \operatorname{tg} \alpha)}{(a_2 + 2x \operatorname{tg} \alpha)^4} - \frac{3}{2} \frac{q (a_2 - h_3 \operatorname{tg} \alpha)}{(a_2 + 2x \operatorname{tg} \alpha)^2}. \quad (5.23)$$

Из уравнения

$$\sqrt{\sigma_{xx}^2 + 4\tau_{xy}^2} = \sigma_T \quad (5.24)$$

при фиксированных y находим значения x , при которых начнется текучесть.

Абсциссы точек, ограничивающих выход зоны текучести на кромку профиля (при вершине зуба вала), для участка I

$$x_{1,2} = \frac{2a_1 \operatorname{tg} \alpha}{A} \pm \sqrt{\frac{4a_1^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}{A^2} - \frac{a_1^2}{A}}, \quad (5.25)$$

где $A = 4 \operatorname{tg}^2 \alpha - 3k_1 \sqrt{1 + 4 \operatorname{tg}^2 \alpha}$; $k_1 = q/(h_3 \sigma_T)$ — относительная загруженность профиля.

Из (5.25) следует, что текучесть на участке I возможна, когда

$$k_1 > \frac{4 \operatorname{tg}^2 \alpha}{3 \sqrt{1 + 4 \operatorname{tg}^2 \alpha}}; \quad (5.26)$$

при $\alpha = 30^\circ$ $k_1 > 0,29$; при меньших значениях относительной загрузки текучести не будет. Кроме того, ограничением возможного появления текучести является условие

$$x \leq h_3. \quad (5.27)$$

Для участка II из аналогичных соображений находим, что

$$k_1 \geq \frac{a_2^2}{3h_3^2 \sqrt{1 + 4 \operatorname{tg}^2 \alpha}}. \quad (5.28)$$

Максимальные касательные напряжения, возникающие у внутренней поверхности ступицы с зубьями эвольвентного или треугольного профиля,

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_A - \sigma_r}{2} = \frac{pb}{1 - (D_f/D_H)^2}, \quad (5.29)$$

где p_b — условное давление по цилиндрической поверхности ступицы диаметром D_f ,

$$p_b = q \sin \alpha / (\pi D_f), \quad (5.30)$$

D_n — наружный диаметр ступицы.

Так как текучесть наступит, когда $\tau_{\max} = 0,58\sigma_T$, то нагрузка, вызывающая пластические деформации во впадинах отверстия,

$$[M]_T = \frac{0,29\pi d_{cp} z B D_f (D_n^2 - D_f^2) \sigma_T}{D_n^2 K_n \operatorname{tg} \alpha}, \quad (5.31)$$

так как окружная неравномерность при определении условного давления по Ламэ не учитывается.

При массивной втулке ($D_n \rightarrow \infty$) зависимость (5.31) упрощается

$$[M]_T = \frac{0,29\pi d_{cp} z B D_f \sigma_T}{K_n \operatorname{tg} \alpha}. \quad (5.32)$$

Пример. Для соединения с треугольным профилем, выполненного из стали марки 45ХНМФА с пределом текучести 1080 МПа, длиной $B = 4,8$ см при $d_{cp} = 6,525$ см, $z = 52$, с углом профиля 30° , глубиной захода $b_3 = 1,75$ мм, толщиной $d_1 = 0,7$ мм, $d_2 = 2,7$ мм (см. рис. 5.4), радиусом закругления выкружки зуба $\rho = 0,075$ см, параметром $\lambda = 0,676 \text{ см}^{-1}$, определить предельные значения крутящих моментов по смятию рабочих поверхностей и появлению текучести в месте концентрации напряжений и в теле зуба.

Решение. Предельное значение крутящего момента по смятию рабочих поверхностей зуба определяется по формуле (5.16)

$$[M]_T = \frac{1080 \cdot 10^6 \cdot 0,175 \cdot 10^{-2} \cdot 52 \cdot 6,525 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 0,676 \cdot 10^2} \operatorname{th} 0,676 \cdot 4,8 =$$

$$= 4,75 \cdot 10^4 \text{ МПа.}$$

Для определения момента, соответствующего началу текучести в выкружке зуба, проводятся три ломаных сечения через точки A_1 , A_2 , A_3 (см. рис. 5.8). Значения координат x , y , угла давления α_n , полученные непосредственно из чертежа, и значения вычисленных параметров, входящих в формулу (5.17), сведены в табл. 5.4. Из данных таблицы следует, что появления текучести следует ожидать в точке A_2 . Из формулы (5.17) для точки A_2 при $K_0 = K_n = 1$ получаем

$$[M]_T = \frac{1080 \cdot 10^6 \cdot 4,8 \cdot 10^{-2} \cdot 6,525 \cdot 10^{-2} \cdot 52 \cos 30^\circ}{2 \cdot 7,80 \cdot 10^2} = 9,8 \cdot 10^4 \text{ Н.м.}$$

Согласно критерию (5.26) текучесть на участке I зуба (рис. 5.10) становится возможной, когда $q = 0,29h_3\sigma_T = 0,29 \cdot 0,175 \cdot 1080 = 5520 \text{ Н/см}$, что соответствует крутящему моменту

$$[M]_T = \frac{5520 \cos 30^\circ \cdot 6,525 \cdot 52 \cdot 4,8}{2} = 3,9 \cdot 10^4 \text{ Н.м.}$$

Т а б л и ц а 5.4. К определению местных напряжений для зуба треугольного профиля по А. В. Верховскому

Точка			$\cos \alpha_n$	α, \dots°	$\rho, \text{ см}$	H	$\frac{x \cos \alpha}{y^2} H$	$\frac{\sin \alpha \cos^2 \alpha_n}{2y}$	(8) — (9)
	см						см ⁻¹		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A_1	0,141	0,140	0,796	30	0,075	1,37	8,56	1,42	7,14
A_2	0,270	0,155	0,591			0,86	8,36	0,56	7,80
A_3	0,570	0,175	0,175			0,33	5,35	0,144	5,21

Пр и м е ч а н и е. В графе 10 цифры, стоящие в скобках, обозначают номера граф

Согласно критерию (5.28), текучесть на участке II возможна при q в 2,34 раза больше, чем на участке I.

Таким образом, предельным моментом по текучести следует считать момент, равный $3,9 \cdot 10^4 \text{ Н} \cdot \text{м}^1$. Заметим, что по условиям эксплуатации допускается нагружение данного торсиона моментом в $3,05 \times 10^4 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

¹ Момент, вызывающий текучесть у втулки [см. формулы (5.31) — (5.32)] оказывается значительно большим, чем моменты по формулам (5.16), (5.17), (5.26), (5.28).

Глава 6

ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ СОЕДИНЕНИЯ НА РАБОТУ СОПРЯГАЕМЫХ ДЕТАЛЕЙ И УЗЛА

Зубчатое соединение никогда не является самостоятельным узлом механизма, хотя и может быть сборочной единицей. Как и все соединения типа вал—ступица, зубчатые соединения выполняют не только свою прямую функцию — передачу крутящего момента от вала к ступице или наоборот, — но и несут еще, как было показано выше, побочные нагрузки. При передаче основных и побочных нагрузок происходят упругие взаимные перемещения, следовательно, упругие характеристики узла находятся в зависимости от упругих характеристик соединений, входящих в него. Эти зависимости, как правило, не выражены достаточно явно, поэтому во многих случаях при проектировании и расчете узлов не учитываются упругие свойства соединений. Здесь можно отметить две крайности: либо соединение считают абсолютно жестким — при расчете, например, продольной концентрации нагрузки на зубьях шестерни, либо его жесткость не учитывают совсем, как например, при расчете валов на изгиб. Ниже рассматриваются основные случаи, когда учет свойств зубчатого соединения при проектировании и расчетах узлов представляется необходимым.

6.1. Влияние жесткости соединения на распределение нагрузки в зубчатой передаче

При определении концентрации нагрузки вдоль зубчатого венца обычно не принимается во внимание податливость соединения зубчатого колеса с валом. Между тем крутильная и продольно-угловая податливости соединения существенно сказываются на распределении нагрузки в зацеплении. Это может быть определено при рассмотрении кручения деталей, входящих в передачу, и относительного перекоса зубчатых колес, имеющих зубчатые соединения с валами.

При рассмотрении связи крутильной жесткости соединения с распределением нагрузки в зацеплении предпо-

лагается применимость обычной теории кручения (гипотезы о неискривлении радиусов).

Одноступенчатая зубчатая передача с передаточным числом i состоит в общем случае из четырех деталей: двух валов, шестерни и колеса (рис. 6.1, а). При рассмотрении упругого закручивания деталей при приложении основной нагрузки M неизвестными функциями продольной координаты u будут моменты $M_1(u)$, $M_2(u)$, $M_3(u)$, $M_4(u)$, скручивающие детали передачи, и нагрузки, распределенные по зубчатым соединениям $q_1(u)$, $q_2(u)$ и зубчатому зацеплению $p(u)$ — (рис. 6.1, б).

Для решения трижды статически неопределимой задачи к четырем

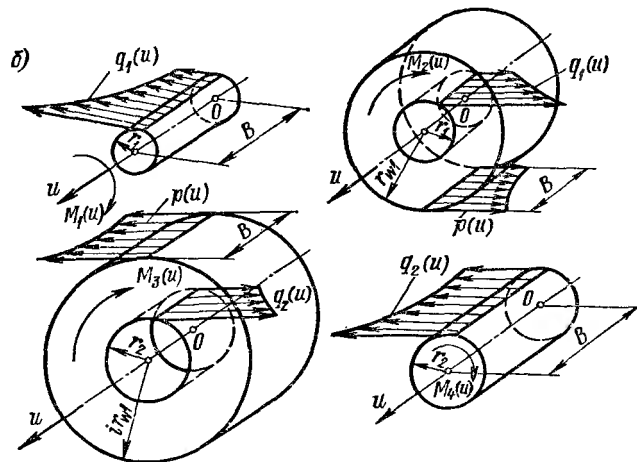
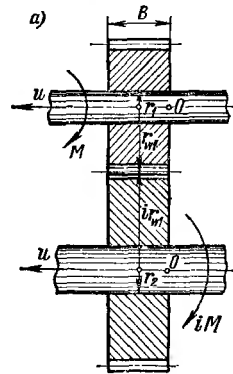


Рис. 6.1. Конструктивная схема одноступенчатой зубчатой передачи с двумя зубчатыми соединениями (а) и условия равновесия деталей одноступенчатой зубчатой передачи (б)

уравнениям статики добавляются три условия совместности деформаций: шестерни с валом, шестерни с колесом и колеса с валом. Распределенные жесткости соединений c_1 , c_2 и зубчатого зацепления c_p считаются не зависящими от нагрузки и продольной координаты

наты u . Граничные условия должны учитывать схему подвода и снятия момента.

Исходная система из семи уравнений путем последовательного дифференцирования сводится к однородному дифференциальному уравнению кручения седьмого порядка с постоянными коэффициентами:

$$M_1^{VII}(u) + A_1 M_1^V(u) + A_2 M_1^{III}(u) + A_3 M_1'(u) = 0, \quad (6.1)$$

где коэффициенты A_1, A_2, A_3 зависят от параметров жесткости $G_1 J_{p1}, G_2 J_{p2}, G_3 J_{p3}, G_4 J_{p4}, c_1, c_2, c_p$ размеров $r_1, r_2, r_{w1}, r_{w2} = i r_{w1}$.

Анализ результатов, полученных на ЭВМ, подтверждает предположение [23], что при крутильных жесткостях колес, хотя бы на порядок больших, чем крутильные жесткости валов, функции $q_1(u)$ и $q_2(u)$ можно считать параметрически зависящими только от $G_2 J_{p2}$ и $G_3 J_{p3}$. Это положение снижает статическую неопределенность задачи до единицы и позволяет определить нагрузку в зацеплении из решения неоднородного дифференциального уравнения второго порядка

$$\frac{d^2 p(u)}{du^2} - c_p r_{w1} \left(\frac{1}{G_2 J_{p2}} + \frac{i^2}{G_3 J_{p3}} \right) p(u) + \frac{c_p r_{w1} \lambda_1 M}{G_2 J_{p2} \operatorname{sh} \lambda_1 B} \operatorname{ch} \lambda_1 u + \frac{i^2 c_p r_{w1} \lambda_2 M}{G_3 J_{p3} \operatorname{sh} \lambda_2 B} \operatorname{ch} \lambda_2 u = 0, \quad (6.2)$$

где параметры жесткости λ_1, λ_2 определяются по формуле (4.5), $i = z_{w1}/z_{w2}$; z_1, z_2 — число зубьев соединений 1 и 2.

Граничные условия для уравнения (6.1) определяются из уравнения совместности деформаций шестерни и колеса в зацеплении, приводящегося к виду

$$\frac{dp(u)}{du} = c_p r_{w1} \left[\frac{M_2(u)}{G_2 J_{p2}} + i \frac{M_3(u)}{G_3 J_{p3}} \right]. \quad (6.3)$$

Из формулы (6.3) и граничных условий для моментных функций следует: $p'(0) = 0$; $p'(B) = 0$.

Для иллюстрации зависимости распределения нагрузки вдоль зубчатого венца $p(u)$ от жесткости зубчатого соединения на рис. 6.2 представлены кривые $p(u)$, построенные для $zc = 0, 1c_p$ и $zc = 10c_p$. При малой жесткости соединения функция $p(u)$ сходна с функциями $q(u)$ и $M_1(u)$, при большой — с функцией $M_2(u)$, имеющей максимум. Неравномерность распределения нагрузки в зацеплении, оцениваемая отношением p_{\max}/p_{cp} , умень-

шается с 1,17 до 1,05 при переходе от жестких зубьев соединения к более податливым. В том и другом случае неравномерность оказывается ниже, чем определяемая по данным [5, 18, 19, 41], а также ниже, чем для вала—шестерни.

Перекас ступицы относительно вала под действием изгибающего момента поперечной силы приводит к продольной неравномерности распределения нагрузки в зацеплении. По мере износа соединения этот перекас дол-

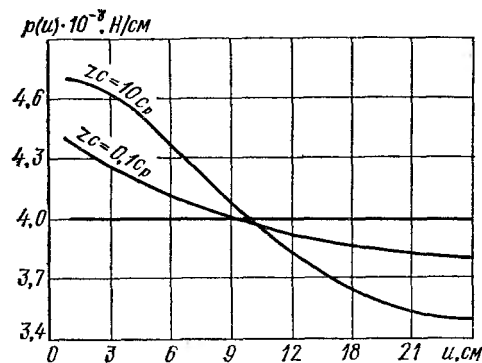


Рис. 6.2. Зависимость распределения нагрузки по длине зацепления в зависимости от жесткости зубчатых соединений

жен возрастать до тех пор, пока не наступит равновесие ступицы в результате смещения нормальной силы в зацеплении (рис. 6.3). Исследования, проведенные под руководством Г. И. Скундина [31, 32], показывают, что если продольная асимметрия зубчатого колеса не превосходит определенного предела, износ соединения после продолжительного периода приработки становится равномерным по длине. Это возможно при одном условии — $M_x = 0$, а это означает, что нормальная сила в зацеплении и равнодействующая системы реакций в соединении находятся в одной плоскости. При этом угол перекаса ступицы γ_x возрастает по сравнению с первоначальным, для неприработанного по длине соединения, а перекашивающий момент падает до нуля. Эпюра нагрузки в зубчатом зацеплении из прямоугольной преобразуется в трапециевидную (рис. 6.3, а) или треугольную с основа-

нием, равным длине контакта b (рис. 6.3, б), или меньшим ее. Если зубчатые колеса не прирабатываются, то для первого случая (рис. 6.3, а) $M_x = 0$ при

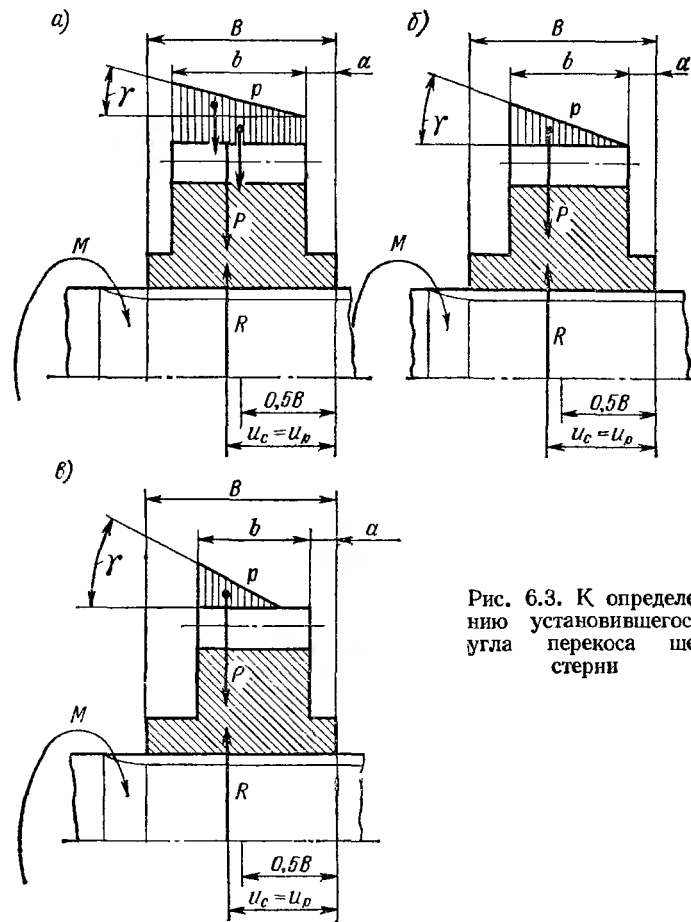
$$a + b - u_c > b/3; \quad (6.4)$$


Рис. 6.3. К определению установившегося угла перекоса шестерни

установившийся угол перекоса при этом

$$\gamma_x = 12 \frac{P}{c_p b^3} (u_c - b/2 - a), \quad (6.5)$$

где c_p — распределенная жесткость зацепления.

Для второго случая (рис. 6.3, б) $M_x = 0$ при

$$a + b - u_c = b/3; \quad (6.4a)$$

установившийся угол перекоса

$$\gamma_x = 2P/(c_p b^2). \quad (6.5a)$$

Для третьего случая (рис. 6.3, в) $M_x = 0$ при

$$a + b - u_c < b/3; \quad (6.4б)$$

при этом

$$\gamma_x = \frac{2}{9} \frac{P}{c_p (a + b - u_c)^2}. \quad (6.5б)$$

Из формул (6.5a) и (6.5б) видно, что с увеличением асимметрии колеса угол перекоса увеличивается, а если $u_c \rightarrow a + b$ — неограниченно возрастает.

Концентрацию нагрузки в зацеплении характеризует коэффициент неравномерности $K_{нв}$, представляющий собой отношение максимальной нагрузки к средней. Для случая, когда удовлетворяется (6.4),

$$K_{нв} = 1 + 6(u_c - 0,5b - a)/b. \quad (6.6)$$

Если соблюдается равенство (6.4a), $K_{нв} = 2$, и когда имеет место (6.4б),

$$K_{нв} = 1 + \frac{1}{9} \frac{b^2}{(a + b - u_c)^2}. \quad (6.6a)$$

Из формул (6.6) и (6.6a) видно, что коэффициент неравномерности, как и угол перекоса, увеличивается с увеличением асимметрии.

Неограниченное возрастание γ_x и $K_{нв}$ означает, что при $u_c \rightarrow a + b$ или $u_c > a + b$ износ по длине не выравнивается; γ_x и $K_{нв}$ растут по мере износа и, естественно, могут достигнуть опасных пределов.

По мере приработки координата u_c уменьшается. В соединении, работающем при постоянной нагрузке, она, по-видимому, становится равной $0,5B$. Если основная нагрузка переменная, то $0,5B < u_c < u_{cн}$, где $u_{cн}$ — исходная координата плоскости равнодействующей

реакций соединения (в неприработанном соединении). С достаточной точностью можно принять

$$u_c = u_{сн} - a_M (u_{сн} - 0,5B), \quad (6.7)$$

где a_M — коэффициент использования номинального момента,

$$a_M = \frac{M_э}{M} = \sum_1^n \left(\frac{M_i}{M} \right)^3 \frac{n_i h_i}{nh}; \quad (6.8)$$

$M_э$ — эквивалентный (по работе трения) крутящий момент; M_i — частная нагрузка; n_i, h_i — соответствующие M_i частота вращения и время работы; n, h — частота вращения и время работы при номинальной нагрузке M .

Приработка зубчатых колес приводит к дополнительной концентрации нагрузки.

На основании изложенного можно сформулировать следующие рекомендации.

1. Если не применяются какие-либо меры разгрузки соединения от изгибающего момента M_x , наиболее выгодной формой продольного сечения является та, при которой $u_c = a + 0,5b$. Поскольку такая форма продольного сечения неудобна для сборки (возможен случай неправильной установки), лучше всего применять симметричные колеса. Асимметрия колеса вообще нежелательна, а если $a + b - 0,5B < b/3$, — неприемлема, так как при этом $K_{нв} > 2$.

2. Если по конструктивным или технологическим соображениям необходимо применить колесо с асимметрией, превосходящей эту величину, необходимо применять разгрузку соединения от изгибающего момента (см. п. 6.3).

Пример. Определить угол установившегося перекоса и концентрацию нагрузки в зацеплении шестерен, имеющей $z_w = 31$, модуль $m_w = 6$ мм, $\beta_w = 0$, продольное сечение по рис. 6.3: $a = 10$ мм, $b = 40$ мм, $B = 70$ мм. Соединение $d - 8 \times 62H7/h7 \times 68 \times 12H8/h8$, зазор по диаметру $\Delta_0 = 30$ мкм. Номинальный крутящий момент $M = 1200$ Н·м, коэффициент использования момента $a_M = 0,65$. Распределенную жесткость зацепления принять согласно [41] $c_p = 0,256 \cdot 10^9$ МПа (для двухпарного зацепления). Зацепление считать неприрабатываемым.

Решение. Координата плоскости действия равнодействующей реакций соединения для неприработанного соединения $u_{сн} = 4,287$ см (см. пример к п. 4.4). Нормальная сила в зацеплении $P = 13\,730$ Н (там же). Для приработанного соединения по формуле (6.7) $u_c = 4,287 - 0,65(4,287 - 0,5 \cdot 7) = 3,775$ см.

Оценим асимметрию продольного сечения: $a + b - u_c = 1 + 4 - 3,775 = 1,225 \text{ см} < 1/3b = 1,333 \text{ см}$, т. е. в данном зацеплении нагрузка распределена не по всей длине контактной линии (случай, как на рис. 6.3, е). Угол перекоса находим по формуле (6.5б)

$$\psi_x = \frac{2}{9} \frac{13730}{0,256 \cdot 10^5 \cdot 10^6 (1 + 4 - 3,775)^2 10^{-4}} = 2,58 \cdot 10^{-4} \text{ рад};$$

$$K_{н\beta} = 1 + \frac{1}{9} \frac{4^2}{(1 + 4 - 3,775)^2} = 2,185.$$

6.2. Осевая фиксация (крепление) деталей зубчатых соединений

При выборе способа осевой фиксации деталей зубчатых соединений необходимо учитывать тип соединения — подвижное без нагрузки или неподвижное, а также вид и характер приложения нагрузки к нему.

Фиксация деталей соединений, подвижных без нагрузки (скользящих шестерен). Скользящие шестерни в подавляющем большинстве случаев фиксируются вилками, входящими в кольцевой паз, прорезанный на ступице шестерни. Сама вилка удерживается, как правило, в требуемом положении фиксатором кулачкового типа. Скользящие шестерни могут быть одновенечными и многовенечными (блоки шестерен).

Если одновенечная шестерня может быть выполнена так, чтобы зубчатый венец был симметричен относительно зубчатого соединения (в осевом направлении), то применительно к многовенечным шестерням это требование невыполнимо.

Как было показано в п. 4.4, в зубчатом соединении асимметричной в осевом сечении шестерни имеет место перекося, в результате чего возникает осевая сила. Эта осевая сила должна восприниматься фиксатором, не вызывая перемещения, иначе говоря, усилие в фиксирующем устройстве должно быть не меньше осевой силы в соединении F , определяемой по формулам (III)—(IIIв) из табл. 4.1.

Исходя из требований, сформулированных в предыдущем параграфе, длину ступицы многовенечной шестерни нужно выбирать таким образом, чтобы при включении крайней из шестерен блока, удовлетворялось неравенство (6.4) или, по крайней мере, соблюдалось $a + b - u_c > 0$. Одновенечную шестерню несложно выполнить с симме-

тричной относительно зубчатого венца зубчатой частью ступицы.

Фиксация пакета шестерен, имеющих зубчатые соединения с валом. Пакеты шестерен и промежуточных деталей, насаженных на зубчатый вал, обычно затягивают гайками, которые каким-либо способом стопорятся от отворачивания (см. рис. 1.22, верхний вал). Если в составе такого пакета имеется хотя бы одна асимметричная в осевом сечении или косозубая шестерня, то после неизбежного в период приработки износа торцов и ослабления затяжки на гайку действует осевая сила, приложенная эксцентрично (см. п. 4.4). Нагрузка, перекашивающая незатянутую гайку, является циркуляционной, вследствие этого в резьбе происходят перемещения, из-за которых резьба изнашивается. Следовательно, осевое крепление пакета шестерен на зубчатом валу должно быть таким, чтобы, несмотря на износ торцов и исчезновение осевого натяга в пакете, в резьбе сохранился осевой или радиальный натяг, так как резьбовое соединение способно воспринимать циркуляционную нагрузку только при этом условии.

Наиболее просто это требование выполнить следующим образом: усилие затяжки замыкают непосредственно на вал, минуя пакет, в котором оставляют зазор, как на рис. 6.4 (0,1—0,5 мм в зависимости от количества деталей и точности размеров). В этом случае стопорение гайки может быть любым и износ торцов пакета не сказывается на крепении — в нем сохраняется осевой натяг.

Если по каким-либо соображениям необходима начальная затяжка пакета (например, при большом числе деталей, когда при вышеописанном способе крепления получается слишком большой зазор), приходится применять специальные крепления, обеспечивающие осевой или радиальный натяг в резьбе.

Из креплений с осевым натягом наиболее простым и надежным является крепление двумя гайками, показанное на рис. 1.22. Сначала затягивается первая (ближайшая к пакету) гайка, затем с моментом затяжки, в 8—10 раз большим, чем для первой, затягивается вторая, причем первая в это время удерживается от проворота, чем создается осевой натяг.

Из креплений с радиальным натягом наиболее известно крепление грибообразным винтом с разжимной резьбовой

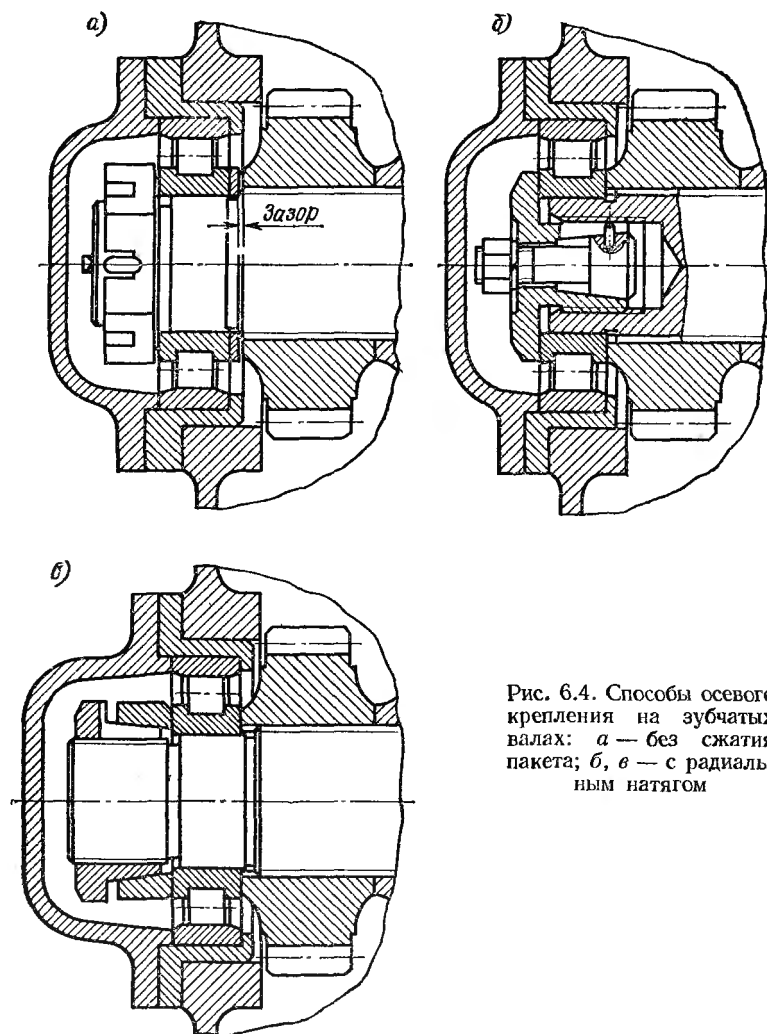


Рис. 6.4. Способы осевого крепления на зубчатых валах: а — без сжатия пакета; б, в — с радиальным натягом

частью (рис. 6.4, б). Более простое и надежное крепление разрезной гайкой с наружным обжимным кольцом показано на рис. 6.4, в. Недостаток этого крепления в том, что его трудно отвернуть до того, как торцы изнаются, т. е. сразу после сборки.

Осевая фиксация вилок карданных шарниров. К неподвижной вилке карданного шарнира дополнительная нагрузка (изгибающий момент) приложена стационарно. Износ торцов в этом случае весьма незначителен, и затяжка в осевом направлении сохраняется надолго. Поэтому соединение вилки карданного шарнира выгодно затягивать по торцам, тем более, что торцы способны передать часть изгибающего момента, разгрузив тем самым соединение.

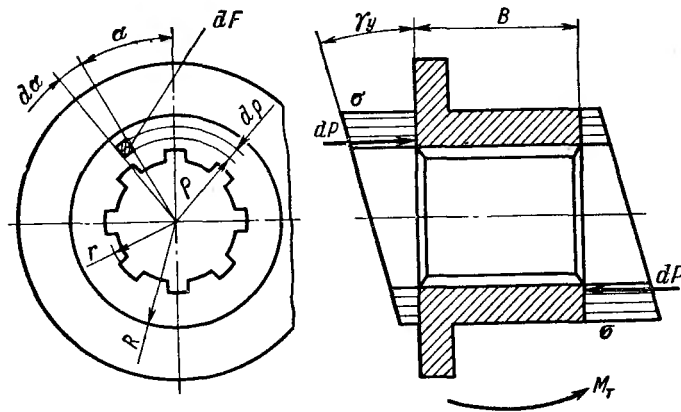


Рис. 6.5. К определению изгибающего момента, передаваемого затянутыми торцами втулки

Изгибающий момент, воспринимаемый торцами (рис. 6.5),

$$M_T = 2 \int_F \sigma r \cos \alpha dF.$$

Подставив значения $\sigma = (E\gamma\rho/B) \cos \alpha$, $dF = \rho d\rho d\alpha$, получим

$$M_T = 2 \frac{E\gamma}{B} \int_r^R \int_0^\pi \rho^3 \cos^2 \alpha d\rho d\alpha = \frac{\pi\gamma E}{B} \frac{R^4 - r^4}{4}, \quad (6.9)$$

где E — модуль упругости стыка при сжатии;

Формула (6.9) справедлива при условии нераскрытия стыка

$$\gamma R \leq \delta_0, \quad (6.10)$$

где δ_0 — деформация стыка от его затяжки.

Напряжение сжатия при деформации δ_0 $\sigma_0 = \delta_0 E/B$, тогда усилие затяжки

$$Q = \int_F \sigma_0 dF = \frac{\delta_0 E}{B} \int_r^R \int_0^{2\pi} \rho d\rho d\alpha = \frac{\pi \delta_0 E}{B} (R^2 - r^2)$$

и условие нераскрытия стыка [см. формулу (6.10)] принимает вид

$$Q \geq 4M_T R \frac{R^2 - r^2}{R^4 - r^4}. \quad (6.11)$$

Для повышения надежности расчета в формулу (6.11) следует подставить полный изгибающий момент $M_T = M_y$.

Используя условие совместности деформаций, найдем соотношение изгибающих моментов, передаваемых торцами M_T и соединением M_C , при условии, что все зубья соединения нагружены полностью

$$M_T = 6\pi E \frac{R^4 - r^4}{zcB^4} M_C, \quad (6.12)$$

где z — число зубьев соединения; c — распределенная жесткость пары зубьев.

Если длина соединения близка к его диаметру, а наружный диаметр ступицы составляет 1,2—1,3 диаметра соединения, $M_T = (1,5 \div 2,5) M_C$.

Таким образом, затяжка торцов существенно разгружает соединение вилки карданного шарнира от изгибающего момента.

6.3. Разгрузка зубчатых соединений от дополнительных силовых факторов

Весьма эффективным путем повышения надежности зубчатых соединений и узлов, в которые они входят, является разгрузка их от дополнительных силовых факторов при сложной циркуляционной нагрузке. Разгрузку можно осуществить различными способами. Наиболее простым является уменьшение зазора между центрирующими поверхностями до такого, при котором они будут передавать существенную часть поперечной силы и изгибающего момента. Износ боковых поверхностей зубьев при этом резко снижается, износ же самих центрирующих поверхностей также уменьшается с уменьшением зазора.

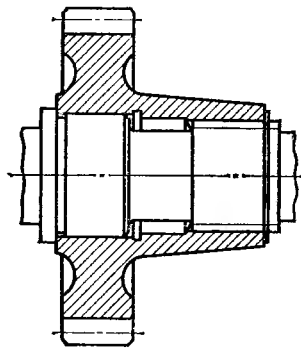
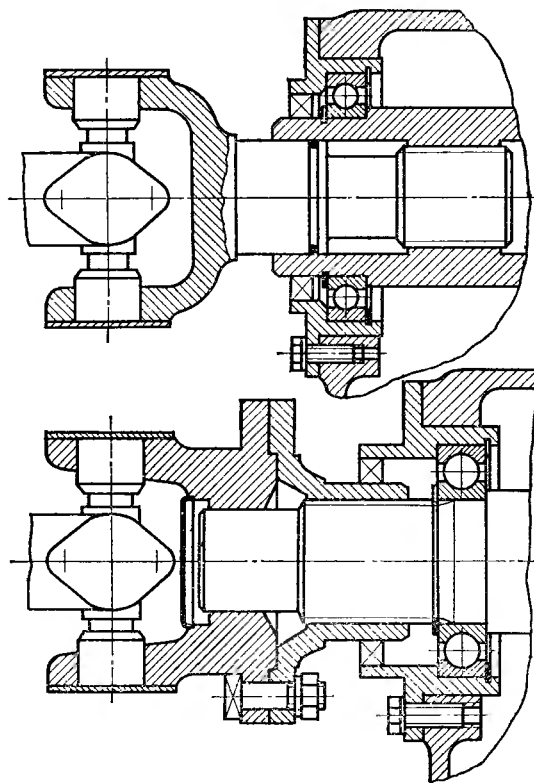


Рис. 6.6. Разгрузка зубчатого соединения асимметричной шестерни от изгибающего момента

Рис. 6.7. Разгрузка соединения скользящей вилки карданного шарнира от изгибающего момента



В ряде случаев из технологических соображений выгоднее применять специальные разгрузочные поверхности, подобно показанным на рис. 1.6, или радиальную затяжку соединений (см. рис. 1.7). Последняя дает уменьшение зазоров по концам соединения, поэтому она наиболее эффективна при нагрузке соединения изгибающим моментом.

Выше (см. п. 6.1) говорилось о недопустимости применения шестерен с продольным сечением, у которого $a + b - 0,5B < b/3$ и тем более $a + b - 0,5B < 0$ (см. рис. 6.3). Если без подобного колеса обойтись все же нельзя, можно рекомендовать весьма эффективный способ разгрузки, который показан на рис. 6.6.

Полностью разгрузить соединение от поперечной силы и изгибающего момента можно приемом, показанным на рис. 1.24. Но при этом в соединении появляется монтажный перекос, так что этот прием следует применять только в том случае, если вал, соединяющий в данном случае шкив с деталью, к которой подводится момент, получится достаточно длинным.

Больше других нуждаются в разгрузке соединения подвижных вилок карданных валов. Полная разгрузка от изгибающего момента здесь, по-видимому, невозможна. На рис. 6.7 показаны варианты частичной разгрузки, когда вместо изгибающего момента соединение нагружено поперечной силой $P = M_y/l$. При этом способе разгрузки следует выбирать минимальные зазоры как в центрировании соединения, так и по вспомогательному посадочному пояску.

В заключение следует отметить, что полной разгрузки соединения от побочных силовых факторов добиться, как правило, невозможно. Однако, если применение разгрузки уменьшает работу трения в соединениях в 3—4 раза, такое мероприятие вполне оправданно.

6.4. Влияние жесткости зубчатых соединений на колебательные процессы в передачах

Жесткость зубчатого соединения влияет на характер колебательного процесса в передаче двояко. Во-первых, деформативность зубчатого соединения сказывается на жесткости звена, т. е. жесткость зубчатого соединения входит в число параметров, от которых зависит собствен-

ная частота передачи. Во-вторых, при передаче нагрузки неполным числом зубьев жесткость циркуляционно нагруженного соединения (такими являются соединения шестерен относительно малого диаметра) является переменной величиной, зависящей от угловой координаты соединения относительно вектора нагрузки. В этом случае в передаче присутствует звено (звенья) с переменной жесткостью, что приводит к параметрическим колебаниям.

Так как изменение жесткости звеньев, связанное с переменной жесткостью зубчатых соединений, невелико, в обычных условиях динамическими нагрузками при параметрическом процессе можно пренебречь. Однако при резонансной или близкой к ней частоте эти нагрузки могут достигать ощутимого уровня, поэтому при проектировании передачи, в конструкцию которой входят зубчатые соединения, передающие нагрузку неполным числом зубьев, желательна проверка на отсутствие резонансов в рабочей полосе частот.

Зубчатая передача, даже простейшая, одноступенчатая, представляет собой довольно сложную динамическую систему с широким спектром частот взаимосвязанных крутильных и поперечных колебаний. Прямой путь исследования этих процессов для инженерной практики неприемлем, так как расчетная схема, составленная с учетом всех податливостей, распределенных масс и т. д., приводит к чрезвычайно сложной математической модели. Поэтому в зависимости от поставленной задачи реальную передачу приводят к упрощенной расчетной схеме, позволяющей исследовать отдельно низкие и средние частоты. Упрощения, применяемые при этом, неравноценны: например, замена податливых зубьев шестерен жесткими не внесет существенной ошибки, поскольку их жесткость в 10—20 раз выше жесткости других элементов передачи. В то же время пренебречь податливостью зубчатых соединений без ощутимой погрешности нельзя: она соизмерима с податливостью валов. По данным [22], до 40 % угла закручивания цепи главного движения металлорежущих станков составляет закрутка соединений.

Принципы построения расчетных схем и особенности приведения параметров. Для подавляющего большинства силовых тяжело нагруженных передач опасными являются низкие и средние частоты, соизмеримые с зубцовыми,

или ниже их. Исходя из этого, в расчетные схемы вводятся следующие упрощения.

1. Зацепление заменяется беззазорной низшей кинематической парой, т. е. подразумевается, что размыкания зубьев на линии зацепления не происходит.

2. Внешняя нагрузка, приложенная к входному валу, сохраняет знак; внешняя нагрузка, приложенная к выходному валу, постоянна и по инерционным массам превосходит все остальные, что дает основание заменить ее жесткой заделкой.

3. Зубья шестерен считаются жесткими, не имеющими ошибок шага и профиля; малые перемещения (в пределах упругих деформаций валов) шестерен вдоль линии зацепления не нарушают основного закона зацепления.

4. Жесткость звеньев принимается постоянной, так как переменная составляющая — жесткость опор валов и соединений — невелика по сравнению с постоянной. За постоянную величину жесткости звена принимается жесткость, соответствующая жесткости при статически приложенной внешней нагрузке.

Приведение параметров передачи к расчетной схеме производится методами, разработанными в теории колебаний [12, 28, 36], и другими, основанными на принципе энергетической эквивалентности передачи и расчетной схемы.

Например, момент инерции I_k , приведенный к валу j ,

$$I_{kj} = I_k (\omega_j / \omega_k)^2 = I_k / i_{kj}^2, \quad (6.13)$$

где ω_k , ω_j — угловые скорости валов k , j ; i_{kj} — передаточное число от вала k к валу j .

Точно так же крутильная жесткость вала k , приведенная к валу j ,

$$c_{\varphi kj} = c_{\varphi k} (\varphi_j / \varphi_k)^2 = c_{\varphi k} / i_{kj}^2. \quad (6.14)$$

Приведение массы вала к его центру масс [36]:

$$m_0 = 0,492 \rho F l, \quad (6.15)$$

где m_0 — приведенная масса; ρ — плотность материала; F — площадь поперечного сечения; l — длина вала.

Невесомый вал с сосредоточенной массой m_0 считается жестким. Его поперечная податливость воспроизводится пружинами, установленными на опорах и работающими

на растяжение—сжатие, а крутильная—пружиной, работающей на кручение (рис. 6.8).

Если вал имеет n сосредоточенных масс и приведенную массу m_0 , эти массы приводятся к какой-либо точке по формуле

$$m = \frac{m_1 x_1^2 + m_2 x_2^2 + \dots + m_n x_n^2 + m_0 x_0^2}{x^2}, \quad (6.16)$$

где m_1, m_2, \dots, m_n — массы, расположенные в точках, имеющих прогибы соответственно x_1, x_2, \dots, x_n под дей-

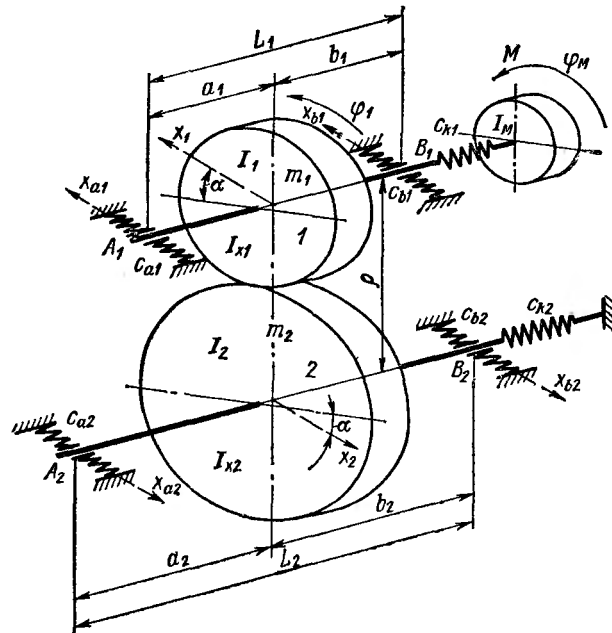


Рис. 6.8. Расчетная схема одноступенчатой передачи

ствием произвольной силы P , приложенной в точке приведения; x — прогиб под действием той же силы в точке приведения. Прогибы вала определяются с учетом деформаций опор и жесткости насаженных на вал деталей.

При выводе уравнений движения весьма эффективен метод Лагранжа. Для частного решения система считается консервативной.

В качестве примера рассмотрим расчетную схему одноступенчатой передачи, показанную на рис. 6.8, одна из шестерен которой имеет зубчатое соединение с валом, передающее нагрузку неполным числом зубьев.

В общем случае $a \neq b$, поэтому зубчатые колеса кроме поперечных перемещений совершают еще и продольно-угловые. Расчеты показывают [12], что частота этих перемещений по крайней мере на порядок ниже, чем поперечных, кроме того, эти перемещения значительно меньше влияют на нагруженность звеньев. В связи с этим продольно-угловыми перемещениями можно пренебречь и считать $a = b$ и $c_{XA} = c_{XB} = 0,5c_X$. Приняв за обобщенные координаты $\varphi_M, \varphi_1, x_1$ и x_2 и учитывая, что

$$\varphi_2 = \frac{1}{i} \varphi_1 - \frac{1}{\rho} \frac{1+i}{i} (x_1 + x_2) \quad (6.17)$$

(где i — передаточное число от вала 1 к валу 2; x_1, x_2 — поперечные перемещения вдоль линии зацепления; ρ — межосевое расстояние), получим систему дифференциальных уравнений второго порядка, описывающую свободные колебания системы:

$$\left. \begin{aligned} I_M \ddot{\varphi}_M &= M - M_a; \\ (I_1 + I_{21}) \ddot{\varphi}_1 - I_{21} R (\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2) + c_{\varphi 21} [\varphi_1 - R(x_1 + x_2)] &= M_a; \\ (m_1 + I_{21} R^2) \ddot{x}_1 + I_{21} R^2 (\ddot{x}_2 - \ddot{\varphi}_1 / R) + (c_{x1} + c_{\varphi 21} R^2) x_1 + \\ + c_{\varphi 21} R^2 (x_2 - \varphi_1 / R) &= 0; \\ (m_2 + I_{21} R^2) \ddot{x}_2 + I_{21} R^2 (\ddot{x}_1 - \ddot{\varphi}_1 / R) + (c_{x2} + c_{\varphi 21} R^2) x_2 + \\ + c_{\varphi 21} R^2 (x_1 - \varphi_1 / R) &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (6.18)$$

где $M_a = c_{\varphi 1} (\varphi_M - \varphi_1)$ — момент, скручивающий участок вала между нагрузкой M и шестерней 1; $I_{21} = I_2 / i^2$ — момент инерции масс выходного вала, приведенный к входному валу; $c_{\varphi 21} = c_{\varphi 2} / i^2$ — угловая жесткость выходного вала, приведенная к входному валу; $R = (1 + i) / \rho$ — величина, обратная радиусу приведения угловых величин к линейным.

Для отыскания собственных частот система (6.18) записывается в матричной форме

$$C \ddot{W} + A W = 0, \quad (6.19)$$

где $C \ddot{W}$ — симметрическая матрица коэффициентов инерции; $A W$ — симметрическая матрица коэффициентов же-

Т а б л и ц а 6.1. Матрицы коэффициентов инерции и жесткости

№ пп. уравнения в системе (6.18)	Обобщенные координаты			
	φ_M	φ_1	x_1	x_2
<i>Коэффициенты инерции</i>				
1	I_M	0	0	0
2	0	$I_1 + I_{z1}$	$I_{z1}R$	$I_{z1}R$
3	0	$I_{z1}R$	$m_1 + I_{z1}R^2$	0
4	0	$I_{z1}R$	0	$m_2 + I_{z1}R^2$
<i>Коэффициенты жесткости</i>				
1	c_{φ}	0	0	0
2	0	$c_{\varphi z1}$	$c_{\varphi z1}R$	$c_{\varphi z1}R$
3	0	$c_{\varphi z1}R$	$c_{x1} + c_{\varphi z1}R^2$	0
4	0	$c_{\varphi z1}R$	0	$c_{x2} + c_{\varphi z1}R^2$

сткости (табл. 6.1). Уравнение (6.19) решается на ЭВМ одним из итерационных методов [28].

Для построения амплитудно-частотной характеристики в систему (6.18) необходимо ввести члены демпфирования, отражающие рассеяние энергии. Обычно в динамических расчетах принимается линейная зависимость силы сопротивления от скорости [«вязкое» демпфирование]. Значение коэффициентов демпфирования может варьироваться в весьма широких пределах; в основном оно определяется гистерезисными потерями [27]. Система (6.18) с членами демпфирования имеет вид:

$$\begin{aligned}
 & I_M \ddot{\varphi}_M + K_{\varphi 1} (\dot{\varphi}_M - \dot{\varphi}_1) = M - M_a; \\
 & (I_1 + I_{z1}) \ddot{\varphi}_1 - I_{z1} R (\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2) + K_{\varphi z1} [\dot{\varphi}_1 - R (\dot{x}_1 + \dot{x}_2)] + \\
 & + c_{\varphi z1} [\varphi_1 - R (x_1 + x_2)] = M_a; \\
 & (m_1 + I_{z1} R^2) \ddot{x}_1 + I_{z1} R^2 (\ddot{x}_2 - \ddot{\varphi}_1 / R) + (K_{x1} + K_{\varphi z1} R^2) \dot{x}_1 + \\
 & + K_{\varphi z1} R^2 (\dot{x}_2 - \dot{\varphi}_1 / R) + (c_{x1} + c_{\varphi z1} R^2) x_1 + \\
 & + c_{\varphi z1} R^2 (x_2 - \varphi_1 / R) = 0; \\
 & (m_2 + I_{z1} R^2) \ddot{x}_2 + I_{z1} R^2 (\ddot{x}_1 - \ddot{\varphi}_1 / R) + (K_{x2} + K_{\varphi z1} R^2) \dot{x}_2 + \\
 & + K_{\varphi z1} R^2 (\dot{x}_1 - \dot{\varphi}_1 / R) + (c_{x2} + c_{\varphi z1} R^2) x_2 + \\
 & + c_{\varphi z1} R^2 (x_1 - \varphi_1 / R) = 0,
 \end{aligned} \tag{6.20}$$

где $K_{\varphi 1}$ — коэффициент демпфирования при кручении вала 1; $K_{\varphi 21} = K_{\varphi 2}/i^2$ — коэффициент демпфирования при кручении вала 2, приведенный к валу 1; K_{x1}, K_{x2} — коэффициенты демпфирования при изгибе валов 1 и 2.

Блок-схема электронного аналога системы дифференциальных уравнений (6.20) показана на рис. 6.9. С помощью АВМ можно получить амплитудно-частотную характеристику и исследовать зависимость резонансных амплитуд от различных параметров.

Определение текущей жесткости звеньев. В систему (6.20) входят уравнения с переменными коэффициентами $c_{\varphi 1}$ и c_{x1} . Переменная жесткость звена 1 обусловлена тем, что в состав этого звена входит соединение, передающее нагрузку неполным числом зубьев.

Уравнения равновесия втулки имеют вид конечных тригонометрических сумм, число членов в которых либо равно числу зубьев соединения, либо меньше на целое число, т. е. равно числу одновременно нагруженных зубьев. Замена суммирования интегрированием подразумевает замену конечного числа членов бесконечным; при этом скрадывается переход от четного числа нагруженных зубьев к нечетному (при передаче нагрузки частью зубьев) и связанное с этим изменение жесткости. При распределении нагрузки между всеми зубьями одновременно это обстоятельство (условное увеличение числа зубьев при переходе к интегрированию) не играет роли, так как число нагруженных зубьев не меняется в течение цикла — поворота соединения на один угловой шаг.

Если после подстановки условий совместности деформаций (3.12) и (3.13) в уравнения равновесия не переходить к интегрированию, а произвести непосредственное суммирование, получим [11]:

$$\psi = \frac{P}{z_p c B r \Psi} \frac{(z_p + s_2 + 2k_c)(z_p - s_2) - 2\Psi s_1 k_p (z_p - s_2 \cos 2\delta)}{(z_p - s_2)(S + 2k_c)}; \quad (6.21)$$

$$y = \frac{2P}{z_p c B \Psi} \frac{(z_p - s_2 \cos \delta)(\Psi z_p k_p - s_1) + 2\Psi s_1 s_2 \sin 2\delta \sin \delta}{(z_p - s_2)(S + 2k_c)}, \quad (6.22)$$

где $S = z_p + s_2 - 2s_1^2/z_p$; $s_1 = \sin 0,5z_p\beta/\sin 0,5\beta$; $s_2 = \sin z_p\beta/\sin \beta$; z_p — число зубьев, одновременно передающих нагрузку. Остальные обозначения те же, что и в п. 3.3.

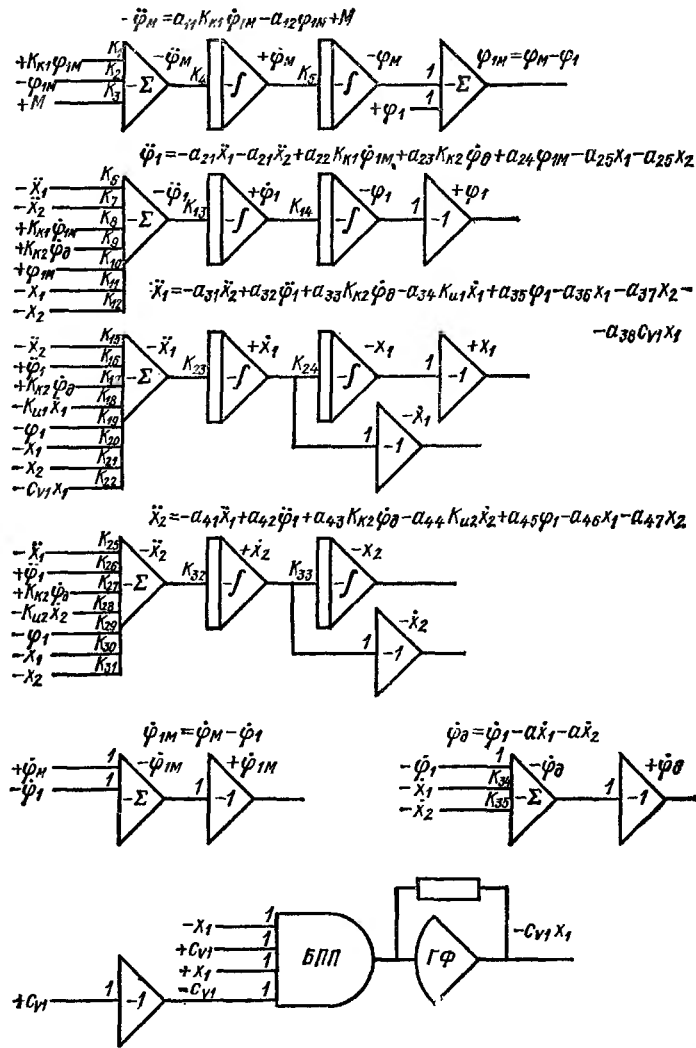


Рис. 6.9. Блок-схема электронного аналога математической модели одноступенчатой передачи:

Σ — сумматор; \int — интегратор; I — инвертор; БПП — блок перемножения переменных; $\Gamma\Phi$ — генератор функции c_{V1} ; c_{V1} — переменная составляющая поперечной жесткости c_{x1} ; a_{ij} — коэффициенты при переменных в i -х уравнениях при j -х членах; K_m — масштабные коэффициенты

В формулы (6.21) и (6.22) входит переменный угол δ (рис. 6.10), определяющий положение группы нагруженных зубьев относительно вектора нагрузки P , дискретно меняющееся число одновременно нагруженных зубьев z_p и зависящие от него коэффициенты S , s_1 и s_2 . Поскольку в оба уравнения входят одни и те же величины, ψ и y изменяются синхронно.

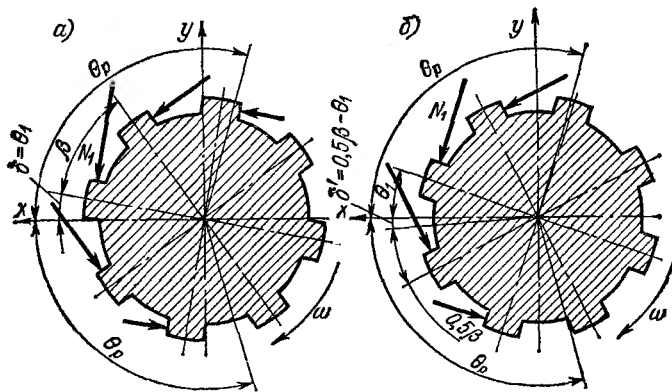


Рис. 6.10. К определению количества нагруженных зубьев

Чаще всего приходится иметь дело с соединением, передающим нагрузку только боковыми поверхностями зубьев, т. е. у которого $y < 0,5$. Тогда $k_a = 0$, $k_p = 1$ и

$$\psi = \frac{P}{z_p c B r \Psi} \frac{(z_p + s_2)(z_p - s_2) - 2\Psi s_1(z_p - s_2 \cos 2\delta)}{(z_p - s_2) S}; \quad (6.21a)$$

$$y = \frac{2P}{z_p c B \Psi} \frac{(z_p - s_2 \cos \delta)(\Psi z_p - s_1) + 2\Psi s_1 s_2 \sin 2\delta \sin \delta}{(z_p - s_2) S}. \quad (6.22a)$$

По мере поворота соединения нечетное число «рабочих» зубьев z_p сменяется четным z'_p ; одновременно коэффициенты S , s_1 , s_2 сменяются на S' , s'_1 , s'_2 . Происходит это следующим образом: при $\delta = \theta_1$ число «рабочих» зубьев нечетное. После того как очередной зуб покинет пределы θ_p (рис. 6.10, а), $\delta' = 0,5\beta - \theta_1$ и $z'_p = z_p - 1$ (рис. 6.10, б) до тех пор, пока очередной зуб не войдет в пределы θ_p . Этот процесс может происходить и по-другому: сначала очередной зуб входит в зону θ_p , после чего $\delta' = 0,5\beta - \theta_1$ и $z'_p = z_p + 1$, а затем очередной зуб выходит из пределов θ_p . Порядок чередования «нечетной» и «четной»

фаз определяется соотношениями рабочего угла и целого числа угловых шагов, укладываемого в нем:

$$\text{если } \theta_p - 0,5(z_p - 1)\beta > \beta/2, \quad z'_p = z_p + 1;$$

$$\text{если } \theta_p - 0,5(z_p - 1)\beta < \beta/2, \quad z'_p = z_p - 1;$$

если $\theta_p - 0,5(z_p - 1)\beta = \beta/2$, «четная» фаза отсутствует, т. е. выход одного зуба из-под нагрузки происходит одновременно с входом под нагрузку другого зуба. Нечетное число «рабочих» зубьев определяется как ближайшее меньшее нечетное число к отношению $2\theta_p/\beta$; например, если $2\theta_p/\beta = 6,2$, то $z_p = 5$.

Исходя из этого, z'_p можно определить еще и следующим образом: если отношение $2\theta_p/\beta$ нормально округляется до четного числа, то $z'_p = z_p + 1$ (как в приведенном примере), если $2\theta_p/\beta$ округляется до нечетного числа, то $z'_p = z_p - 1$ (например, $2\theta_p/\beta = 5,35$, $z_p = 5$, $z'_p = 4$); если $2\theta_p/\beta = n + 0,5$ (где n — целое нечетное число), «четная» фаза отсутствует.

Длительность «нечетной» фазы: $\vartheta = (z_p + 1)\beta - 2\theta_p$, если $z'_p = z_p + 1$; $\vartheta = 2\theta_p - (z_p - 1)\beta$, если $z'_p = z_p - 1$.

Пользуясь приведенными зависимостями, строят график перемещений y, ψ в соединении по углу поворота вала $y \psi(\omega t)$, затем, сложив его с перемещением вала, получают график податливости звена и обратный — график жесткости $c_{x, \psi}(\omega t)$. Функция $c_{x, \psi}(\omega t)$ аппроксимируется до вида, который можно воспроизвести генератором.

Пример. Построить график перемещений в соединении $8 \times 62 \times 68$, нагруженном поперечной силой $P = 23\,650$ Н; безразмерный параметр нагрузки $\Psi = 0,6403$; длина соединения $B = 62$ мм; жесткость зубьев $c = 0,125 \cdot 10^9$ МПа. Центрирующие поверхности соединения не нагружены.

Решение. Угловой шаг соединения

$$\beta = 2\pi/z = 2 \cdot 3,1416/8 = 0,7854 \text{ рад.}$$

Средний радиус

$$r = (D + d)/4 = (6,8 + 6,2)/4 = 3,25 \text{ см.}$$

Из уравнения (VI6) (табл. 3.3) находим рабочий угол $\theta_p = 2,18165$ рад.

Отношение $2\theta_p/\beta = 2 \cdot 2,18165/0,7854 = 5,556$ нормально округляется до 6, следовательно, $z_p = 5$, $z'_p = 6$.

Подсчитаем коэффициенты: $s_1 = \sin 0,5z_p\beta/\sin 0,5\beta = \sin 0,5 \cdot 5 \times 0,7854/\sin 0,5 \cdot 0,7854 = 2,4142$; $s_2 = \sin z_p\beta/\sin \beta = \sin 5 \cdot 0,7854/\sin 0,7854 = -1$; $s'_1 = \sin 0,5z'_p\beta/\sin 0,5\beta = \sin 0,5 \cdot 6 \times$

$$\begin{aligned} &\times 0,7854/\sin 0,5 \cdot 0,7854 = 1,8477; \quad s_2' = \sin z_p' \beta / \sin \beta = \sin 6 \times \\ &\times 0,7854/\sin 0,7854 = -1,4142; \quad S = z_p + s_2 - 2s_1^2/z_p = 5 - 1 - 2 \times \\ &\times 2,4142^2/5 = 1,6687; \quad S' = z_p' + s_2' - 2s_1'^2/z_p' = 6 - 1,4142 - 2 \times \\ &\times 1,8477^2/6 = 3,4478. \end{aligned}$$

После подстановки значений известных величин уравнения (6.21a) и (6.22a) принимают вид для «нечетной» фазы:

$$\left. \begin{aligned} \psi &= 0,5858 \cdot 10^{-4} [24 - 3,0916 (5 + \cos \delta)] \text{ рад;} \\ y &= 1,9037 \cdot 10^{-4} [0,7873 (5 - \cos \delta) - 3,0916 \sin 2\delta \sin \delta] \text{ см;} \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

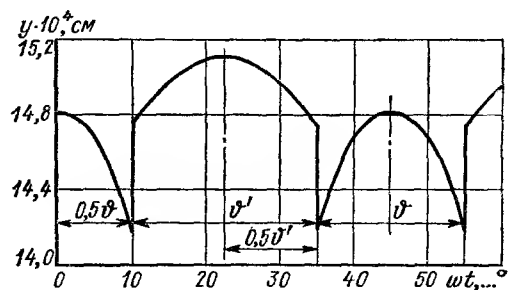


Рис. 6.11. Функции податливости зубчатого соединения

для «четной» фазы:

$$\left. \begin{aligned} \psi' &= 0,1912 \cdot 10^{-4} [34 - 2,3462 (6 + 1,8477 \cos \delta')] \text{ рад;} \\ y' &= 0,6213 \cdot 10^{-4} [1,9941 (6 - 1,4142 \cos \delta') - \\ &- 3,3462 \sin 2\delta' \sin \delta'] \text{ см.} \end{aligned} \right\} \quad (б)$$

Длительность «нечетной» фазы

$$\vartheta = (z_p + 1) \beta - 2\theta_p = (5 + 1) 0,7854 - 2 \cdot 2,18165 = 0,3491 \text{ рад} \approx 20^\circ;$$

длительность «четной» фазы

$$\vartheta' = \beta - \vartheta = 0,7854 - 0,3491 = 0,4363 \text{ рад} \approx 25^\circ.$$

Для построения графика в выражение (a) подставляются значения δ от 0 до $0,5\vartheta$, а в (б) — значения δ' от 0 до $0,5\vartheta'$. График перемещений $y(\omega t)$ показан на рис. 6.11. График $\psi(\omega t)$ имеет аналогичный вид.

К перемещениям $y(\omega t)$ и $\psi(\omega t)$ прибавляются соответственно прогиб и угол закрутки вала, после чего строится график обратных величин:

$$c_x = \frac{P}{y(\omega t) + y_B}; \quad c_\varphi = \frac{M}{\psi(\omega t) + \varphi_B},$$

где y_B , φ_B — прогиб и угол закрутки вала.

6.5. Учет влияния зубчатых соединений при расчете валов на жесткость

К жесткости валов редукторов и коробок передач предъявляются высокие требования: прогибы валов под венцами шестерен, повороты сечения под шестернями и над опорами не должны нарушать нормальной работы зацеплений и подшипников, поэтому они ограничиваются весьма узкими пределами значений. Для зубчатых и червячных редукторов прогибы валов, как правило, не должны превышать допусков на межосевые расстояния. Для валов конических редукторов эти нормы должны быть еще более жесткими. В автомобильных коробках передач допускаются сравнительно большие прогибы под шестернями мало используемых передач (первая передача, задний ход).

Поворот сечения вала под шестерней является одной из составляющих угла перекоса зубчатого венца. Другими составляющими являются деформации опор вала и самой посадки (см. п. 6.1). Поворот сечения вала над опорой приводит также к взаимному перекосу колец подшипников качения. Максимально допустимые углы поворота сечений вала над опорами качения (рад) некоторых подшипников таковы: однорядных шариковых — 0,005; цилиндрических роликовых — 0,0025; конических радиально-упорных — 0,0015; сферических шариковых и роликовых — 0,05. Если перекос превосходит указанные значения, работоспособность подшипников резко падает.

Прогиб или угол поворота в сечении вала с продольной координатой $u = a$ определяются по обобщенной зависимости

$$\delta(a) = \int_0^L \frac{M(u) M_1'(u)}{EJ(u)} du + 1,11 \int_0^L \frac{Q(u) Q_1(u)}{GF(u)} du, \quad (6.23)$$

где $M(u)$, $Q(u)$ — функции момента и перерезывающей силы от внешней нагрузки; $M_1(u)$, $Q_1(u)$ — то же от единичной нагрузки, приложенной в месте определения деформации; $J(u)$, $F(u)$ — осевой момент инерции и площадь поперечного сечения вала, имеющего в общем случае ступенчатую форму.

Второй член в формуле (6.23) учитывает влияние перерезывающей силы; его влияние ощутимо для относительно коротких валов ($L/d \leq 4$).

Для определения деформаций вместо формулы (6.23) удобнее пользоваться правилом Верещагина, особенно в случае сложной нагрузки.

Особенность расчета зубчатых валов на жесткость состоит в том, что ступицы шестерен насажены на них, как правило, с гарантированным зазором; поскольку жесткость ступицы на изгиб значительно выше жесткости вала, нагрузку на вал со стороны ступицы передают ее крайние участки [10]. Это обстоятельство существенно уменьшает максимальный изгибающий момент под шестернями и повышает жесткость вала при изгибе, если длина ступицы не менее 0,25 длины вала между опорами.

На рис. 6.12, а показан двухопорный вал (опоры А и В) с насаженной на него шестерней, к которой приложено окружное усилие P . Общепринятая расчетная схема (рис. 6.12, б) дает следующую формулу для максимального изгибающего момента (в сечении E):

$$M_E = R_A a = Pa(L - a)/L. \quad (6.24)$$

Схема, приведенная на рис. 6.12, в, учитывает жесткость ступицы; нагрузка, передаваемая от ступицы к валу, представлена в виде двух сосредоточенных сил, приложенных по краям ступицы. Согласно этой схеме, изгибающий момент в сечении C

$$M_C = R_A(a - b) = P(L - a)(a - b)/L < M_E; \quad (6.25)$$

в сечении D

$$M_D = R_B(L - a + b - B) = Pa(L - a + b - B)/L < M_E. \quad (6.26)$$

Таким образом, площадь эпюр изгибающих моментов по схеме рис. 6.12, в меньше, чем по схеме рис. 6.12, б,

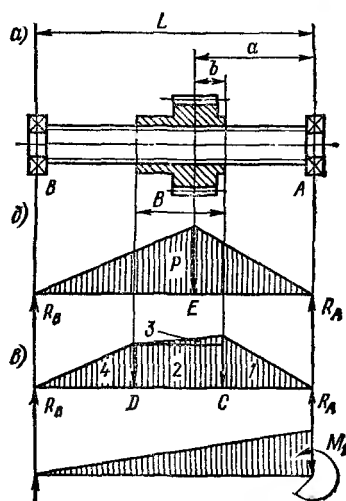


Рис. 6.12. Двухопорный вал (к расчету на жесткость)

следовательно, меньше и расчетные деформации. В действительности влияние ступицы увеличивает жесткость вала в еще большей степени благодаря действию восстанавливающего реактивного момента при передаче крутящего момента.

Расчетная схема на рис. 6.12, в правомерна при условии, что не происходит защемления вала в ступице. Условие отсутствия защемления можно выразить зависимостью, полученной при допущении постоянства кривизны упругой оси вала в пределах ступицы,

$$\Delta_0 \geq \frac{EJ}{M} \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{BM}{EJ} \right)^2} \right], \quad (6.27)$$

где Δ_0 — диаметральный зазор по центрирующей поверхности.

Расчеты и эксперименты показывают, что при обычно встречающихся нагрузках, зазорах и конструктивных формах ступиц защемления не бывает.

Довольно часто в зубчатых редукторах симметричная в осевом сечении шестерня бывает посажена посередине пролета двухопорного вала постоянного диаметра. Условие отсутствия защемления вала в этом случае имеет вид:

$$EJ \geq \frac{P(3LB^2 - B^3)}{96\Delta_0}. \quad (6.28)$$

Для расчета деформации вал постоянного сечения заменяется ступенчатым с фиктивным приведенным моментом инерции участка, где расположена ступица

$$J_{\text{пр}} = J \frac{3 - 3B/L + (B/L)^2}{3(1 - B/L)^2},$$

где J — фактический осевой момент инерции вала (см. табл. 1.4).

Пример. Определить угол поворота вала над опорой А (рис. 6.12, а) при следующих данных: $L = 280$ мм; $a = 120$ мм; $B = 90$ мм; $b = 30$ мм; соединение прямоугольное по ГОСТ 1139—80; вал $d = 8 \times 46f7 \times 54 \times 9k7$; $P = 6000$ Н.

Решение. Зазор в посадке центрирования (минимальный) $\Delta_0 = 25$ мкм = 0,0025 см (см. табл. 1.17). Осевой момент инерции $J = 0,5W_D D = 0,5 \cdot 23 \cdot 5,4 = 62,1$ см⁴ (см. табл. 1.4).

Изгибающие моменты определяем по формулам (6.25) и (6.26):

$$M_C = 6000(28 - 12)(12 - 3)/28 = 30\,900 \text{ Н}\cdot\text{см};$$

$$M_D = 6000 \cdot 12(28 - 12 + 3 - 9)/28 = 25\,700 \text{ Н}\cdot\text{см}.$$

Угол поворота сечения над опорой *A* определим, пользуясь правилом Верещагина, для чего в точке *A* приложим единичный изгибающий момент M_1 (рис. 6.12, *е*),

$$\vartheta = \frac{1}{EJ} \sum_1^4 F_i z_{ci},$$

где F_i — площадь *i*-го участка эпюры изгибающих моментов от внешней нагрузки; z_{ci} — ордината эпюры изгибающих моментов от единичной нагрузки под центром тяжести участка эпюры от внешней нагрузки.

Т а б л и ц а 6.2. Вычисление угла поворота сечений вала над опорой *A*

Номер участка (рис. 6.12, <i>е</i>)	$F_i \cdot 10^{-4}$	z_{ci}	$F_i z_{ci} \cdot 10^{-4}$	$\sum_{i=1}^4 F_i z_{ci}$	ϑ , рад
	Н·см		Н ² ·см ²		
1	13,9	7,85	108	262·10 ⁻⁴	0,385·10 ⁻³
2	23,2	5,17	110		
3	2,3	5,70	13,4		
4	12,8	2,38	30,6		

Вычисления сведены в табл. 6.2. Тот же угол, рассчитанный по общепринятой схеме рис. 6.12, получается равным 0,462·10⁻³ рад, т. е. на 20 % больше.

Глава 7

МЕТОДЫ РАСЧЕТА СОЕДИНЕНИЯ И ВЫБОР ИХ ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ

При выборе типа соединения нужно исходить в первую очередь из состава передаваемой нагрузки и характера ее приложения. Необходимо также учитывать технологические возможности предприятия и возможность унификации или технологической преемственности с выпускаемыми изделиями. В любом случае нежелательно применение нестандартных профилей, необоснованное повышение точности и другие мероприятия, ведущие к повышению трудоемкости. Следует принимать во внимание также условия эксплуатации узла, его ремонтпригодность, доступность для обслуживания и т. д.

Соединения, передающие только крутящий момент, предпочтительно выполнять эвольвентными с небольшим модулем (0,5—3,5 мм). Применение упрочняющей технологии в этом случае нежелательно, особенно для втулки, так как это вызывает увеличение погрешностей шага и, как следствие, повышение неравномерности распределения нагрузки. Центрирование соединения предпочтительнее назначать по боковым поверхностям; центрирование по цилиндрическим поверхностям (диаметрам) следует применять только при высоких требованиях к точности вращения втулки.

Соединения, передающие сложную стационарно приложенную нагрузку, следует выбирать в основном из тех же соображений: предпочтительны эвольвентные соединения, как более технологичные, центрирование по диаметрам лучше не назначать.

В соединениях, передающих сложную циркуляционно приложенную нагрузку, боковые поверхности зубьев и центрирующие круглые поверхности изнашиваются, поэтому, как правило, они подвергаются упрочнению — терморазработке до твердости $HRC \geq 50$. Погрешности шага в этом случае не имеют решающего значения, поскольку разношаговость довольно быстро исчезает. Выбор профиля этих соединений зависит от технологии изготовления детали с зубчатым отверстием. В большинстве случаев для шестерен применяют прямобочные соединения, исходя из того, что центрирующий (внутренний)

диаметр можно окончательно обработать после термообработки, базируясь по зубчатому венцу, и тем самым обеспечить требуемую точность вращения шестерни. Необходимо еще раз отметить, что центрирующие поверхности передают нагрузку и, следовательно, определяют положение шестерни только при весьма малых зазорах — 5—10 мкм при диаметре соединения 50—70 мм. Обычно применяемые зазоры — 25—40 мкм — приводят к тому, что шестерня фактически центрируется по боковым поверхностям. В таких случаях для соединений шестерен предпочтительнее применение эвольвентного профиля с центрированием по боковым поверхностям зубьев. При этом финишные операции с зубчатым венцом должны производиться с базированием по боковым поверхностям зубьев отверстия, например, на эвольвентной оправке с приложением крутящего момента между деталью и оправкой [15].

Применение эффективной разгрузки соединения от побочных силовых факторов дает возможность уменьшить его длину (иногда в 1,5—2 раза), в ряде случаев — отказаться от упрочняющей термообработки; поэтому разгрузка желательна во всех случаях, когда она не связана с чрезмерным усложнением конструкции и технологии узла. Например, если на зубчатый вал постоянного сечения насажено несколько (3—4) шестерен, разгрузка трудновыполнима. В случае же, если шестерен всего две, несложно сделать вал ступенчатым, чтобы ввести разгрузку шестерни меньшего диаметра с помощью колец (см. рис. 1.6). Применение разгрузки подразумевает центрирование соединения (любого профиля, предпочтительно эвольвентного) по боковым поверхностям зубьев с зазорами, обеспечивающими собираемость.

Для подвижных под нагрузкой соединений предпочтительным является прямобоочный профиль, так как при прочих равных условиях требуется меньшее усилие для осевого перемещения, чем при эвольвентном профиле.

В приводах управления, следящих системах и рычажных механизмах точность вращения, как правило, не играет существенной роли. В таких случаях следует применять мелкомодульные эвольвентные зубья или треугольные. Чтобы обеспечить беззазорное соединение, применяют конические соединения или клеммовую затяжку (рис. 1.28).

Необходимо также учитывать следующее.

1. Соединения разных типов имеют различную удельную площадь смятия (площадь смятия, приходящуюся на 1 см длины) при одинаковом номинальном диаметре. Зависимость удельной площади смятия от диаметра для стандартных прямобочных и эвольвентных соединений показана на рис. 7.1 (округленно).

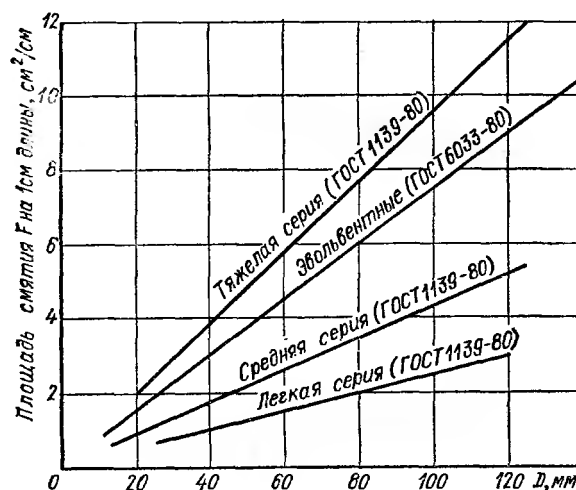


Рис. 7.1. Зависимость площади смятия от диаметра соединения

2. Если зубчатое соединение применяется в качестве компенсатора несоосности (см. рис. 1.24), оно должно иметь наибольшую удельную площадь смятия и как можно меньшее отношение длины к диаметру. Э. Бакин-гем [42] рекомендует в таких случаях брать длину равной 0,25 диаметра.

Предварительно можно выбирать размеры прямобочного соединения по средним напряжениям смятия

$$\sigma_{\text{ср}} = M / (S_F B),$$

где M — передаваемый соединением крутящий момент; S_F — статический момент площади боковых поверхностей относительно оси соединения (см. табл. 1.4); B — длина соединения.

Т а б л и ц а 7.1. Размеры и среднее напряжение смятия на зубьях выходных валов редукторов серий Ц2 и РМ

Типоразмер редуктора	Модуль m , мм	Число зубьев z	Наружный диаметр D	Длина зубьев B	Среднее напряжение смятия $\sigma_{ср}$, МПа	HRC
			мм			
Ц2-200	3	40	126	15	11,5	45—56
Ц2-250	3,5		147	20	10,8	
Ц2-300	5		210	25	6,3	
Ц2-350	6		252	30	5,7	
Ц2-400			11,1			
Ц2-500	8		336	40	8,2	
Ц2-650	10		420	50	8,0	
Ц2-750	12		504	60	6,5	
Ц2-850	14		588	70	5,6	
Ц2-1000	16		672	80	6,4	
РМ250	3	40	126	20	11,8	24—29
РМ350		48	150	25	15,4	
РМ400		174	23,0			
РМ500	4	56	232	35	15,7	
РМ650	6		348	40	14,0	
РМ750			21,0			
РМ850	8	54	448	50	13,5	
РМ1000	10	48	500	60	15,1	

Т а б л и ц а 7.2. Размеры и средние напряжения смятия полых тихоходных валов с одним рядом зубьев редукторов червячных РЧУ (HВ 250)

Типоразмер редуктора	Обозначение отверстия $D \times m \times z$	Длина зуба B , мм	Среднее напряжение смятия $\sigma_{ср}$, МПа
РЧУ 40	22×1,5×14	23,5	5,8
РЧУ 50	28×1,5×18	24	6,1
РЧУ 63	30×1,5×18	30	10,4
РЧУ 80	42×2×20	35	8,0
РЧУ 100	50×2×24	48	7,6
РЧУ 125	60×2,5×22	68	7,7
РЧУ 160	75×2,5×28	75	7,6

Т а б л и ц а 7.3. Размеры и среднее напряжение смятых полых тихоходных валов с двумя рядами зубьев редукторов червячных РЧУ (НВ 250)

Типоразмер редуктора	Обозначение отверстия $D \times t \times z$	Длина зуба B , мм	Среднее напряжение смятия $\sigma_{ср}^*$, МПа
РЧУ 125	75×2,5×28	60	16,6
РЧУ 160	80×2,5×30	65	25,8
РЧУ 200	110×2,5×42	70	17,2
РЧУ 250	120×2,5×46	80	21,0

* При передаче мощности одним рядом зубьев.

Т а б л и ц а 7.4. Размеры и средние напряжения смятия дисков фрикционных муфт металлорежущих станков [4] (с внутренними прямобоковыми зубьями)

Наружный диаметр D_0	Толщина B	Крутящий момент M , Н·см	Отверстие $z \times d \times D$, мм	Напряжение смятия σ , МПа
48 55	2	202	6×21×25	10,4
		312		16,1
70		656	6×23×28	17,2
		614	8×32×38	9,6
100	3	1 934		8×36×42 8×42×48 8×46×54 8×52×60
		1 906	17,8	
		1 854	15,0	
		1 807	9,8	
		1 708	8,4	
120	3	3 410	8×32×38	35,8
		3 380	8×36×42	31,5
		3 330	8×42×48	27,0
		3 290	8×46×54	17,1
		3 190	8×52×60	15,5
		3 000	8×62×72	9,3
2 730	10×72×82	5,9		
150	4	6 590	8×42×48	40,0
		6 550	8×46×54	25,5
		6 450	8×52×60	24,9

Продолжение табл. 7.4

Наружный диаметр D_0	Толщина B	Крутящий момент M , Н·см	Отверстие $z \times d \times D$, мм	Напряжение смятия σ , МПа
мм				
150	4	6 260	8×62×72	14,5
		5 990	10×72×92	9,7
		5 640	10×82×92	8,1
		5 190	10×92×102	6,7
180		11 300	8×52×60	42,0
		11 100	8×62×72	26,1
		10 800	10×72×82	17,6
		10 500	10×82×92	15,1
		10 000	10×92×102	12,9
		9 540	10×102×112	11,1
		8 100	10×112×125	6,2
200		15 500	8×62×72	36,5
	15 200	10×72×82	24,8	
	14 200	10×92×102	18,4	
	13 900	10×102×112	16,3	
	12 500	10×112×125	9,6	
250	5	30 200	10×72×82	39,5
		29 900	10×82×92	34,5
		29 500	10×92×102	30,3
		28 900	10×102×112	27,3
		27 500	10×112×125	16,9

Таблица 7.5. Средние напряжения смятия в трансмиссиях отечественных легковых и грузовых автомобилей

Соединение	Тип соединения	$\frac{HRC}{\text{вал}} \left(\frac{\text{штулка}}{\text{штулка}} \right)$	$\sigma_{\text{ср}}$, МПа
Первичный вал к. п. п. — ведомый диск сцепления	Прямобочное	$\frac{45-60}{\text{До } 30}$	12—18
	Эвольвентное	$\frac{50-65}{50-65}$	27—70
Зубчатые муфты короб передач	Прямобочное	$\frac{\text{До } 65}{\text{До } 65}$	30—60
		$\frac{\text{До } 64}{\text{До } 65}$	110—160
Вторичный вал к. п. п. — шестерня первой передачи	Прямобочное	$\frac{\text{До } 65}{\text{До } 65}$	30—60
Полуось — полуосевая шестерня	Эвольвентное	$\frac{\text{До } 64}{\text{До } 65}$	110—160
		$\frac{\text{До } 64}{\text{До } 65}$	110—160

**Т а б л и ц а 7.6. Средние напряжения смятия
в трансмиссиях отечественных гусеничных
и колесных тракторов**

Марка трактора	HRC соединяемых элементов	$\sigma_{ср}$, МПа	Марка трактора	HRC соединяемых элементов	$\sigma_{ср}$, МПа
МТЗ-5М	—	6,4—54	Т-130	22—56	6,4—20,4
МТЗ-50	56—63	5,3—36,2	Т-4	45—56	6,7—31,1
Т-40	56—63	4,9—110	К-700	38—42	6,1—52,6
Т-74	50—63	2—25,9	К-701	50—56	7,9—68
ДТ-75	36—63	2—25,9			

**Т а б л и ц а 7.7. Средние напряжения смятия
в зубчатых соединениях, применяемых в авиации**

Тип соединения и материалы сопрягаемых деталей	HRC сопрягаемых элементов	$\sigma_{ср}$, МПа
Передачи (12Х2Н4А, 38ХМЮА)	35—38	50—100
Торсионные рессоры (12Х2Н4А, 18Х2Н4ВА, 12ХНВА, 40ХНМЮА)	35—42	100—150
Вспомогательные агрегаты	35—38	До 50

Для справок в табл. 7.1—7.8 приведены средние напряжения смятия, реализуемые в различных отраслях машиностроения.

7.1. Расчет на прочность зубчатых соединений, передающих крутящий момент

В практике, строго говоря, не встречаются соединения, передающие только крутящий момент, — в любом случае имеют место дополнительные нагрузки. Поэтому к соединениям, передающим крутящий момент, относят те, у которых побочные силовые факторы пренебрежимо малы по сравнению с основной нагрузкой. Можно, например, считать, что соединение вилки карданного шарнира (если угол в последнем не превосходит 3°) передает только крутящий момент. Точно так же зубчатое соединение плавающей солнечной шестерни планетарного механизма при достаточно большой длине соединительного

звена можно считать нагруженным только основной нагрузкой.

Поскольку соединения, передающие только основную нагрузку, не прирабатываются или прирабатываются в очень незначительной степени, в них имеет место неравномерность нагрузки, вызываемая погрешностями изготовления — разношаговостью вала и втулки и ошибкой направления зубьев. Кроме того, необходимо учитывать продольную неравномерность распределения нагрузки, связанную с закручиванием вала во втулке, на которую, в свою очередь, влияет форма продольного сечения последней.

Считая, что действие перечисленных факторов независимо одно от другого, можем учесть их совместное влияние методом наложения

$$K = K_o + K_\psi + K_\alpha + K_e - 3, \quad (7.1)$$

где K — общий коэффициент неравномерности распределения нагрузки; K_o , K_α , K_e , K_ψ — частные коэффициенты неравномерности, учитывающие со-

Таблица 7.8. Размеры и напряжения смятия подвальных зубчатых соединений карданных валов отечественных легковых и грузовых автомобилей

Марка автомобиля	Тип и размер соединения (D X m X L или Z X d X D)	Длина соединения, мм	Материал — сталь		Твердость		Напряжения смятия, ср. МПа
			вала	втулки	вала	втулки	
АЗЛК-2140	25 X 1,5 X 16	85	40X	35X	HB 269—302	HRC ≥ 45	19,6
ГАЗ-21	44 X 1,21 X 34	35	30X	40X	HRC ≥ 48	HB 269—302	11,5
УАЗ-452	44 X 1,21 X 34	47	30X	40X	HB 255—302	HB 269—302	13,6
ГАЗ-51А	16 X 33 X 38	90	40X	40	HRC 45—55	HB 229—268	13,8
ЗИЛ-164	16 X 43 X 50	90	45X	45	HRC 43—50	HB 207—241	19,4
ЗИЛ-130	62 X 2,5 X 22	75	45	40X	HRC 42—56	HB 255—285	18,4
МАЗ-200	16 X 56 X 65	115	45Г2	45	HRC 36—43	HB 217—255	13,5
МАЗ-500	16 X 56 X 65	115	40X	40	HRC 43—55	HRC 35—43	18,7
БелАЗ-540	10 X 60 X 70	113	40X	40	HRC 40—48	HB 217—255	45,0

ответственно разнозазорность, закручивание вала, ошибку направления зуба и овальность втулки; рассчитываются по зависимостям, приведенным в гл. 3 и 4.

Максимальное напряжение смятия обычно имеет место на стороне подвода крутящего момента

$$\sigma_{\max} = K\sigma_{\text{ср}}.$$

О несущей способности соединения можно судить по коэффициенту запаса

$$n_{\tau} = \sigma_{\tau} / \sigma_{\max}, \quad (7.2)$$

где σ_{τ} — предел текучести менее прочного из материалов вала и втулки.

Коэффициент запаса должен быть больше отношения

$$n_{\text{вр}} = M_{\text{вр}} / M, \quad (7.3)$$

где $M_{\text{вр}}$ — максимальное значение пикового момента, например момента, передаваемого через соединение при аварийном стопорении машины.

Из приведенных зависимостей видно, что соединения, передающие только основную нагрузку, выгодно делать возможно наибольшего по конструктивным соображениям диаметра и наименьшей длины, чтобы не увеличивать продольную неравномерность. Например, соединение фланца карданного вала с раздаточным валом тракторной коробки передач (см. рис. 1.29, а) имеет максимальный возможный размер, равный внутреннему диаметру подшипника качения. Минимальную длину можно определить из условия равнопрочности соединения с валом, которое имеет вид

$$B_{\text{рп}} = 2 \frac{\tau_{\tau}}{\sigma_{\tau}} \frac{W_{\text{к}}}{z d_{\text{ср}} h_{\text{р}}}. \quad (7.4)$$

Обычно $\tau_{\tau} \approx (0,65 \div 0,7) \sigma_{\tau}$, поэтому

$$B_{\text{рп}} \approx 1,4 W_{\text{к}} / (z d_{\text{ср}} h_{\text{р}}), \quad (7.4a)$$

где $W_{\text{к}}$ — момент сопротивления сечения вала при кручении; $d_{\text{ср}}$ — средний диаметр соединения.

При выводе (7.4) принято $K_{\alpha} = K_{\psi} = 1$, что не искажает зависимость, поскольку площадь эпюр перераспределенной и равномерной по длине нагрузки одинакова; $K_0 = 1$, поскольку с ростом нагрузки влияние разнозазорности сглаживается.

Пример. Оценить несущую способность зубчатого соединения раздаточного вала тракторной коробки передач с фланцем карданного вала. Угол в шарнире не превышает $2^{\circ}30'$, номинальный крутящий момент $M = 3000 \text{ Н}\cdot\text{м}$. При перегрузке момент удваивается из-за того, что второй ведущий мост отключается и, кроме того, используется запас фрикционной муфты $\beta = 3,2$, т. е. максимальный момент $M_{\text{пл}} = 2\beta M$. Соединение $80 \times 2,5 \times 9\text{H}/9\text{h}$ ($z = 30$) длиной 65 мм расположено рядом с опорой (см. рис. 1.29, а). Материал: вал — сталь 20Х цементованная, $HRC\ 56-62$, $\sigma_T = 800 \text{ МПа}$; фланец — сталь 40Х улучшенная, $\sigma_T = 700 \text{ МПа}$. Наружный диаметр ступицы фланца $D_H = 95 \text{ мм}$. Ошибку направления зубьев принять равной нулю.

Решение. Средний радиус соединения

$$r = (D - m)/2 = (8 - 0,25)/2 = 3,875 \text{ см.}$$

Максимальный зазор по комплексному калибру [см. формулу (1.27)]

$$\Delta_{\text{max}} = 80 + 0 - (0 - 80) = 160 \text{ мкм.}$$

Расчетный номинальный зазор примем $\Delta_H = 0,65\Delta_{\text{max}}$, тогда $\Delta = 0,175\Delta_H = 0,175 \cdot 0,65\Delta_{\text{max}} = 0,175 \cdot 0,65 \cdot 160 \cdot 10^{-6} = 18,375 \times 10^{-6} \text{ м}$.

Распределенную жесткость зубьев найдем, приняв $\lambda = 8$, $E = 2,15 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ по формуле (1.34) $c = 2,15 \cdot 10^5/8 = 0,2687 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.

Окружную неравномерность распределения нагрузки при условном моменте $M_{\Delta} = 0,5cBzr\Delta = 0,5 \cdot 0,2687 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 6,5 \cdot 10^{-2} \cdot 30 \cdot 3,875 \cdot 10^{-2} \times 18,375 \cdot 10^{-6} = 16\,830 \text{ Н}\cdot\text{м}$ и безразмерном параметре нагрузки $M/M_{\Delta} = 3000/16\,830 = 0,1782 < 1$, определяем по формуле (X) из табл. 3.1. Рабочий угол определим из (X1) табл. 3.1, имеющего для данного случая вид

$$0,1782 - \frac{\theta_p}{1,5708} \left(\frac{\sin 2\theta_p}{2\theta_p} - \cos 2\theta_p \right) = 0.$$

Приближенное значение θ_p найдем, воспользовавшись графиком, приведенным на рис. 3.2: $\theta_p \approx 36^{\circ} = 0,6283 \text{ рад}$; уточненное значение из уравнения (X1) $\theta_p = 0,6271 \text{ рад}$.

Коэффициент окружной неравномерности для номинального режима

$$K_o = \frac{3,1416}{2 \cdot 0,6271} + \frac{16\,830}{3000} \left(1 - \frac{\sin 2 \cdot 0,6271}{2 \cdot 0,6271} \right) = 3,864.$$

Для определения продольной неравномерности распределения нагрузки параметры жесткости получим по формулам (4.5) и (4.6), подставив в них $z_p = 2z\theta_p/\pi = 2 \cdot 30 \cdot 0,6271/3,1416 \approx 12$.

Полярные моменты инерции:
вала

$$J_{p1} = 0,1 (d_a - m)^4 = 0,1 (D - 0,2m - m)^4 = \\ = 0,1 (8 - 0,2 \cdot 0,25 - 0,25)^4 = 350,24 \text{ см}^4;$$

штулки

$$J_{p2} = 0,1 D_H^4 - J_{p1} = 0,1 \cdot 9,5^4 - 350,24 = 453,75 \text{ см}^4.$$

Параметры жесткости по выражениям (4.5) и (4.6) при $G_1 = G_2 = G = 0,8 \cdot 10^5$ МПа:

$$\lambda = \sqrt{\frac{12 \cdot 2,687 \cdot 10^5 (2 \cdot 3,875)^2}{4 \cdot 0,8 \cdot 10^5} \left(\frac{1}{350,24} + \frac{1}{453,75} \right)} = 0,5533 \text{ см}^{-1};$$

$$\beta = \sqrt{\frac{12 \cdot 2,687 \cdot 10^5 (2 \cdot 3,875)^2}{4 \cdot 0,8 \cdot 10^5 \cdot 453,75}} = 0,3652 \text{ см}^{-1}.$$

Гиперболические функции параметра $\lambda B = 0,5533 \cdot 6,5 = 3,5964$:

$$\text{sh } \lambda B = (e^{3,5964} - e^{-3,5964})/2 = 18,2196;$$

$$\text{ch } \lambda B = (e^{3,5964} + e^{-3,5964})/2 = 18,2470;$$

$$\text{th } \lambda B = 18,2196/18,2470 = 0,99849.$$

Коэффициент продольной неравномерности по формуле (4.7a)

$$K_\psi = \frac{3,5964 [1 - (0,3652/0,5533)^2 (1 - 18,2470)]}{0,99849} - \frac{0,3652^2 \cdot 6,5}{0,5533} 18,2196 = 2,072.$$

Общий коэффициент неравномерности при $K_c = K_\alpha = 1,0$ [см. формулу (7.1)]

$$K = 3,864 + 2,072 - 1 = 4,94.$$

Максимальное напряжение смятия в номинальном режиме при рабочей глубине захода (фасок нет, $c = 0$) $h_p = m - 2c = 0,25 - 2 \cdot 0 = 0,25$ см составляет

$$\sigma_{\max} = KM/(S_F B) = K \frac{M}{zBrh_p} = 4,94 \frac{3000}{30 \cdot 6,5 \cdot 10^{-2} \cdot 3,875 \cdot 10^{-2} \cdot 0,25 \cdot 10^{-2}} 10^{-6} = 78,45 \text{ МПа}.$$

Запас по пределу текучести материала фланца по формуле (7.2) $n_T = 700/78,45 = 8,92$; соединение имеет вполне достаточный запас, поскольку $n_T > n_{пг} = 2 \cdot 3,2 = 6,4$.

В режиме максимальной перегрузки крутящий момент $M_{пг} = M n_{пг} = 3000 \cdot 6,4 = 19\,200$ Н·м передается всеми зубьями, поскольку $M_{пг}/M_\Delta = 192\,000/168\,300 = 1,1408 > 1$.

Коэффициент окружной неравномерности определяется по формуле (Ха) из табл. 3.1

$$K'_o = 1 + \frac{168\,300}{192\,000} = 1,876.$$

Продольная неравномерность в этом случае максимальна, так как $z_p = z$. Расчет по формулам (4.5), (4.6) и (4.7a) дает $K_\psi = 3,022$;

$$K' = K'_o + K'_\psi - 1 = 1,876 + 3,022 - 1 = 3,898.$$

Максимальное напряжение смятия при этом

$$\sigma'_{\max} = K' \frac{\sigma_{\max}}{K} n_{пг} = 3,898 \frac{78,45}{4,94} 6,4 = 396,2 \text{ МПа}.$$

При максимальной перегрузке напряжение смятия примерно вдвое ниже предела текучести, иначе говоря, несущая способность соединения вполне достаточна.

Равнопрочная длина для этого соединения по формуле (7.4) при $\tau_{Т1} = 0,7\sigma_{Т1} = 0,7 \cdot 800 = 560$ МПа составляет

$$B_{рп} = 2 \frac{560}{700} \frac{87,56}{30 \cdot 2 \cdot 3,875 \cdot 0,25} = 2,41 \text{ см.}$$

Практически длина соединения в 2,7 раза больше, чем и объясняется высокая несущая способность. В данном случае несущая способность соединения выше несущей способности вала, как и в подавляющем большинстве случаев.

7.2. Расчет на прочность соединений, передающих сложную стационарно приложенную нагрузку

К таким соединениям можно отнести, с некоторой долей условности, соединения приводов управления и следящих систем, делающих за цикл менее одного оборота (соединения рычагов, зубчатых секторов и т. п.); соединения зубчатых сцепных полумуфт с валом, подобные показанным на рис. 1.22. К ним же относятся соединения вилок карданных валов, однако их расчет имеет некоторые особенности, поэтому они рассматриваются отдельно в п. 7.8.

Сложная нагрузка обычно представляет собой сочетание крутящего момента с поперечной силой и изгибающим моментом от нее. Так, например, соединение подвижной полумуфты на рис. 1.22 нагружено крутящим моментом, передаваемым от шестерни к валу, поперечной силой, возникающей в сцепной муфте из-за несоосности полумуфт, и изгибающим моментом этой силы. Поперечную силу можно находить, исходя из того, что крутящий момент передается не более, чем половиной зубьев муфты, т. е. рабочий угол в муфте $\theta_p = 0,5\pi$. Допустив, что формула (3.8) справедлива для сцепной муфты, приняв $k_c = 1$, $k_\Delta = 0$ (самоустанавливающееся соединение равноценно отсутствию зазора между центрирующими поверхностями), получим

$$P = \frac{4M/(z_M r_M) + 0,3271 B_M \Delta_M \cdot 10^{-6}}{0,2975 + \beta_M}, \quad (7.5)$$

где z_M — число зубьев; r_M — средний радиус муфты, м; B_M — длина зуба; β_M — угловой шаг муфты; Δ_M — рас-

четный зазор при начальном контакте в муфте, мкм;
 $\Delta_m = (0,6 \div 0,7) \Delta_{\max}$, где $\Delta_{\max} = \Delta L_A + \Delta L_B$; ΔL_A ,
 ΔL_B — допуски на колебание длины общей нормали вну-
 треннего и наружного зубьев.

Распределенная жесткость принята по данным Э. В. Ры-
 жова [29]: $c_m = 0,22 \cdot 10^5$ МПа.

В соединении, передающем сочетание крутящего мо-
 мента и стационарно приложенной поперечной силы, при-
 работка практически незаметна, поэтому при расчете
 необходимо учитывать окружную неравномерность от
 разнозазорности и поперечной силы и продольную не-
 равномерность от закручивания вала, изгибающего мо-
 мента поперечной силы и от ошибки направления зубьев.
 Считая эти силовые факторы независимыми, можно
 учитывать их действие методом наложения

$$K = K_0 + K_p + K_\psi + K_\alpha + K_e - 4, \quad (7.6)$$

где K — коэффициент общей неравномерности; K_0 —
 коэффициент окружной неравномерности от разнозазор-
 ности в соединении, рассчитывается по зависимостям
 п. 3.1; K_p — коэффициент общей неравномерности от
 поперечной силы, рассчитывается по зависимостям п. 3.3
 и 4.4; K_ψ — коэффициент неравномерности от закручи-
 вания вала, определяется по формулам п. 4.1 с учетом
 формы ступицы (см. п. 4.2); K_α — коэффициент, учиты-
 вающий ошибку направления зуба, определяется по фор-
 мулам п. 4.3; K_e — коэффициент неравномерности от
 овальности втулки (см. п. 3.2). Запас по пределу теку-
 чести менее прочного материала должен быть больше
 возможного коэффициента перегрузки.

Пример. Определить несущую способность соединения попереч-
 ного вала механизма навески трактора с рычагом гидроцилиндра
 (рис. 7.2). Соединение $90 \times 2,5 \times 9H/9h$ ($z = 34$), материал вала — сталь 45
 улучшенная, $\sigma_{T1} = 700$ МПа, рычага — сталь 45 улучшенная, $\sigma_{T2} =$
 $= 520$ МПа. Диаметр гидроцилиндра $d_{ц1} = 110$ мм, диаметр штока
 $d_{ц2} = 45$ мм; давление в цилиндре $p = 15$ МПа, ограничивается предо-
 кранительным клапаном, так что перегрузка невозможна. Ошибку
 направления зуба и овальность втулки принять равными нулю.

Решение. Средний радиус соединения $r = (D - m)/2 =$
 $= (9 - 0,25)/2 = 4,375$ см.

Распределенную жесткость пары зубьев найдем по формуле (1.34),
 приняв $\lambda = 8$, $E = 2,15 \cdot 10^5$ МПа,

$$c = 2,15 \cdot 10^5 / 8 = 0,268 \cdot 10^5 \text{ МПа.}$$

Крутящий момент $M = Pr_0$; из схемы рис. 7.2

$$r_0 = R \cos (\alpha + \alpha_1);$$

$$\alpha_1 = \arctg \frac{R \cos \alpha - h}{L + R \sin \alpha} = \arctg \frac{200 \cos 45^\circ - 50}{1250 + 200 \sin 45^\circ} = 0,0656 \text{ рад}$$

$$r_0 = 200 \cos (0,7854 + 0,0656) = 15,038 \text{ см.}$$

Усилие, развиваемое гидроцилиндром (без учета потерь на трение),

$$P = p_{ц} F_{ц} = 0,25\pi (d_{ц}^2 - d_{ш}^2) p_{ц} = 0,25 \cdot 3,1416 (11^2 - 4,5^2) 15 \cdot 10^2 =$$

$$= 118\,700 \text{ Н.}$$

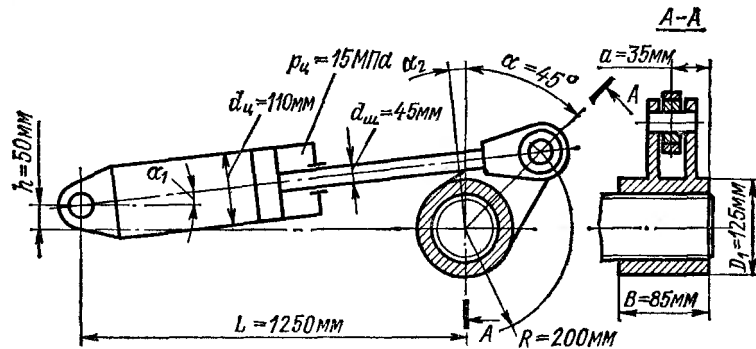


Рис. 7.2. Схема поперечного вала навесного механизма колесного трактора

Следовательно, крутящий момент

$$M = 118\,700 \cdot 15,038 \cdot 10^{-2} = 17\,843 \text{ Н}\cdot\text{м.}$$

Окружная неравномерность от разномазорности.
Максимальный зазор в соединении (1.27)

$$\Delta_{\max} = 80 + 0 - (-12 - 92) = 184 \text{ мкм} = 184 \cdot 10^{-6} \text{ м.}$$

Расчетный зазор примем равным $\Delta_{н} = 0,75\Delta_{\max}$ и $\Delta = 0,15\Delta_{н}$, т. е. $\Delta = 0,75 \cdot 0,15 \cdot 184 \cdot 10^{-6} = 20,7 \cdot 10^{-6} \text{ м.}$

Условный момент

$$M_{\Delta} = 0,5cVzr\Delta =$$

$$= 0,5 \cdot 0,2687 \cdot 10^9 \cdot 10^6 \cdot 8,5 \cdot 10^{-2} \cdot 34 \cdot 4,375 \cdot 10^{-2} \cdot 20,7 \cdot 10^{-6} = 34\,780 \text{ Н}\cdot\text{м.}$$

Так как $M/M_{\Delta} = 17\,848/34\,780 = 0,5142 < 1$, нагружены не все зубья. Рабочий угол найдем из уравнения (XI) из табл. 3.1, предварительно определив приближенное значение по графику, приведенному на рис. 3.3: $\theta_p \approx 55^\circ$ ($\sim 0,9599$ рад). Уравнение (XI) принимает для данного случая вид

$$0,5142 - \frac{\theta_p}{1,5708} \left(\frac{\sin 2\theta_p}{2\theta_p} - \cos 2\theta_p \right) = 0,$$

откуда $\theta_p = 0,9652$ рад. Окружная неравномерность от разнозазорности по формуле (X) из табл. 3.1

$$K_o = \frac{3,1416}{2 \cdot 0,9652} + \frac{34\,780}{17\,848} \left(1 - \frac{\sin 2 \cdot 0,9652}{2 \cdot 0,9652} \right) = 2,63.$$

Окружная неравномерность от поперечной силы при параметре нагрузки $\Psi = r_b/r_0 = r \cos \alpha/r_0 = 4,375 \cos 30^\circ/15,038 = 0,2909 < 0,5$.

Поперечное смещение втулки по формуле (IIв) из табл. 3.3

$$y = 2 \frac{118\,700}{34 \cdot 0,2687 \cdot 10^5 \cdot 10^{-6} \cdot 8,5 \cdot 10^{-2}} = 3,054 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 3,054 \text{ мкм}$$

намного меньше радиального зазора между наружными диаметрами, равного $0,2\text{ м} = 0,2 \cdot 2500 = 500 \text{ мкм} = 500 \cdot 10^{-4} \text{ см}$, поэтому окружную неравномерность от силы P находим по формуле (Vв) из табл. 3.3

$$K_\Psi = 1 + 2 \cdot 0,2909 = 1,5818.$$

Продольная неравномерность от кручения вала. Параметры кручения:

полярный момент инерции вала

$$J_{p1} = 0,1 (d_a - m)^4 = 0,1 (D - 0,2m - m)^4 = \\ = 0,1 (9 - 0,2 \cdot 0,25 - 0,25)^4 = 567,9 \text{ см}^4;$$

полярный момент инерции ступицы

$$J_{p2} = 0,1 D_n^4 - J_{p1} = 0,1 \cdot 12,5^4 - 567,9 = 1855,2 \text{ см}^4.$$

Параметры жесткости при $G_1 = G_2 = 0,8 \cdot 10^9$ МПа и $z_p = z_{2p}/\pi = 34 \cdot 2 \cdot 0,9652/3,1416$ по формулам (4.5) и (4.6):

$$\lambda = \sqrt{\frac{21 \cdot 0,2687 \cdot 10^5 (2 \cdot 4,375)^2}{4 \cdot 0,8 \cdot 10^9} \left(\frac{1}{567,9} + \frac{1}{1855,2} \right)} = 0,5572 \text{ см}^{-1};$$

$$\beta = \sqrt{\frac{21 \cdot 0,2687 \cdot 10^5 (2 \cdot 4,375)^2}{4 \cdot 0,8 \cdot 10^9 \cdot 1855,2}} = 0,2697 \text{ см}^{-1}.$$

Гиперболические функции параметра $\lambda B = 0,5572 \cdot 8,5 = 4,7362$

$$\text{sh } \lambda B = (e^{4,7362} - e^{-4,7362})/2 = 56,997;$$

$$\text{ch } \lambda B = (e^{4,7362} + e^{-4,7362})/2 = 57,004;$$

$$\text{th } \lambda B = 56,997/57,004 = 0,99986.$$

Коэффициент продольной неравномерности от кручения вала найдем по формуле (4.7а)

$$K_\Psi = \frac{4,7362 [1 - (0,2697/0,5572)^2 (1 - 57,004)]}{0,99986} - \\ - \frac{0,2697^2 \cdot 8,5}{0,5572} \cdot 56,997 = 3,673.$$

Продольная и общая неравномерность от изгибающего момента поперечной силы. Координата равнодействующей реакции соединения

(с некоторым завышением, так как не учитывается податливость ступицы) по формуле (4.23)

$$u_c = 8,5 - \frac{57,004 - 1}{0,5572 \cdot 56,997} = 6,74 \text{ см.}$$

Плечо поперечной силы $H = u_c - a = 6,74 - 3,5 = 3,24$ см.
Угол перекоса по выражению (Iв) из табл. 4.1

$$\gamma_x = 24 \frac{118\,700 \cdot 3,24 \cdot 10^{-2}}{34 \cdot 0,2687 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 8,5^3 \cdot 10^{-6}} = 1,645 \cdot 10^{-4} \text{ рад.}$$

Общая неравномерность от силы P по формуле (IIв) из табл. 4.1

$$K_p = 1,5818 + 12 \cdot 0,2909 \frac{3,24}{8,5} = 2,912.$$

Общая неравномерность по формуле (7.6), имеющей для данного случая вид

$$K = K_o + K_p + K_\psi - 2 = 2,63 + 2,912 + 3,673 - 2 = 7,215.$$

Максимальное напряжение смятия

$$\sigma_{\max} = K \frac{M}{zBrm} =$$

$$= 7,215 \frac{17\,848 \cdot 10^{-6}}{34 \cdot 8,5 \cdot 10^{-2} \cdot 4,375 \cdot 10^{-2} \cdot 0,25 \cdot 10^{-2}} = 407,4 \text{ МПа.}$$

Запас по пределу текучести материала рычага

$$n_T = \sigma_{T2} / \sigma_{\max} = 520 / 407,4 = 1,252.$$

Как видим, несущая способность соединения использована практически полностью, хотя среднее напряжение смятия сравнительно невелико.

7.3. Расчет прямобочных соединений зубчатых колес (ГОСТ 21425—75)

Расчет зубчатых прямобочных соединений шестерен регламентирован ГОСТ 21425—75. Согласно этому стандарту нагрузочная способность соединения определяется критериями смятия и износа. Исходная расчетная формула имеет вид

$$\sigma = M / (S_F B), \quad (7.7)$$

где $S_F = rh_p z$ — удельный суммарный статический момент площади боковых поверхностей зубьев относительно оси вала, мм²/мм (см²/см); h_p — рабочая глубина захода, мм (см). Значения для соединений по ГОСТ 1139—80 приведены в табл. 1.4.

Полученное по формуле (7.7) напряжение смятия на поверхности зуба сравнивается с допускаемым по смятию $[\sigma]_{\text{см}}$ и износу $[\sigma]_{\text{изн}}$. Нагрузочная способность соединения удовлетворительна, если $\sigma \ll [\sigma]_{\text{см}}$ и $\sigma \ll [\sigma]_{\text{изн}}$. Если износ соединения не допускается, должно выполняться условие

$$\sigma \ll [\sigma_{\text{би}}]/K_{\text{изн}}, \quad (7.7a)$$

где $[\sigma]_{\text{би}} = 0,028 \text{ HB}$ (МПа) — для нетермообработанных поверхностей; $[\sigma]_{\text{би}} = 0,032 \text{ HB}$ (МПа) — для улучшенных; $[\sigma]_{\text{би}} = 0,03 \text{ HRC}$ (МПа) — для закаленных; $[\sigma]_{\text{би}} = 0,04 \text{ HRC}$ (МПа) — для цементированных; $K_{\text{изн}}$ — коэффициент общей неравномерности распределения нагрузки при расчетах на износ.

Предел несущей способности соединения определяется по смятию менее прочного материала соединения

$$[M]_{\text{мах}} = \sigma_{\text{т}} S_{\text{F}} B / (n K_{\text{см}}), \quad (7.8)$$

где $\sigma_{\text{т}}$ — предел текучести менее прочного материала; n — запас прочности, принимаемый в пределах от 1,25 для незакаленных материалов до 1,4 для цементированных; для них $\sigma_{\text{т}}$ — предел текучести упрочненного слоя; $K_{\text{см}}$ — общий коэффициент концентрации нагрузки при расчете на смятие (см. ниже расчет на смятие).

Расчет на смятие. Допускаемое напряжение смятия определяется по формуле

$$[\sigma]_{\text{см}} = \frac{\sigma_{\text{т}}}{n K_{\text{см}} K_{\text{д}}}, \quad (7.9)$$

где $K_{\text{см}}$ — коэффициент общей неравномерности распределения нагрузки при расчете на смятие; $K_{\text{д}}$ — коэффициент динамичности нагрузки,

$$K_{\text{д}} = M_{\text{мах}}/M,$$

где $M_{\text{мах}}$ — максимальный момент, передаваемый соединением; M — номинальный (расчетный) момент.

При частом реверсировании нагрузки $K_{\text{д}} = 2 \div 2,5$; при действии эпизодических пиковых нагрузок значение $K_{\text{д}}$ может быть уменьшено, так как эти нагрузки создают упрочняющий эффект.

Коэффициент общей неравномерности распределения нагрузки рассчитывается по формуле

$$K_{\text{см}} = K_{\text{р}} K_{\text{пр}}, \quad (7.10)$$

где K_p — коэффициент общей неравномерности распределения нагрузки от поперечной силы определяется по формулам п. 3.3 и 4.4 в зависимости от параметра $\Psi = r/r_0$ и смещения поперечной силы H с учетом влияния центрирующих поверхностей; $K_{пр}$ — коэффициент концентрации нагрузки от закручивания вала, определяется по формулам п. 4.1 с учетом формы ступицы (см. п. 4.2) и приработки

$$K_{пр} = 1 + \gamma(K_\psi - 1), \quad (7.11)$$

где γ — коэффициент, учитывающий снижение концентрации нагрузки вследствие приработки.

Для соединений, передающих постоянную нагрузку, $\gamma = 0$, при переменной нагрузке среднее значение $\gamma = 0,3$. Для определения степени релаксации неравномерности можно также, считая коэффициент γ равным коэффициенту использования крутящего момента, использовать зависимость (6.8).

Расчет на износ. Расчет на износ производится путем сравнения среднего напряжения смятия, полученного по (7.7) с некоторым условным напряжением, которое должно свидетельствовать об отсутствии аварийного изнашивания (задиры, схватывание). Допускаемое напряжение смятия при расчете на износ определяется по формуле

$$[\sigma]_{изн} = \frac{[\sigma]_{усл}}{K_{изн}K_{долг}K_p}, \quad (7.12)$$

где $[\sigma]_{усл}$ — условное напряжение смятия, при котором должно иметь место нормальное изнашивание. Рекомендуемые значения $[\sigma]_{усл}$ в зависимости от вида термической обработки и средней твердости поверхности (имеется в виду менее твердая из боковых поверхностей зубьев) приведены ниже. При частом реверсировании эти значения рекомендуется снижать на 20—25 %

HRC	20	28	40	45	52	≥60
$[\sigma]_{усл}$, МПа	95	110	135	170	185	205

$K_{изн} = K'_3 K_{пр}$ — коэффициент общей концентрации нагрузки при расчетах на износ; $K_{долг} = K_c K_{од}$ — коэффициент, характеризующий условия работы; K'_3 — коэффициент, учитывающий влияние неравномерности распределения нагрузки и скольжения боковых поверхностей зубьев от поперечной силы на изнашивание. Его отноше-

ние к коэффициенту неравномерности от поперечной силы K_{Ψ} приведено ниже

Ψ	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
K'_s/K_{Ψ}	0,6875	0,7059	0,7778	0,8421	0,9500
Ψ	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75
K'_s/K_{Ψ}	1,0476	1,1364	1,2500	1,3704	1,5

или его можно найти по табл. 4 рекомендуемого приложения к ГОСТ 21425—75.

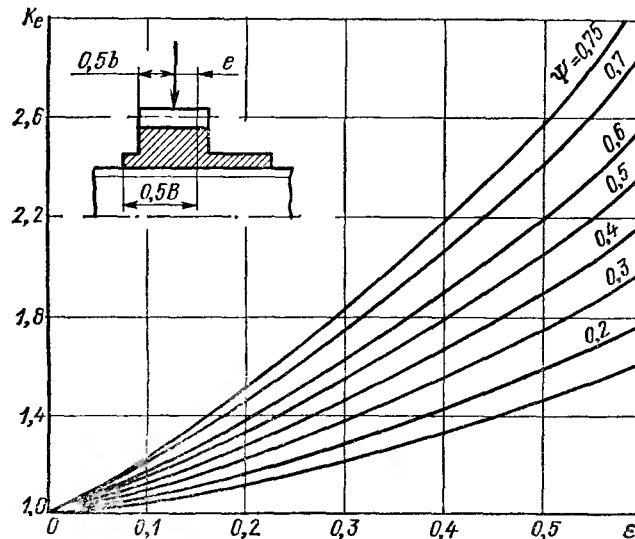


Рис. 7.3. Зависимость коэффициента продольной концентрации нагрузки от относительного смещения поперечной силы (асимметрии ступицы)

$K_{пр} = K_{кр} + K_e - 1$ при расположении зубчатого венца со стороны нагруженного участка вала. При этом K_{Ψ} определяют по формуле (4.7), K_e — по графикам на рис. 7.3 в зависимости от параметров Ψ и $e = H/B$.

При расположении зубчатого венца со стороны ненагруженного участка вала $K_{пр}$ выбирается равным большему по значению из коэффициентов $K_{кр}$ и K_e .

Коэффициент переменности нагрузки K_n для типовых законов нагружения приведен в табл. 7.9. При наличии

Т а б л и ц а 7.9. Коэффициент переменной нагрузки K_H

Режим	Распределение	Коэффициент переменной нагрузки K_H
Постоянный: работа с постоянной нагрузкой	—	1,0
Тяжелый: большая часть времени работы с высокими нагрузками	Бета-распределение *	0,77
Среднеравновероятный: одинаковое время работы со всеми значениями нагрузки	Равновероятное	0,63
Средненормальный: большая часть времени работы со средними нагрузками	Нормальное	0,57
Легкий: большая часть времени работы с малыми нагрузками	Гамма-распределение **	0,43

* Максимум плотности вероятности при нагрузке 0,75 от наибольшей расчетной.
 ** То же при нагрузке 0,3 от наибольшей расчетной.

фактических кривых плотности распределения нагрузки этот коэффициент определяется по формуле

$$K_H = \sqrt[m]{\sum \left(\frac{M_i}{M}\right)^m \frac{N_i}{N}}, \quad (7.13)$$

где N_i — число циклов работы (оборотов) соединения с нагрузкой M_i при вращении в одну сторону; $m \approx 3$ — показатель степени зависимости износа от удельного давления.

Коэффициент числа циклов K_H определяется по формуле

$$K_H = \sqrt[m]{N/N_0}, \quad (7.14)$$

где N — расчетное число циклов, определяется как суммарное число оборотов соединения в одну сторону за время работы либо по средней частоте вращения

$$N = 60tn_{cp}, \quad (7.15)$$

либо суммированием числа циклов на каждой ступени скорости, либо по общей наработке машины (мото-часам); $N_0 = 10^8$ — базовое число циклов.

Коэффициент, учитывающий условия смазывания соединения, при обильном смазывании без загрязнения

$K_c = 0,7$, при средних условиях $K_c = 1$, при недостаточном смазывании и работе с загрязнением $K_c = 1,4$.

Коэффициент, учитывающий условия осевого закрепления ступицы на валу и ее перемещение под нагрузкой, при жесткой фиксации $K_{ос} = 1,0$; при фиксации, допускающей небольшие осевые перемещения, например вилкой (шестерни подвижные не под нагрузкой), $K_{ос} = 1,25$.

Хотя ГОСТ 21425 не распространяется на зубчатое соединение шкивов и звездочек цепных передач, а также эвольвентные соединения, эти соединения можно рассчитывать по методике, предписанной этим ГОСТом. При этом следует, что для соединения шкива ременной передачи параметр нагрузки

$$\Psi = r \frac{P_1 + P_2}{M} = \frac{r}{r_{ш}} \frac{P_1 + P_2}{P_1 - P_2}, \quad (7.16)$$

где P_1, P_2 — натяжение набегающей и сбегающей ветвей ремня; M — передаваемый соединением крутящий момент; $r_{ш}$ — радиус шкива.

Для соединений звездочек цепных передач

$$\Psi = Pr/M, \quad (7.17)$$

где P — окружное усилие (натяжение цепи); M — момент, передаваемый звездочкой. Для эвольвентного профиля $r = 0,5d_b$.

Пример. Определить нагрузочную способность соединения шестерни промежуточного вала тракторной коробки передач. Шестерня прямозубая, число зубьев $z_w = 31$, модуль $m_w = 6$ мм; размеры продольного сечения по рис. 4.8: $a = 5$ мм, $b = 42$ мм, $B = 70$ мм; момент подводится со стороны зубчатого венца. Соединение прямобочное по ГОСТ 1139-80 $d = 10 \times 72H7/f7 \times 78 \times 12F10/e8$; $\Delta_0 = 60$ мкм; материал вала — сталь 40Х с закалкой т. в. ч.; материал втулки — сталь 20ХГНР цементованная, HRC 56—62. Передаваемый момент: на первой передаче $M_1 = 1370$ Н·м при $n_1 = 1120$ об/мин; на второй передаче $M_2 = 1120$ Н·м при 1350 об/мин; на третьей передаче $M_3 = 960$ Н·м при 1580 об/мин и на четвертой передаче $M_4 = 775$ Н·м при 1960 об/мин. Перегрузка при трогании с места и переключениях передач за счет запаса фрикционных муфт $\beta = 2,85$. Время использования передач: первой и четвертой — по 20 % ресурса ($\alpha_1 = \alpha_4 = 0,2$), второй и третьей — по 30 % ресурса ($\alpha_2 = \alpha_3 = 0,3$). Ресурс — 6000 мото-ч.

Решение. Параметры соединения: средний радиус $r = 3,75$ см, удельный статический момент площади смятия $S_F = 7,5$ см², распределенная жесткость зубьев $c = 0,125 \cdot 10^9$ МПа (см. пример к п. 3.3).

Среднее напряжение смятия на первой передаче по формуле (7.7)

$$\sigma = M_1/(S_F B) = 137\,000/(7,5 \cdot 7) = 260,95 \text{ Н/см}^2 = 26,095 \text{ МПа.}$$

При расчете на смятие расчетные коэффициенты для формулы (7.9) следующие.

Запас прочности $n = 1,4$. Коэффициент динамичности принимаем равным коэффициенту запаса фрикционной муфты: $K_d = \beta = 2,85$. Коэффициент концентрации нагрузки (общей неравномерности) находим, предварительно выяснив, участвуют ли в работе центрирующие поверхности, для чего найдем наибольшую поперечную силу, передаваемую соединением:

$$P = \frac{2M_1}{z_w m_w \cos \alpha_w} = \frac{2 \cdot 137\,000}{31 \cdot 0,6 \cos 20^\circ} = 15\,677 \text{ Н,}$$

и поперечную деформацию соединения от этой силы. Так как параметр нагрузки

$$\Psi = \frac{2r}{z_w m_w \cos \alpha_w} = \frac{2 \cdot 3,75}{31 \cdot 0,6 \cos 20^\circ} = 0,4291 < 0,5,$$

поперечную деформацию определяем по формуле (11в) из табл. 3.3

$$\nu = 2 \frac{15\,677}{10 \cdot 0,125 \cdot 10^6 \cdot 10^6 \cdot 7 \cdot 10^{-2}} = 3,58 \cdot 10^{-6} \text{ м} < 0,5 \Delta_\theta = 30 \cdot 10^{-6} \text{ м,}$$

следовательно, центрирующие поверхности в работе не участвуют и окружную неравномерность можем выйти по формулам (Vв) из табл. 3.3

$$K_\Psi = 1 + 2 \cdot 0,4291 = 1,8582.$$

Плечо поперечной силы примем согласно рекомендаций ГОСТа равным расстоянию между серединами ступицы и зубчатого венца шестерни

$$H = 0,5b - (a + 0,5b) = 0,5 \cdot 7 - (0,5 + 0,5 \cdot 4,2) = 0,9 \text{ см.}$$

Коэффициент общей неравномерности от поперечной силы по формуле (11в) из табл. 4.1

$$K_P = 1,8582 + 12 \cdot 0,4291 \frac{0,9}{7} = 2,5202.$$

Коэффициент продольной неравномерности от кручения найдем по формуле (4.7), считая, что ступица значительно жестче вала ($G_2 J_{P2} = \infty$, $\beta = 0$). Параметр жесткости по формуле (4.5) при $G = 0,8 \times 10^5$ МПа, $J_{P1} = W_{P1} D / 2 = 80,6 \cdot 7,8 / 2 = 314 : 34 \text{ см}^4$ составляет

$$\lambda = \sqrt{\frac{10 \cdot 0,125 \cdot 10^6 (2 \cdot 3,75)^2}{4 \cdot 0,8 \cdot 10^5 \cdot 314,34}} = 0,2645 \text{ см}^{-1};$$

$$\lambda B = 0,2645 \cdot 7 = 1,8518, \quad \text{th } \lambda B = \frac{e^{1,8518} - e^{-1,8518}}{e^{1,8518} + e^{-1,8518}} = 0,9519;$$

$$K_\Psi = 1,8518 / 0,9519 = 1,945.$$

Приняв в формуле (7.11) $\gamma = 0,3$, получим

$$K_{\text{пр}} = 1 + 0,3 (1,945 - 1) = 1,284.$$

Общий коэффициент нагрузки по формуле (7.10)

$$K_{\text{см}} = 2,5202 \cdot 1,284 = 3,241.$$

Предел текучести на поверхности вала $\sigma_T = 750$ МПа (см. табл. 2.1),
Допускаемое напряжение смятия по формуле (7.9)

$$[\sigma]_{см} = \frac{750}{1,4 \cdot 3,241 \cdot 2,85} = 58,02 \text{ МПа} > \sigma.$$

Условие прочности по смятию удовлетворяется.

При расчете на износ условное напряжение смятия выбираем из данных, приведенных на с. 241.

Твердости HRC 50 (закалка т. в. ч.) соответствует $[\sigma]_{исл} = 185$ МПа.
Расчетные коэффициенты для формулы (7.12):

$$K'_s / K_\Psi = 0,7778 + (0,8421 - 0,7778)(0,45 - 0,4291) = 0,7791$$

(интерполированное по данным, приведенным на с. 242), $K'_s = 0,7791 \times 1,8582 = 1,4478$.

Коэффициент продольной концентрации от силы P найдем по графику, приведенному на рис. 7.3; $e = H/B = 0,9 : 7 = 0,1286$; $K_e = 1,22$.

Общий коэффициент продольной концентрации

$$K_{пр} = K_{пр} + K_e - 1 = 1,284 + 1,22 - 1 = 1,504.$$

Общий коэффициент концентрации нагрузки

$$K_{изн} = K'_s K_{пр} = 1,4478 \cdot 1,504 = 2,177.$$

Коэффициент переменности нагрузки рассчитываем по формуле (7.13), приняв за расчетный режим первой передачи. Расчетное число циклов по передачам $N_i = \alpha_i n_i R_{60}$ (где R — ресурс, ч) и M_i/M_1 на первой передаче

$$N_1 = 0,2 \cdot 1120 \cdot 6000 \cdot 60 = 0,8064 \cdot 10^8, \quad M_1/M_1 = 1;$$

на второй передаче

$$N_2 = 0,3 \cdot 1350 \cdot 6000 \cdot 60 = 1,458 \cdot 10^8; \quad M_2/M_1 = 1120/1370 = 0,8175;$$

на третьей передаче

$$N_3 = 0,3 \cdot 1580 \cdot 6000 \cdot 60 = 1,706 \cdot 10^8; \quad M_3/M_1 = 960/1370 = 0,7007;$$

на четвертой передаче

$$N_4 = 0,2 \cdot 1960 \cdot 6000 \cdot 60 = 1,411 \cdot 10^8; \quad M_4/M_1 = 775/1370 = 0,5657.$$

Расчетное число циклов за ресурс:

$$N_0 = N_1 + N_2 + N_3 + N_4 = (0,8064 + 1,458 + 1,706 + 1,411) \cdot 10^8 = 5,381 \cdot 10^8;$$

$$K_H = \sqrt[3]{1^3 \frac{0,8064}{5,381} + 0,8175^3 \frac{1,458}{5,381} + 0,7007^3 \frac{1,706}{5,381} + 0,5657^3 \frac{1,411}{5,381}} = 0,7688.$$

Коэффициент числа циклов (7.14) при $N_0 = 10^8$

$$K_H = \sqrt[3]{5,381} = 1,7524.$$

Коэффициент долговечности

$$K_{долг} = K_H K_H = 0,7688 \cdot 1,7524 = 1,3472.$$

Коэффициент, учитывающий условия смазки, примем $K_c = 1$ (средние условия), поскольку фиксация шестерен жесткая, $K_{ос} = 1$.
Коэффициент, характеризующий условия работы,

$$K_p = K_c K_{ос} = 1 \cdot 1 = 1.$$

Допускаемое напряжение смятия по формуле (7.12)

$$[\sigma]_{изн} = \frac{185}{2,177 \cdot 1,3472 \cdot 1} = 63,078 \text{ МПа} > \sigma.$$

Таким образом, условие прочности по износу удовлетворяется. Условие работы без износа при $[\sigma]_{бн} = 0,3 HRC = 0,3 \cdot 50 = 15 \text{ МПа}$ не удовлетворяется:

$$\sigma = 26,095 \text{ МПа} > \frac{[\sigma]_{бн}}{K_{изн}} = \frac{15}{2,177} = 6,88 \text{ МПа}.$$

7.4. Расчет соединений с торцовыми зубьями

Расчет соединений с торцовыми зубьями проводится на смятие их рабочих поверхностей и на условный изгиб зубьев [33]. Расчет на смятие рабочих поверхностей проводится при допущении равномерного распределения давления по глубине захода. В продольном направлении распределение давлений принимается по трапецеидальному закону в соответствии с законом трапецеидальных перемещений поверхностных слоев при деформации соединения.

Различают основной расчетный случай, когда соединение работает на кручение, и дополнительный расчетный случай, когда соединение работает на кручение с изгибом. Помимо определения напряжений смятия необходимо также определение минимальной силы предварительной затяжки соединения. При затяжке соединения силой $P_{зат}$ на рабочих поверхностях зубьев возникают напряжения смятия $\sigma_{см}$ (рис. 7.4, а)

$$\sigma_{см} = \frac{N}{F} = \frac{P_{зат}}{2z b h_a \operatorname{tg} \alpha} = \frac{P_{зат}}{2\pi R_{ср} b \xi}, \quad (7.18)$$

где z — число зубьев; b — длина зубьев; h_a — глубина захода в среднем по длине зуба сечения; α — угол профиля; $R_{ср}$ — средний радиус зубчатого пояса; $\xi = 0,7$ — при наличии плоскосрезанных зубьев, $\xi = 1$ — при остроугольных вершинах.

При приложении к соединению крутящего момента M происходит перераспределение смятия по рабочим поверхностям (рис. 7.4, б).

При отсутствии сдвигов максимальные напряжения на догруженной грани определяются по выражению

$$\sigma_{\max} = \sigma_{\text{ват}} \left(1 + \frac{M}{R_{\text{ср}} P_{\text{ват}}} \operatorname{tg} \alpha \right) \frac{R_{\max}}{R_{\text{ср}}}, \quad (7.19)$$

а минимальные напряжения смятия на разгруженной грани — по выражению

$$\sigma_{\min} = \sigma_{\text{см}} \left(1 - \frac{M}{R_{\text{ср}} P_{\text{ват}}} \operatorname{tg} \alpha \right) \frac{R_{\min}}{R_{\text{ср}}}. \quad (7.20)$$

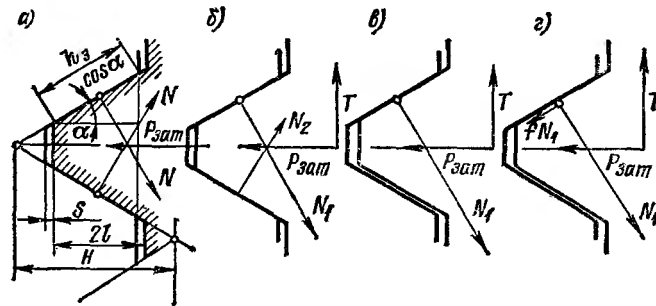


Рис. 7.4. Схема работы соединения с торцовыми зубьями

Условие $\sigma_{\min} \geq 0$ определяет необходимую силу предварительной затяжки соединения

$$P_{\text{ват}} \geq M \operatorname{tg} \alpha / R_{\text{ср}}, \quad (7.21)$$

на практике обычно принимают

$$P_{\text{ват}} = 1,3M \operatorname{tg} \alpha / R_{\text{ср}}. \quad (7.22)$$

Необходимо также проверить, чтобы сила предварительной затяжки не превосходила предела, определяемого поверхностной прочностью рабочих поверхностей соединения, т. е. чтобы

$$P_{\text{ват}} \leq \frac{2\pi R_{\text{ср}}^2 b [\sigma] \xi}{R_{\max}} - \frac{M}{R_{\text{ср}}} \operatorname{tg} \alpha. \quad (7.23)$$

Условия (7.22) и (7.23) позволяют получить предельно допустимый по поверхностной прочности крутящий момент, передаваемый соединением,

$$[M] \leq \frac{\pi b \xi R_{\text{ср}}^3}{R_{\max} \operatorname{tg} \alpha} [\sigma]. \quad (7.24)$$

Внешняя сила, действующая на стяжной болт, остается постоянной до начала относительного скольжения профилей (рис. 7.4, в, г), когда она возрастает до значения

$$P_{\text{зат}} = \frac{M}{R_{\text{ср}}} \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg}(\alpha - \varphi)}. \quad (7.25)$$

Если на соединение помимо крутящего момента действует изгибающий момент M_x , то максимальное значение вызываемых им напряжений смятия на рабочих поверхностях определяется по формуле

$$\sigma_{x \text{ max}} = \frac{4M_x R_{\text{max}}}{\pi (R_{\text{max}}^4 - R_{\text{min}}^4)}, \quad (7.26)$$

а необходимая сила затяжки, предохраняющая зубчатый пояс от раскрытия,

$$P_{\text{зат}} \geq \frac{8M_x R_{\text{max}} R_{\text{ср}} b \xi}{R_{\text{max}}^4 - R_{\text{min}}^4} + \frac{M}{R_{\text{ср}}} \operatorname{tg} \alpha. \quad (7.27)$$

Вместе с тем усилие затяжки должно ограничиваться прочностью рабочих поверхностей зубьев, т. е. должно соблюдаться условие

$$P_{\text{зат}} \leq \frac{2\pi R_{\text{ср}}^2 b \xi [\sigma]}{R_{\text{max}}} - \frac{6M_x R_{\text{max}} R_{\text{ср}} b \xi}{R_{\text{max}}^4 - R_{\text{min}}^4} - \frac{M}{R_{\text{ср}}} \operatorname{tg} \alpha. \quad (7.28)$$

Предельный крутящий момент, передаваемый соединением, в этом случае уменьшается и составляет

$$[M] \leq \frac{\pi b \xi R_{\text{ср}}^3}{R_{\text{max}} \operatorname{tg} \alpha} [\sigma] - \frac{8M_x R_{\text{max}} R_{\text{ср}}^2 b \xi}{R_{\text{max}}^4 - R_{\text{min}}^4}. \quad (7.29)$$

Условия (7.28) и (7.29) определяют минимально допустимую прочность поверхности соединения

$$[\sigma] \geq \frac{8M_x R_{\text{max}}^2}{\pi R_{\text{ср}} (R_{\text{max}}^4 - R_{\text{min}}^4)} \operatorname{tg} \alpha + \frac{MR_{\text{max}}}{\pi R_{\text{ср}}^3 b \xi} \operatorname{tg} \alpha. \quad (7.30)$$

Значения допустимых напряжений смятия не должны превосходить значений, приведенных в табл. 7.10, согласующихся с данными [33].

Условный расчет на изгиб проводится по обычным зависимостям

$$[\sigma]_{\text{из}} \geq \frac{M_{\text{из}}}{W_x} = \frac{Ml}{R_{\text{ср}} W_x}, \quad (7.31)$$

где l — плечо действия окружной силы; согласно рис. 7.4, a

$$l \approx \frac{H - (2r + s)}{2}; \quad (7.32)$$

W_x — момент сопротивления,

$$W_x = \frac{\pi^2 b R_{cp}^2}{6z^2}; \quad b = \frac{D_{max} - D_{min}}{2}. \quad (7.33)$$

Допустимые значения напряжений изгиба (МПа) могут быть выбраны по данным [33] — (табл. 7.11).

Т а б л и ц а 7.10. Допустимые напряжения на смятие $[\sigma]_{см}$, МПа

Вид нагрузки	Сталь	
	углероди- стая	хромонике- левая и хромомолиб- деновая
Спокойная, без ударов	110	140
Ударная	64	85
Переменная ударная, включая крутиль- ные колебания	42	64

Т а б л и ц а 7.11. Допустимые напряжения изгиба $[\sigma_n]$ для торцовых зубьев, МПа

Вид нагрузки	Сталь	
	углероди- стая	легирован- ная
Спокойная	90	120
Ударная	50	70
Реверсивная с крутильными колеба- ниями	35	50

7.5. Сравнение износостойкости зубчатых соединений по удельной работе трения

Соединения, передающие сложную циркуляционно приложенную нагрузку, как правило, подвержены изнашиванию. Больше всего изнашиваются боковые поверхности зубьев. При проектировании узлов машин в большин-

стве случаев не удается выполнить условия, обеспечивающие работу без износа [см. формулу (7.7а)]. Расчет по зависимостям, приведенным в ГОСТ 21425—75 (см. п. 7.4) дает основание лишь предполагать, что изнашивание будет происходить без аварийных ситуаций (схватывание, задиры); для прогнозирования долговечности данных этого расчета недостаточно.

По данным, полученным в ЛСХИ, изнашивание боковых поверхностей зубчатого соединения в течение определенного периода работы сохраняет почти постоянный темп. Затем, когда износ становится соизмеримым с глубиной упроченного слоя, темп изнашивания возрастает, что связано, очевидно, с падением поверхностной твердости материала детали.

Значение износа связано с работой трения зависимостью вида

$$I = \frac{A_{уд}}{(HRC)^a} q_n N, \quad (7.34)$$

где $A_{уд} = A_i / Bh_p$ — удельная работа трения на боковых поверхностях зубьев соединения (Н·м/см) за один цикл (оборот) под нагрузкой; a — показатель степени зависимости износа от поверхностной твердости, по предварительным данным $a \approx 1 \div 1,25$; q_n — коэффициент, постоянный для данных условий (смазка, загрязненность, температура); N — число циклов (оборотов) под нагрузкой.

Принимая во внимание, что $N = 60nT$ (где n — эквивалентная частота вращения соединения за время работы T , ч), формулу (7.34) можно представить в виде

$$I = 60q_n n T \frac{A_i}{(HRC)^a Bh_p}. \quad (7.35)$$

На основании анализа износов соединений коробки передач К-700 можно рекомендовать до накопления достаточного количества опытных данных: $a = 1$, $q_n = (2,8 \div 4) 10^{-5}$ мм·см/Н.

Более надежной является оценка долговечности соединения на основании сравнения показателей проектируемого узла с показателями аналога, имеющего достоверные ресурсные данные. При сходных условиях работы соединений можно считать $q_{n1} = q_{n2}$, $a_1 = a_2 = a$, тогда

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{[H_1]}{[H_2]} \frac{n_1}{n_2} \frac{A_{уд2}}{A_{уд1}} \left(\frac{HRC_1}{HRC_2} \right)^a, \quad (7.36)$$

где $T_{1,2}$ — долговечность проектируемого и сравниваемого с ним соединений; $[I_{1,2}]$ — допустимый износ тех же соединений; $n_{1,2}$ — эквивалентная частота вращения соединений; $A_{уд1,2}$ — удельная работа трения на боковых поверхностях; $HRC_{1,2}$ — твердость поверхности зубьев соединений (меньшая из поверхностных твердостей вала и втулки для каждого из соединений).

Значение $[I]$ рекомендуется выбирать равным 0,7—0,8 глубины упроченного слоя; это гарантирует снижение твердости не более чем на 12—15 % от первоначальной.

7.6. Расчет последовательно расположенных соединений

С задачей о распределении крутящего момента между последовательно расположенными соединениями приходится сталкиваться, например, при расчете зубчатого соединения полого выходного вала редуктора с валом исполнительного механизма, расчетах ступиц, расположенных по краям канатных барабанов, ступиц шкивов и зубчатых колес больших размеров, имеющих внутри кольцевые проточки. Рассматриваемая задача $k-1$ раз статически неопределима (k — число последовательно расположенных соединений). Для раскрытия статической неопределимости можно воспользоваться, например, условием равенства углов закручивания вала на границах участков.

Для определения углов закручивания вала воспользуемся уравнением совместности деформаций вала и ступицы, которое имеет вид

$$0,5d_{\text{ср}} [\varphi_1(u) - \varphi_2(u)] = q(u)/(zc), \quad (7.37)$$

где $d_{\text{ср}}$ — средний диаметр соединения; $\varphi_{1,2}(u)$ — углы закручивания вала и ступицы в сечении с продольной координатой u ; q — распределенная нагрузка в соединении; zc — его распределенная жесткость; z — число зубьев соединения.

Обычно крутильная жесткость ступицы в последовательно расположенных соединениях намного выше, чем у вала, поэтому

$$\varphi_1(u) = \frac{2q_1(u)}{zcd_{\text{ср}}} = \frac{4}{zcd_{\text{ср}}} \frac{dM_1(u)}{du}. \quad (7.38)$$

Это условие для начала второго соединения (по направлению передачи крутящего момента валом) примет вид

$$\frac{2q_2(B)}{zcd_{cp}} + \frac{M_2 l_n}{GJ_{pn}} = \frac{2q_1(0)}{zcd_{cp}}. \quad (7.39)$$

Здесь система координат для каждого соединения своя; B — длина соединений (одинаковая для обоих); l_n — длина участка вала между соединениями; M_2 — момент, передаваемый вторым соединением; J_{pn} — полярный момент инерции вала между соединениями; $q_{1,2}$ — распределенная нагрузка в соединениях.

Подставив в формулу (7.39) значения нагрузки, найденные из дифференциальных уравнений кручения (см. гл. 4), найдем выражение для момента, передаваемого вторым соединением,

$$M_2 = \frac{M}{2 \operatorname{ch} \lambda B + (J_{p2}/J_{pn}) l_n \lambda \operatorname{sh} \lambda B}, \quad (7.40)$$

где J_{p2} — полярный момент инерции зубчатого вала; параметр жесткости λ определяется по формуле (4.5).

Из выражения (7.40) следует, что в предельном случае, когда $GJ_{pn} \rightarrow 0$ (или $l_n \rightarrow \infty$), $M_2 \rightarrow 0$, т. е. между последовательно расположенными соединениями нагрузка распределяется неравномерно, и эта неравномерность тем больше, чем меньше крутильная жесткость (или больше длина) участка вала между соединениями.

7.7. Особенности расчета и проектирования подвижных зубчатых соединений карданной передачи

Эти зубчатые соединения отличаются своеобразным сочетанием нагрузок и характером их приложения.

Карданная передача, как правило, состоит из трех валов, соединенных между собой двумя шарнирами (рис. 7.5, а). Обычно все три вала — ведущий a , ведомый b и промежуточный c — расположены в одной плоскости, которую будем называть плоскостью передачи. Взаимное расположение валов характеризуется углами в шарнирах β_1 и β_2 и длиной промежуточного вала L . Углы в шарнирах имеют одинаковые знаки, если ведущий

и ведомый валы расположены по разные стороны от промежуточного (сплошные линии), и разные, если ведущий и ведомый валы расположены по одну сторону от промежуточного (штриховая линия). С целью сохранения постоянной угловой скорости ведомого вала обычно стремятся, чтобы $\beta_1 = \beta_2$ или $\beta_1 = -\beta_2$; вилки промежуточного вала располагают в одной плоскости.

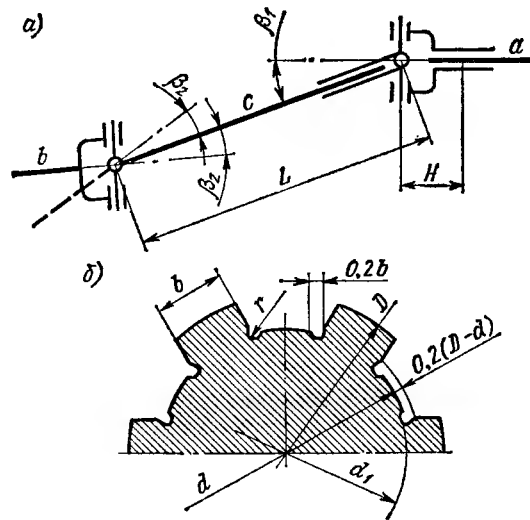


Рис. 7.5. Схема карданной передачи (а) и модификации сечения прямобочного зубчатого вала (б)

Рассмотрев условия равновесия каждого из валов, можно установить следующее [21]:

к вилкам ведущего и ведомого валов помимо крутящего момента M приложены изгибающие моменты M_a и M_b , значение которых изменяется по закону синуса

$$M_a = M \operatorname{tg} \beta_1 \sin \omega t; \quad M_b = M \operatorname{tg} \beta_2 \sin \omega t, \quad (7.41)$$

где ω — угловая скорость ведущего вала; время t отсчитывается от момента, когда ведущая a и ведомая b вилки (рис. 7.5, а) находятся в плоскости передачи;

к вилкам промежуточного вала кроме крутящего момента M приложены изгибающие моменты M_{a1} и M_{b1} , равные по амплитудам соответственно M_a и M_b и отстающие от них по фазе на угол $\pi/2$:

$$M_{a1} = M \operatorname{tg} \beta_1 \cos \omega t; \quad M_{b1} = M \operatorname{tg} \beta_2 \cos \omega t. \quad (7.42)$$

Если β_1 и β_2 имеют одинаковый знак, моменты M_{a1} и M_{b1} имеют разные знаки и при $\beta_1 = \beta_2$ полностью уравновешены. Когда знаки β_1 и β_2 различны, M_{a1} и M_{b1} суммируются и уравновешиваются парой поперечных сил, приложенных к шарнирам:

$$P = (M_{a1} + M_{b1})/L = (M/L) (\operatorname{tg} \beta_1 - \operatorname{tg} \beta_2) \cos \omega t. \quad (7.43)$$

Очевидно, та же сила приложена к вилкам ведущего и ведомого валов. Она создает дополнительный изгибающий момент на плече H (рис. 7.5, а)

$$M_P = (M/L) H (\operatorname{tg} \beta_1 - \operatorname{tg} \beta_2) \cos \omega t. \quad (7.44)$$

Нетрудно убедиться, что зубчатое соединение, выполняющее роль компенсатора на промежуточном валу, находится в заведомо лучших условиях — сила P не создает здесь дополнительного изгибающего момента.

Изгибающий момент, приложенный к вилке ведущего или ведомого вала, является геометрической суммой изгибающих моментов $M_{a,b}$ и M_P :

$$M_{x_{a,b}} = M \sqrt{\operatorname{tg}^2 \beta_{1,2} \sin^2 \omega t + (H^2/L^2) (\operatorname{tg} \beta_1 - \operatorname{tg} \beta_2)^2 \cos^2 \omega t}. \quad (7.45)$$

Если $\beta_1 = \beta_2 = \beta$, $P = 0$, то $M_{x_{a,b \max}} = M \operatorname{tg} \beta$; если $\beta_1 = -\beta_2$, то, поскольку $\operatorname{tg} \beta_1 = -\operatorname{tg} \beta_2$,

$$M_{x_{a,b \max}} = M \operatorname{tg} \beta \sqrt{1 + (4H^2/L^2 - 1) \cos^2 \omega t}. \quad (7.46)$$

Если $2H/L > 1$, $M_{x_{a,b \max}} = (2MH/L) \operatorname{tg} \beta$ при $\omega t = \pi n$ ($n = 1, 2, \dots$); если $2H/L = 1$, $M_{x_{a,b \max}} = M \operatorname{tg} \beta$ при любом ωt ; если $2H/L < 1$, $M_{x_{a,b \max}} = M \operatorname{tg} \beta$ при $\omega t = \pi n/2$.

Таким образом, зубчатые соединения, входящие в состав карданной передачи, передают кроме основной нагрузки — крутящего момента — дополнительную, в виде изгибающего момента $M_{x\alpha, \beta}$ и поперечной силы P . Характер приложения дополнительной нагрузки — стационарный, так как плоскости действия изгибающего момента и поперечной силы вращаются вместе с соединением. Однако оба силовых фактора дважды за оборот соединения меняют знак, в связи с чем распределение нагрузки на боковых поверхностях зубьев (см. рис. 4.9, в) и на центрирующих поверхностях (если они контактируют) дважды за оборот соединения меняется на симметричное т. е. дважды за оборот соединения происходит перекидка втулки на валу. Соответственно, напряжение смятия на контактирующих поверхностях изменяется по асимметричному циклу, при котором характерным повреждением является развальцовка сопряженных поверхностей.

В результате развальцовки поверхности вала становятся овально-бочкообразными, а отверстие — овально-корсетовидным. По мере развальцовки угол перекося втулки возрастает, зазоры увеличиваются, перекидка втулки сопровождается ударами (при работе передачи слышен ритмичный стук). Повреждения поверхностей прогрессируют. Наибольшая вероятность развальцовки сопряженных поверхностей имеет место в том случае, когда боковые поверхности частично разгружаются, т. е. эпюры деформаций (см. рис. 4.9, в) принимают вид 3 и 4. В этом случае максимальные напряжения смятия меняются по «отнулевому» циклу, причем каждый цикл начинается с ударного приложения нагрузки. Учитывая это обстоятельство, а также то, что центрирующие диаметры подвижных соединений всегда сопрягаются с зазором, приходится сделать вывод, что центрирование соединений подвижных вилок карданных шарниров по диаметрам нерационально.

Расчет зубчатого соединения скользящей вилки карданного шарнира сводится, как обычно, к сравнению максимального напряжения смятия с допускаемым. Из опыта эксплуатации машин можно сделать вывод, что допускаемые напряжения смятия находятся в линейной зависимости от твердости сопрягаемых поверхностей. При твердости $HRC\ 35$ напряжение смятия $\sigma_{\max} = 80\ \text{МПа}$

является опасным, а при $\sigma_{\max} = 135$ МПа соединение весьма быстро выходит из строя.

До накопления данных можно пользоваться зависимостями, полученными на основании данных ГОСТ 21425—75:

для термически улучшенных поверхностей при HRC 28—35 допускаемое напряжение $[\sigma] = 1,875 HRC - 40$ МПа; для закаленных т. в. ч. поверхностей при HRC 40—52 $[\sigma] = 2 HRC - 10$ МПа; для цементованных поверхностей при $HRC \geq 60$ $[\sigma] = 150$ МПа.

Максимальное напряжение смятия определяется с учетом неравномерности распределения нагрузки от изгибающего момента (K_y), поперечной силы (K_p), закручивания вала (K_ψ). Исходную разнозазорность можно не принимать во внимание, так как соединение прирабатывается.

Коэффициент неравномерности K_y определяется по формулам из табл. 4.2 в зависимости от параметра e и зазора между центрирующими диаметрами. Коэффициент K_p определяется по формулам из табл. 4.1 в зависимости от параметра Ψ ($\Psi = Pr/M$) и зазора в сопряжении центрирующих диаметров (в подавляющем большинстве случаев $K_p = K_\psi + 12\Psi H/B$, $K_\psi = 1 + 2\Psi$). Коэффициент K_ψ определяется по формуле (4.7а), так как момент снимается со стороны, противоположной стороне подвода.

Максимальное напряжение смятия

$$\sigma_{\max} = \sigma_{\text{ср}} (K_y + K_p + K_\psi - 2).$$

Для иллюстрации влияния основных параметров соединения на максимальное напряжение на рис. 7.6 приведены зависимости σ_{\max} от угла в шарнире $\beta = \beta_1 = \beta_2$ для четырех модификаций соединения $d - 8 \times 52 \times 60$ по ГОСТ 1139—80, передающего момент $M = 1000$ Н·м. Кривая 1 — соединение длиной 56 мм с посадкой по $d - H8/e8$ (средний зазор 106 мкм); кривая 2 — соединение длиной 85 мм, посадка по d та же самая; кривая 3 — соединение длиной 56 мм с посадкой по $d H7/g6$ (средний зазор 34,5 мкм); кривая 4 — соединение длиной 85 мм при той же посадке d ; кривые 5 и 6 — соответственно соединения длиной 56 и 85 мм с центрированием по боковым поверхностям зубьев. Наружный диаметр втулки

для всех модификаций равен 75 мм. Из приведенных зависимостей видно, что влияние центрирования по d начинает проявляться при довольно больших углах в шарнире, причем ббльших при большей длине втулки. Следовательно, увеличение относительной длины втулки (отношения r/B) влияет на уровень напряжений смятия значительно больше, чем посадка по центрирующему диаметру.

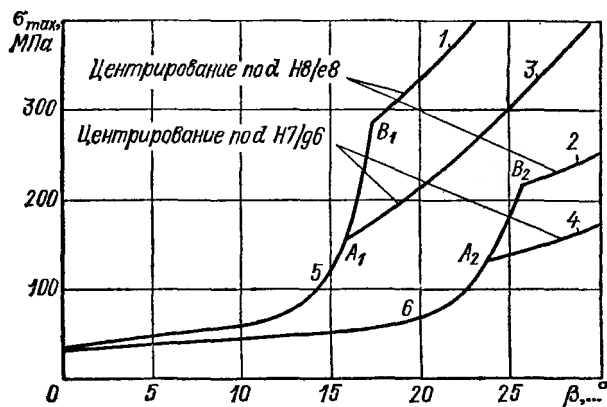


Рис. 7.6. Зависимость максимального напряжения на боковых поверхностях зубьев скользящей вилки от угла в шарнире

На основании вышеизложенного можно сформулировать следующие рекомендации по проектированию скользящих вилок карданных передач.

1. Относительную длину втулки следует назначать максимально возможной (в основном это ограничивается технологическими возможностями). Желательно выполнить условие

$$r/B \leq 0,08333 \operatorname{ctg} \beta,$$

при котором частичной разгрузки боковых поверхностей зубьев не происходит.

2. В случаях, когда назначается центрирование по диаметру, зазор должен быть минимальным, а твердость поверхности — максимальной. Поверхность центрирова-

ния должна быть максимально возможной; с этой точки зрения представляет интерес модификация сечения вала с прямобочным профилем, показанная на рис. 7.5, б.

3. Наилучшим типом соединения для скользящих вилок является соединение тяжелой серии по ГОСТ 1139—80, которое по боковой поверхности равноценно эвольвентному, но требует меньшего усилия для перемещения под нагрузкой.

Приведенные выше значения допускаемых напряжений относятся к соединениям шарниров, работающих с постоянным углом. Если угол в шарнире переменный (например, в карданной передаче автомобиля), рекомендуемые значения $[\sigma_{см}]$ относятся к номинальному положению шарнира, при котором он работает большую часть времени (для автомобильной передачи это будет угол в шарнире при номинальной нагрузке неподвижного автомобиля). При максимально возможных углах в шарнире, значения которых определяются конструкцией (например, подвески автомобиля), максимальные напряжения могут превышать допускаемые в несколько раз. Для учета этих кратковременных перегрузок следует снижать допускаемые напряжения, относящиеся к номинальному углу в шарнире, на величину отношения тангенсов углов, т. е. принимать $[\sigma_{см}]' = K_{\gamma} [\sigma_{см}]$, где $K_{\gamma} = \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \gamma}{\operatorname{tg} \gamma_{\max}}}$, γ , γ_{\max} — номинальный и максимальный углы. Для учета снижения нагрузки при колебаниях подвески автомобиля можно применять коэффициент переменности нагрузки по ГОСТ 21475—75 (см. табл. 7.9):

$$[\sigma_{см}]' = K_{\gamma} K_{\nu} [\sigma_{см}].$$

Приложение
Значения некоторых часто встречающихся величин

θ_p, \dots°	θ_p , рад.	$\sin \theta_p$	$\cos \theta_p$	$\frac{\sin \theta_p}{\theta_p}$	$\frac{\sin \theta_p}{\theta_p} - \cos \theta_p$	$\frac{\sin 2\theta_p}{2\theta_p}$	$\frac{\sin 2\theta_p}{2\theta_p} - \cos 2\theta_p$	S_p
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0,01745	0,01745	0,9998	0,9999	0,0001	0,9997	0,0003	0,0000
2	0,03491	0,03490	0,9994	0,9997	0,0003	0,9991	0,0015	0,0000
3	0,05236	0,05234	0,9986	0,9996	0,0010	0,9981	0,0036	0,0000
4	0,06981	0,06975	0,9976	0,9991	0,0015	0,9964	0,0061	0,0000
5	0,08726	0,08715	0,9962	0,9987	0,0025	0,9948	0,0100	0,0000
6	0,1047	0,1045	0,9945	0,9981	0,0036	0,9928	0,0146	0,0000
7	0,1222	0,1219	0,9925	0,9975	0,0050	0,9902	0,0199	0,0000
8	0,1396	0,1391	0,9903	0,9964	0,0061	0,9871	0,0258	0,0000
9	0,1571	0,1565	0,9877	0,9962	0,0085	0,9838	0,0328	0,0001
10	0,1745	0,1736	0,9848	0,9948	0,0100	0,9799	0,0402	0,0001
11	0,1920	0,1908	0,9816	0,9937	0,0121	0,9755	0,0483	0,0001
12	0,2094	0,2079	0,9782	0,9928	0,0146	0,9711	0,0576	0,0002
13	0,2269	0,2249	0,9744	0,9912	0,0168	0,9661	0,0673	0,0003
14	0,2443	0,2419	0,9703	0,9902	0,0199	0,9607	0,0778	0,0004
15	0,2618	0,2588	0,9659	0,9885	0,0226	0,9549	0,0889	0,0005
16	0,2792	0,2756	0,9613	0,9871	0,0258	0,9488	0,1008	0,0007
17	0,2967	0,2924	0,9563	0,9855	0,0292	0,9424	0,1134	0,0010
18	0,3142	0,3091	0,9510	0,9838	0,0328	0,9355	0,1265	0,0014
19	0,3316	0,3256	0,9455	0,9819	0,0364	0,9282	0,1402	0,0018
20	0,3491	0,3421	0,9397	0,9799	0,0402	0,9208	0,1547	0,0023
21	0,3665	0,3583	0,9336	0,9776	0,0440	0,9128	0,1696	0,0029
22	0,3840	0,3746	0,9272	0,9755	0,0483	0,9045	0,1851	0,0036
23	0,4014	0,3907	0,9205	0,9733	0,0528	0,8961	0,2015	0,0045
24	0,4189	0,4068	0,9135	0,9711	0,0576	0,8872	0,2181	0,0056

25	0,4363	0,4226	0,9063	0,9686	0,0624	0,8778	0,2350	0,00068
26	0,4538	0,4384	0,8988	0,9661	0,0673	0,8682	0,2526	0,00083
27	0,4712	0,4539	0,8910	0,9633	0,0723	0,8584	0,2706	0,00100
28	0,4887	0,4695	0,8829	0,9607	0,0778	0,8482	0,2890	0,00120
29	0,5061	0,4848	0,8746	0,9579	0,0833	0,8378	0,3078	0,00142
30	0,5236	0,5000	0,8660	0,9549	0,0889	0,8270	0,3270	0,00168
31	0,5410	0,5150	0,8572	0,9519	0,0947	0,8160	0,3464	0,00198
32	0,5585	0,5299	0,8480	0,9488	0,1008	0,8046	0,3663	0,00231
33	0,5759	0,5446	0,8387	0,9456	0,1067	0,7931	0,3863	0,00265
34	0,5934	0,5592	0,8290	0,9424	0,1134	0,7812	0,4066	0,00304
35	0,6109	0,5736	0,8191	0,9389	0,1198	0,7691	0,4271	0,00360
36	0,6283	0,5878	0,8090	0,9355	0,1265	0,7568	0,4477	0,00400
37	0,6458	0,6018	0,7986	0,9319	0,1333	0,7443	0,4687	0,00484
38	0,6632	0,6156	0,7880	0,9282	0,1402	0,7315	0,4895	0,00551
39	0,6807	0,6293	0,7771	0,9245	0,1474	0,7185	0,5106	0,00622
40	0,6981	0,6428	0,7661	0,9208	0,1547	0,7053	0,5316	0,00674
41	0,7156	0,6561	0,7547	0,9169	0,1622	0,6919	0,5528	0,00764
42	0,7330	0,6691	0,7432	0,9128	0,1696	0,6784	0,5738	0,00872
43	0,7552	0,6854	0,7281	0,9076	0,1795	0,6608	0,6004	0,01019
44	0,7679	0,6946	0,7194	0,9045	0,1851	0,6507	0,6157	0,01100
45	0,7854	0,7071	0,7071	0,9003	0,1932	0,6366	0,6366	0,01219
46	0,8028	0,7194	0,6946	0,8961	0,2015	0,6224	0,6572	0,01317
47	0,8203	0,7313	0,6820	0,8915	0,2095	0,6080	0,6777	0,01517
48	0,8377	0,7432	0,6691	0,8872	0,2181	0,5936	0,6980	0,01625
49	0,8552	0,7547	0,6561	0,8825	0,2264	0,5790	0,7181	0,01831
50	0,8727	0,7661	0,6428	0,8778	0,2350	0,5642	0,7379	0,02006
51	0,8901	0,7771	0,6293	0,8730	0,2437	0,5495	0,7574	0,02229
52	0,9076	0,7880	0,6156	0,8682	0,2526	0,5345	0,7765	0,02442
53	0,9250	0,7986	0,6018	0,8634	0,2616	0,5196	0,7952	0,02669
54	0,9425	0,8090	0,5878	0,8584	0,2706	0,5045	0,8136	0,02920
55	0,9599	0,8191	0,5736	0,8533	0,2797	0,4895	0,8315	0,03185
56	0,9774	0,8290	0,5592	0,8482	0,2890	0,4743	0,8489	0,03472
57	0,9948	0,8386	0,5447	0,8430	0,2983	0,4591	0,8659	0,03757

θ_p, \dots°	θ_p , рад.	$\sin \theta_p$	$\cos \theta_p$	$\frac{\sin \theta_p}{\theta_p}$	$\frac{\sin \theta_p}{\theta_p} - \cos \theta_p$	$\frac{\sin 2\theta_p}{2\theta_p}$	$\frac{\sin 2\theta_p}{2\theta_p} - \cos 2\theta_p$	S_p
1	2	3	4	5	6	7	8	9
58	1,0123	0,8481	0,5299	0,8378	0,3079	0,4439	0,8804	0,04091
59	1,0297	0,8571	0,5151	0,8324	0,3173	0,4287	0,8986	0,04418
60	1,0472	0,8660	0,5000	0,8270	0,3270	0,4135	0,9135	0,04782
61	1,0646	0,8746	0,4849	0,8215	0,3366	0,3983	0,9282	0,05165
62	1,0821	0,8829	0,4695	0,8159	0,3464	0,3831	0,9423	0,05573
63	1,0996	0,8910	0,4539	0,8103	0,3564	0,3679	0,9557	0,06005
64	1,1170	0,8988	0,4384	0,8046	0,3663	0,3527	0,9683	0,06460
65	1,1345	0,9063	0,4226	0,7988	0,3763	0,3376	0,9804	0,06942
66	1,1519	0,9135	0,4068	0,7930	0,3862	0,3226	0,9917	0,07448
67	1,1694	0,9205	0,3907	0,7872	0,3965	0,3076	1,0022	0,07985
68	1,1868	0,9271	0,3746	0,7812	0,4066	0,2927	1,0120	0,08546
69	1,2043	0,9336	0,3583	0,7752	0,4169	0,2738	1,0209	0,09139
70	1,2217	0,9397	0,3420	0,7692	0,4272	0,2631	1,0291	0,09759
71	1,2392	0,9455	0,3256	0,7630	0,4374	0,2484	1,0364	0,10413
72	1,2566	0,9510	0,3091	0,7568	0,4477	0,2339	1,0429	0,11094
73	1,2741	0,9563	0,2924	0,7506	0,4582	0,2194	1,0484	0,11813
74	1,2915	0,9612	0,2757	0,7442	0,4685	0,2051	1,0531	0,12560
75	1,3090	0,9659	0,2588	0,7379	0,4791	0,1910	1,0570	0,13346
76	1,3264	0,9703	0,2420	0,7315	0,4895	0,1770	1,0599	0,14163
77	1,3439	0,9744	0,2250	0,7251	0,5000	0,1631	1,0619	0,15019
78	1,3613	0,9781	0,2080	0,7185	0,5105	0,1494	1,0629	0,15908
79	1,3788	0,9816	0,1908	0,7119	0,5211	0,1358	1,0630	0,16839
80	1,3963	0,9848	0,1739	0,7053	0,5314	0,1225	1,0622	0,17809
81	1,4137	0,9877	0,1564	0,6987	0,5422	0,1093	1,0603	0,18812
82	1,4312	0,9903	0,1391	0,6919	0,5528	0,0963	1,0576	0,19862

83	1,4486	0,9925	0,1219	0,6851	0,5632	0,0835	1,0538	0,20945
84	1,4661	0,9945	0,1045	0,6783	0,5738	0,0709	1,0491	0,22077
85	1,4835	0,9962	0,0872	0,6715	0,5843	0,0585	1,0433	0,23244
86	1,5010	0,9976	0,0697	0,6646	0,5949	0,0464	1,0366	0,24461
87	1,5184	0,9986	0,0524	0,6577	0,6053	0,0344	1,0289	0,25714
88	1,5359	0,9994	0,0349	0,6507	0,6158	0,0227	1,0203	0,27019
89	1,5533	0,9998	0,0175	0,6437	0,6262	0,0112	1,0106	0,28361
90	1,5708	1,0000	0,0000	0,6366	0,6366	0,0000	1,0000	0,29756
91	1,5882	0,9998	-0,0175	0,6295	0,6469	-0,0109	0,9884	0,31189
92	1,6057	0,9994	-0,0349	0,6224	0,6573	-0,0217	0,9758	0,32678
93	1,6231	0,9986	-0,0524	0,6153	0,6677	-0,0322	0,9624	0,34205
94	1,6406	0,9976	-0,0697	0,6080	0,6777	-0,0424	0,9479	0,35789
95	1,6581	0,9962	-0,0872	0,6008	0,6880	-0,0524	0,9324	0,37421
96	1,6755	0,9945	-0,1045	0,5936	0,6981	-0,0620	0,9161	0,39093
97	1,6930	0,9925	-0,1219	0,5863	0,7052	-0,0715	0,8988	0,40823
98	1,7104	0,9903	-0,1391	0,5790	0,7182	-0,0806	0,8807	0,42593
99	1,7279	0,9877	-0,1564	0,5716	0,7281	-0,0894	0,8616	0,44398
100	1,7453	0,9848	-0,1736	0,5643	0,7379	-0,0980	0,8417	0,46293
101	1,7628	0,9816	-0,1908	0,5569	0,7477	-0,1063	0,8209	0,48224
102	1,7802	0,9781	-0,2079	0,5495	0,7574	-0,1142	0,7994	0,50194
103	1,7977	0,9744	-0,2250	0,5420	0,7670	-0,1219	0,7769	0,52228
104	1,8151	0,9703	-0,2419	0,5346	0,7765	-0,1293	0,7537	0,54300
105	1,8326	0,9659	-0,2588	0,5271	0,7859	-0,1364	0,7296	0,56441
106	1,8500	0,9613	-0,2755	0,5196	0,7951	-0,1432	0,7049	0,58606
107	1,8675	0,9563	-0,2924	0,5121	0,8045	-0,1497	0,6793	0,60851
108	1,8849	0,9511	-0,3090	0,5046	0,8136	-0,1559	0,6532	0,63122
109	1,9024	0,9455	-0,3256	0,4970	0,8226	-0,1618	0,6262	0,65474
110	1,9199	0,9397	-0,3421	0,4894	0,8315	-0,1674	0,5985	0,67860
111	1,9373	0,9336	-0,3584	0,4819	0,8403	-0,1734	0,5665	0,70293
112	1,9548	0,9272	-0,3746	0,4743	0,8489	-0,1777	0,5416	0,72787
113	1,9722	0,9205	-0,3907	0,4667	0,8574	-0,1824	0,5123	0,75328
114	1,9897	0,9135	-0,4068	0,4591	0,8659	-0,1867	0,4823	0,77931
115	2,0071	0,9063	-0,4226	0,4516	0,8742	-0,1908	0,4520	0,80562

θ_p, \dots°	$\theta_p, \text{ рад.}$	$\sin \theta_p$	$\cos \theta_p$	$\frac{\sin \theta_p}{\theta_p}$	$\frac{\sin \theta_p}{\theta_p} - \cos \theta_p$	$\frac{\sin 2\theta_p}{2\theta_p}$	$\frac{\sin 2\theta_p}{2\theta_p} - \cos 2\theta_p$	S_p
1	2	3	4	5	6	7	8	9
116	2,0246	0,8988	-0,4365	0,4439	0,8804	-0,1946	0,4210	0,83256
117	2,0420	0,8910	-0,4540	0,4363	0,8903	-0,1981	0,3898	0,85996
118	2,0595	0,8830	-0,4699	0,4287	0,8986	-0,2013	0,3579	0,88781
119	2,0769	0,8746	-0,4848	0,4211	0,9059	-0,2041	0,3258	0,91629
120	2,0944	0,8660	-0,5000	0,4135	0,9135	-0,2067	0,2932	0,94523
121	2,1118	0,8572	-0,5150	0,4059	0,9209	-0,2090	0,2605	0,97446
122	2,1293	0,8481	-0,5299	0,3983	0,9282	-0,2110	0,2273	1,00431
123	2,1467	0,8387	-0,5446	0,3907	0,9353	-0,2128	0,1941	1,03460
124	2,1642	0,8290	-0,5592	0,3831	0,9423	-0,2142	0,1604	1,06551
125	2,1816	0,8192	-0,5735	0,3755	0,9490	-0,2154	0,1268	1,09655
126	2,1991	0,8090	-0,5878	0,3679	0,9557	-0,2162	0,0928	1,12835
127	2,2166	0,7986	-0,6018	0,3603	0,9621	-0,2168	0,0587	1,16052
128	2,2340	0,7880	-0,6156	0,3527	0,9683	-0,2172	0,0248	1,19295
129	2,2515	0,7771	-0,6293	0,3452	0,9745	-0,2172	-0,0094	1,22600
130	2,2689	0,7661	-0,6428	0,3376	0,9804	-0,2170	-0,0433	1,25910
131	2,2864	0,7547	-0,6561	0,3301	0,9862	-0,2166	-0,0774	1,29303
132	2,3038	0,7432	-0,6691	0,3226	0,9917	-0,2158	-0,1112	1,32703
133	2,3213	0,7313	-0,6820	0,3150	0,9971	-0,2149	-0,1451	1,36174
134	2,3387	0,7194	-0,6946	0,3076	1,0022	-0,2137	-0,1787	1,39642
135	2,3562	0,7071	-0,7071	0,3001	1,0072	-0,2122	-0,2122	1,43180
136	2,3736	0,6947	-0,7193	0,2927	1,0120	-0,2105	-0,2453	1,46726
137	2,3911	0,6820	-0,7313	0,2852	1,0165	-0,2086	-0,2783	1,50327
138	2,4085	0,6692	-0,7431	0,2778	1,0209	-0,2065	-0,3109	1,53936
139	2,4260	0,6561	-0,7547	0,2704	1,0251	-0,2041	-0,3432	1,57599
140	2,4434	0,6428	-0,7660	0,2631	1,0291	-0,2015	-0,3751	1,61277

141	2,4609	0,6293	-0,7771	0,2557	1,0328	-0,1987	-0,4066	1,64997
142	2,4783	0,6157	-0,7880	0,2484	1,0364	-0,1958	-0,4376	1,68721
143	2,4958	0,6018	-0,7986	0,2411	1,0397	-0,1926	-0,4682	1,72494
144	2,5133	0,5878	-0,8090	0,2339	1,0429	-0,1892	-0,4983	1,76284
145	2,5307	0,5736	-0,8191	0,2267	1,0458	-0,1857	-0,5276	1,80082
146	2,5482	0,5592	-0,8290	0,2194	1,0484	-0,1819	-0,5566	1,83918
147	2,5656	0,5447	-0,8386	0,2123	1,0509	-0,1780	-0,5847	1,87752
148	2,5831	0,5299	-0,8480	0,2051	1,0531	-0,1740	-0,6124	1,91630
149	2,6005	0,5151	-0,8571	0,1981	1,0552	-0,1698	-0,6392	1,95495
150	2,6180	0,5000	-0,8660	0,1910	1,0570	-0,1654	-0,6698	1,99400
151	2,6354	0,4848	-0,8746	0,1840	1,0586	-0,1609	-0,6907	2,03299
152	2,6529	0,4695	-0,8829	0,1770	1,0599	-0,1562	-0,7154	2,07220
153	2,6703	0,4540	-0,8910	0,1700	1,0610	-0,1515	-0,7392	2,11138
154	2,6878	0,4384	-0,8988	0,1631	1,0619	-0,1466	-0,7622	2,15079
155	2,7052	0,4227	-0,9063	0,1562	1,0625	-0,1416	-0,7843	2,19004
156	2,7227	0,4067	-0,9135	0,1494	1,0629	-0,1365	-0,8056	2,22962
157	2,7401	0,3908	-0,9205	0,1426	1,0631	-0,1313	-0,8258	2,26892
158	2,7576	0,3746	-0,9272	0,1358	1,0630	-0,1260	-0,8453	2,30848
159	2,7751	0,3583	-0,9336	0,1291	1,0627	-0,1205	-0,8637	2,34803
160	2,7925	0,3420	-0,9397	0,1225	1,0622	-0,1151	-0,8811	2,38732
161	2,8100	0,3255	-0,9455	0,1158	1,0614	-0,1095	-0,8976	2,42677
162	2,8274	0,3090	-0,9510	0,1093	1,0603	-0,1039	-0,9129	2,46594
163	2,8449	0,2924	-0,9563	0,1028	1,0591	-0,0983	-0,9273	2,50521

θ_p, \dots°	$\theta_p, \text{рад.}$	$\sin \theta_p$	$\cos \theta_p$	$\frac{\sin \theta_p}{\theta_p}$	$\frac{\sin \theta_p}{\theta_p} - \cos \theta_p$	$\frac{\sin 2\theta_p}{2\theta_p}$	$\frac{\sin 2\theta_p}{2\theta_p} - \cos 2\theta_p$	S_p
1	2	3	4	5	6	7	8	9
164	2,8623	0,2757	-0,9612	0,0963	1,0576	-0,0926	-0,9406	2,54419
165	2,8798	0,2588	-0,9660	0,0899	1,0558	-0,08681	-0,9528	2,58329
166	2,8972	0,2420	-0,9703	0,0835	1,0538	-0,0810	-0,9639	2,62200
167	2,9147	0,2249	-0,9744	0,0772	1,0515	-0,0752	-0,9740	2,65436
168	2,9321	0,2080	-0,9781	0,0709	1,0491	-0,0694	-0,9829	2,69917
169	2,9496	0,1908	-0,9816	0,0647	1,0463	-0,0635	-0,9907	2,73761
170	2,9670	0,1737	-0,9848	0,0585	1,0433	-0,0577	-0,9973	2,77560
171	2,9845	0,1564	-0,9877	0,0524	1,0401	-0,0518	-1,0028	2,81359
172	3,0019	0,1392	-0,9903	0,0464	1,0366	-0,0459	-1,0072	2,85111
173	3,0194	0,1219	-0,9925	0,0404	1,0329	-0,0401	-1,0103	2,88858
174	3,0369	0,1045	-0,9945	0,0344	1,0289	-0,0342	-1,0124	2,92578
175	3,0543	0,0872	-0,9962	0,0285	1,0247	-0,0284	-1,0132	2,96247
176	3,0718	0,0697	-0,9976	0,0227	1,0209	-0,0226	-1,0129	2,99907
177	3,0892	0,0524	-0,9986	0,0169	1,0156	-0,0169	-1,0114	3,03513
178	3,1067	0,0349	-0,9994	0,0112	1,0106	-0,0112	-1,0088	3,07105
179	3,1241	0,0175	-0,9998	0,0056	1,0054	-0,0056	-1,0050	3,10641
180	3,1416	0,0000	-1,0000	0,0000	1,0000	0,0000	1,0000	3,14159

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Айрапетов Э. Л., Генкин М. Д. Деформативность планетарных передач. М.: Наука, 1972. 212 с.
2. Айрапетов Э. Л., Косарев О. И. Податливость элементов зубчатых муфт. — Вестник машиностроения, 1972, № 3, с. 17—21.
3. Алехин С. В., Арустамян С. А. Определение удельных давлений в зубьях шлицевых соединений карданной передачи тепловоза поляризационно-оптическим методом. — Тр. ЛИИЖТа, 1962, вып. 197, с. 25—37.
4. Ачеркан Н. С. Металлорежущие станки. М.: Машгиз, 1965, 1015 с.
5. Биргер И. А., Шорр Б. Ф., Шнейдерович Р. М. Расчет на прочность деталей машин. М.: Машиностроение, 1966. 616 с.
6. Глухарев Е. Г. О продольной и тангенциальной неравномерности распределения нагрузки в шлицевых соединениях. — Тр. ЛМИ, 1967, № 61, с. 5—14.
7. Глухарев Е. Г., Ганов Э. В. Влияние конфигурации ступицы на концентрацию нагрузки в шлицевых соединениях. — Изв. вузов. Машиностроение, 1971, № 10, с. 26—29.
8. Глухарев Е. Г. Влияние жесткости соединения вал—ступица на работу зубчатой передачи. — В кн.: Надежность и качество зубчатых передач. М.: НИИинформтяжмаш, 1967, 18—67—40, с. 5.
9. Глухарев Е. Г. Определение усилий затяжки торцевых гаек, стягивающих пакеты деталей на шлицевых валах К. П. П. — В кн.: Зубчатые и червячные передачи. Л.: Машиностроение, 1974, с. 241—246.
10. Глухарев Е. Г., Зубарев Н. И. Изгиб валов с насаженными на них втулками. — В кн.: Зубчатые и червячные передачи. Л.: Машиностроение, 1974, с. 233—238.
11. Зубарев Н. И. Влияние сил трения на скольжение и окружную неравномерность распределения нагрузки в шлицевых соединениях. — Изв. вузов. Машиностроение, 1974, № 2, с. 43—47.
12. Зубарев Н. И., Киселев Д. В., Семенов В. М. Агрегатные колебания в зубчатых передачах. — Автомобильная промышленность, 1979, № 1, с. 7—8.
13. Износ шлицевых соединений в условиях динамического нагружения/В. Е. Захаров, В. А. Галагин, Э. В. Константинов, А. М. Сергеев. — Тр. НАТИ, 1981, с. 90—95.
14. Колесные тягачи и шасси строительных и дорожных машин/Под ред. Д. И. Плешкова. М.: Машиностроение, 1966. 182 с.
15. Костровский Г. И. Шлицевые соединения зубчатых передач. Зерноград: ВНИИМЭСХ, 1972. 205 с.
16. Крагельский И. В. Трение и износ. М.: Машиностроение, 1968. 480 с.
17. Крагельский И. В., Добычин М. Н., Комбалов В. С. Основы расчетов на трение и износ. М.: Машиностроение, 1977. 526 с.
18. Кудрявцев В. Н. Детали машин. Л.: Машиностроение, 1980. 464 с.
19. Кудрявцев В. Н., Державец Ю. А., Глухарев Е. Г. Конструкции и расчет зубчатых редукторов. Л.: Машиностроение, 1971. 328 с.
20. Куликов В. С. Экспериментальное исследование податливости зубьев шлицевых соединений. — Тр. Уфимского авиац. ин-та, 1973, вып. 63, с. 83—89.

21. Лапин А. А., Малаховский Я. З., Веденев Н. К. Карданные передачи. М.: Машгиз, 1962. 287 с.
22. Левина З. М., Решетов Д. Н. Контактная жесткость машин. М.: Машиностроение, 1971. 264 с.
23. Мартынов М. М., Каплун М. М., Сурков А. И. Контроль шлицевых соединений. М.: Машгиз, 1948. 173 с.
24. Никитин Ю. М. Конструирование элементов деталей и узлов авиационных двигателей. М.: Машиностроение, 1968. 323 с.
25. Определение напряжений в опасных сечениях деталей сложной формы/А. В. Верховский, В. П. Андронов, В. А. Ионов. М.: Машгиз, 1958. 147 с.
26. Орлов П. И. Основы конструирования: Справочно-методическое пособие. В 3-х т. М.: Машиностроение, 1977. 355 с.; 411 с.; 372 с.
27. Пановко Я. Г. Внутреннее трение при колебаниях упругих систем. М.: Физматгиз, 1960. 165 с.
28. Пановко Я. Г. Основы прикладной теории колебаний и удара. Л.: Машиностроение, 1976. 320 с.
29. Рыжов Э. В. Контактная жесткость деталей машин. М.: Машиностроение, 1966. 195 с.
30. Скундин Г. И., Никитин В. Н. Расчет прямоочных шлицевых соединений на износостойкость. — Вестник машиностроения, 1971, № 5, с. 8—11.
31. Скундин Г. И., Вайценфельд И. И., Морозов Г. К. Исследование износа шлицевых соединений при симметричном и асимметричном расположении венцов. — В кн. Качество, надежность, долговечность и равнопрочность узлов, агрегатов и деталей тракторов и двигателей. М.: Машиностроение, 1976, с. 39—46.
32. Скундян Г. И., Никитин В. Н. Шлицевые соединения. М.: Машиностроение, 1981. 128 с.
33. Скубачевский Г. С. Авиационные газотурбинные двигатели. М.: Машиностроение, 1969. 543 с.
34. Слюдииков М. Н. Механизмы приводов систем управления летательными аппаратами. М.: Машиностроение, 1975. 384 с.
35. Татур Г. К., Выгонный А. Г. Определение неравномерности распределения нагрузки вдоль зубчатого соединения. — Вестник машиностроения, 1969, № 4, с. 21—24.
36. Тимошенко С. П. Колебания в инженерном деле. М.: Наука, 1967. 444 с.
37. Устройство и расчет современных перфораторов/Под ред. И. А. Бегагоева. М.: Госгортехиздат, 1963. 179 с.
38. Хейвуд Р. Б. Проектирование с учетом усталости. М.: Машиностроение, 1969. 518 с.
39. Хельд П. М. Автомобильные сцепления и коробки передач. М.: Машгиз, 1960. 440 с.
40. Часовников Л. Д. Передачи зацеплением. М.: Машиностроение, 1969. 487 с.
41. Buckingham E. How to evaluate the effects of spline misalignments. — Machinery USA, 1961, vol 67, N 12, p. 120—120; vol 68, N 1, p. 124—130.
42. Dudley D. How to design involute splines. — Product Engineering, October, 1957, p. 75—80.
43. Dudley D. When splines need stress control. — Product Engineering, December 1957, p. 56—61.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Глава 1. Конструктивные типы зубчатых соединений и их основные параметры	5
1.1. Классификация зубчатых соединений	6
1.2. Виды нагрузок, передаваемых зубчатыми соединениями, и характер их приложения	12
1.3. Геометрические параметры зубчатых соединений	15
1.4. Допуски и посадки зубчатых соединений. Условные обозначения	38
1.5. Условные изображения зубчатых соединений	57
1.6. Некоторые специальные типы зубчатых соединений	61
1.7. Типовые случаи применения зубчатых соединений	67
1.8. Жесткость элементов зубчатого соединения	74
Глава 2. Способы обработки и контроля деталей зубчатых соединений	79
2.1. Материалы и термическая обработка	80
2.2. Основные способы механической обработки зубчатых поверхностей	83
2.3. Технологические требования к деталям с зубчатыми поверхностями	88
2.4. Контроль деталей зубчатых соединений	95
2.5. Характерные погрешности деталей зубчатых соединений	97
2.6. Ремонт зубчатых соединений	99
Глава 3. Неравномерность распределения нагрузки и деформации в плоском зубчатом соединении	101
3.1. Окружная неравномерность распределения нагрузки в соединении, передающем только крутящий момент	102
3.2. Влияние овальности отверстия (вала) на распределение нагрузки в соединении	112
3.3. Окружная неравномерность распределения нагрузки, вызванная поперечной силой	116
3.4. Окружная неравномерность распределения нагрузки, вызванная монтажным эксцентриситетом	125
3.5. Концентрация давлений по высоте зуба (глубине захода)	131
3.6. Крутильная и поперечная жесткость плоского зубчатого соединения	134
Глава 4. Продольное распределение нагрузки и деформации в зубчатом соединении	138
4.1. Продольная неравномерность распределения нагрузки, вызванная деформациями кручения вала и ступицы	139
4.2. Влияние формы ступицы на продольную неравномерность распределения нагрузки в зубчатых соединениях	141
	269

4.3. Продольная неравномерность распределения нагрузки из-за отклонения от параллельности рабочей поверхности зубьев	146
4.4. Продольная неравномерность распределения нагрузки, вызываемая действием изгибающего (перекашивающего) момента поперечной силы	149
4.5. Продольная неравномерность распределения нагрузки и деформации в соединении, передающем крутящий и изгибающий моменты	158
4.6. Продольная неравномерность распределения нагрузки, вызванная монтажным перекосом	163
4.7. Продольно-угловая (изгибаемая) жесткость зубчатого соединения	167
Глава 5. Виды повреждений зубчатых соединений и критерии выхода их из строя	170
5.1. Трение в зубчатых соединениях	175
5.2. Пластические деформации элементов зубчатых соединений	187
Глава 6. Влияние параметров соединения на работу сопрягаемых деталей и узла	196
6.1. Влияние жесткости соединения на распределение нагрузки в зубчатой передаче	—
6.2. Осевая фиксация (крепление) деталей зубчатых соединений	203
6.3. Разгрузка зубчатых соединений от дополнительных силовых факторов	207
6.4. Влияние жесткости зубчатых соединений на колебательные процессы в передачах	209
6.5. Учет влияния зубчатых соединений при расчете валов на жесткость	220
Глава 7. Методы расчета соединений и выбор их основных параметров	224
7.1. Расчет на прочность зубчатых соединений, передающих крутящий момент	230
7.2. Расчет на прочность соединений, передающих сложную стационарно приложенную нагрузку	235
7.3. Расчет прямобочных соединений зубчатых колес (ГОСТ 21425—75)	239
7.4. Расчет соединений с торцовыми зубьями	247
7.5. Сравнение износостойкости зубчатых соединений по удельной работе трения	250
7.6. Расчет последовательно расположенных соединений	252
7.7. Особенности расчета и проектирования подвижных зубчатых соединений карданной передачи	253
Приложение	260
Список литературы	267

ИБ № 3720

Евгений Георгиевич Глухарев,
Николай Иванович Зубарев

ЗУБЧАТЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Справочник

Редактор Р. Н. Михеева
Художественный редактор С. С. Венедиктов
Технический редактор Т. Н. Витошинская
Корректоры: Т. Н. Гринчук, Е. П. Свириина
Обложка художника В. Э. Нефедовича

Сдано в набор 10.11.82. Подписано в печать 03.06.83. М-42310.
Формат 84 × 108^{1/32}. Бумага типографская № 2, Гарнитура литературная.
Печать высокая. Усл. печ. л. 14,28. Усл. кр.-отг. 14,28.
Уч.-изд. л. 14,49. Тираж 40 000 экз. Заказ № 8. Цена 1 р.

Ленинградское отделение ордена Трудового Красного Знамени
издательства «Машиностроение»,
191065, Ленинград, ул. Дзержинского, 10

Ленинградская типография № 6 ордена Трудового Красного Знамени
Ленинградского объединения «Техническая книга» им. Евгении Соколовой
Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР
по делам издательства, полиграфии и книжной торговли.
193144, Ленинград, ул. Моисеенко, 10.