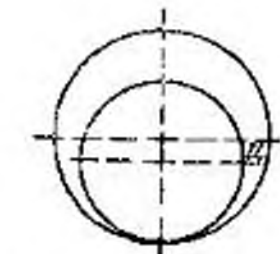


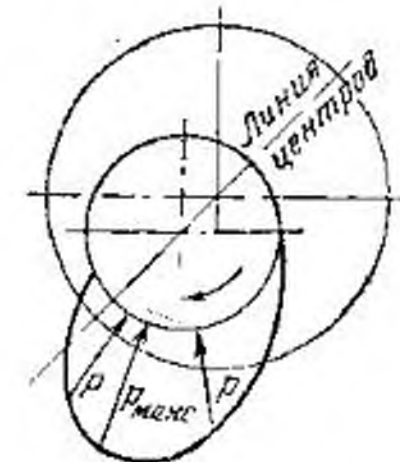
щая максимальное значение, в основном зависит от состояния этих двух слоев. Такое трение называется граничным и всегда включает в себя элементы сухого трения, являясь по существу полусухим трением. При граничном трении, кроме вязкости жидкости, проявляют влияние еще и особые свойства адсорбционного слоя в совокупности с вязкостью, называемые маслянистостью. Благодаря трению повышается температура окисного и адсорбционного слоев, вследствие чего начальная сила трения уменьшается. Смазка, заполняющая внутреннюю полость подшипника, увлекается вращающейся цапфой. Цапфа нагнетает смазку в клинообразную полость, образованную поверхностями цапфы и вкладыша.



Фиг. 13-2. Положение цапфы в подшипнике в состоянии покоя.

Вследствие этого в пространстве \mathcal{C} в жидкости создается повышенное давление, передающееся на поверхность цапфы.

Возникающие силы стремятся приподнять цапфу. По мере всплывания цапфы увеличивается толщина смазочного слоя, изменяется режим трения. Полусухое и граничное трение переходит в полужидкостное, характеризующееся тем, что наряду с влиянием на трение адсорбционного граничного слоя на него начинает оказывать более значительное влияние главным образом вязкость жидкости.



Фиг. 13-3. Положение цапфы в подшипнике при ее вращении при гидродинамическом трении и распределение гидродинамического давления по поверхности цапфы.

При всплывании цапфы ее центральная ось перемещается относительно оси подшипника в направлении вращения цапфы, т. е. при вращении цапфы, например, в направлении часовой стрелки (фиг. 13-3), в том же направлении относительно оси подшипника переместится и ось цапфы. Пространство между цапфой и вкладышем заполняется смазкой. Чем больше скорость вращения, тем

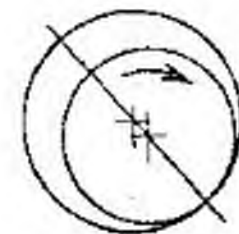
В дальнейшем при увеличении скорости цапфы и вследствие все большего нагревания смазочного слоя давление возрастает, и при некотором его значении, соответствующем динамическому равновесию системы, всплывание цапфы достигает максимального значения и она оказывается расположенной в подшипнике эксцентрично относительно его оси (фиг. 13-3). В этом состоянии на трение оказывает влияние только вязкость жидкости. Такое трение называется жидкостным. Исследованию этого состояния смазочного слоя будут посвящены следующие параграфы.

значительнее смещается цапфа. При угловой скорости вращения, равной бесконечности

$$\Omega = \infty,$$

цапфа стремится занять в подшипнике центральное положение. Однако такое центральное положение теоретически возможно лишь, как показал в 1886 г. Н. Е. Жуковский¹, только при отсутствии нагрузки.

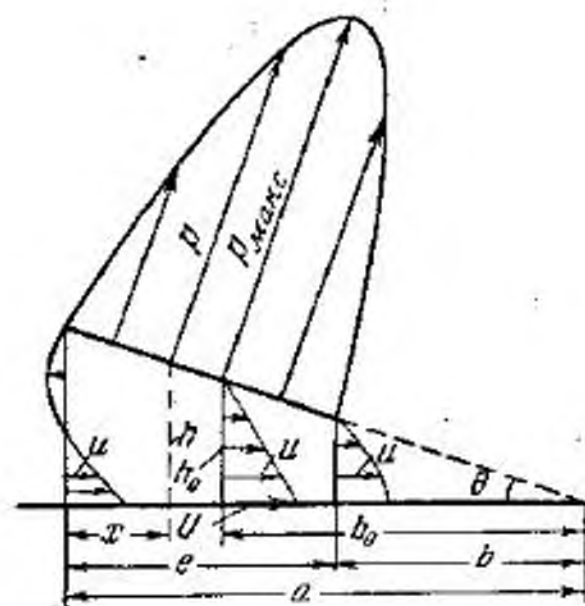
В положении, соответствующем определенной нагрузке на поверхности цапфы, действуют две системы сил: силы гидродинамического давления δP , направленные перпендикулярно к поверхности цапфы, и силы трения δT , направленные по касательной. Сила трения обусловливается вязкостью жидкости и определяется из соотношений, приведенных в § 9-1. Только этим отличаются силы жидкостного трения от сил трения, возникающих при вращении цапфы в отсутствие смазки при так называемом сухом трении.



Фиг. 13-4. Положение цапфы в подшипнике при ее вращении и сухом трении.

При сухом трении цапфа занимает в подшипнике положение, показанное на фиг. 13-4.

По причинам аналогичным повышенное давление создается и в масляном слое между ползуном и опорной поверхностью.



Фиг. 13-5. Распределение давления по опорной поверхности ползуна и кинематика потока в смазочном слое.



Фиг. 13-6. Зависимость коэффициента трения при различных режимах трения.

На фиг. 13-3 и 13-5 показано изменение гидродинамического давления в смазочном слое в подшипнике и под ползуном. Обра-

¹ Н. Е. Жуковский, Полное собрание сочинений, т. IV, Главная редакция авиационной литературы, М.—Л., 1937, стр. 234.

Тем внимание на то, что на краях смазочного слоя давление равно давлению окружающей среды (весьма часто атмосферному) и достигает максимума где-то внутри масляного слоя. Опыт подтверждает, что весьма тонкий слой смазки оказывается способным воспринимать значительные усилия, осуществляя тем самым наиболее благоприятные условия работы трущихся поверхностей в условиях жидкостного трения.

Важными величинами, характеризующими свойства смазочного слоя являются динамический коэффициент вязкости жидкости μ , нагрузка, характеризующаяся средним давлением $p_{ср}$ в смазочном слое, а также величина угловой скорости Ω . Из этих величин можно образовать только один безразмерный комплекс

$$\frac{\Omega \mu}{p_{ср}} = S, \quad (13-1)$$

играющий роль критерия подобия в гидродинамической теории смазки.

На фиг. 13-6 показан характер зависимости коэффициента трения f (отношение нагрузки на смазочный слой к силе трения) от $\frac{\Omega \mu}{p_{ср}} = S$ при различных режимах трения.

13-2. Основные уравнения

В дальнейшем будем считать толщину смазочного слоя малой, хотя и значительно большей, чем шероховатость трущихся поверхностей. В рассматриваемых случаях трущиеся поверхности всегда будут разделены смазочным слоем. Ширину трущихся поверхностей будем считать достаточно большой (как говорят, равной бесконечности). В этом случае можно пренебречь утечками жидкости через торцевые зазоры ($u_y = 0$), а поток рассматривать как плоский со скоростями u_x и u_z .

Пренебрегая влиянием веса жидкости, кривизной траекторий и ускорением движения для приближенного исследования, достаточно будет воспользоваться дифференциальным уравнением движения (12-31), выведенными в § 12-5 для потока в плоской щели, обозначая $u_x = u$,

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}. \quad (13-2)$$

В этом уравнении в отличие от равномерного движения

$$\frac{\partial p}{\partial x} \neq \text{const},$$

причем, по толщине смазочного слоя давление имеет одно и то же значение.

Исследование изменения скорости u_z не представляет интереса¹.

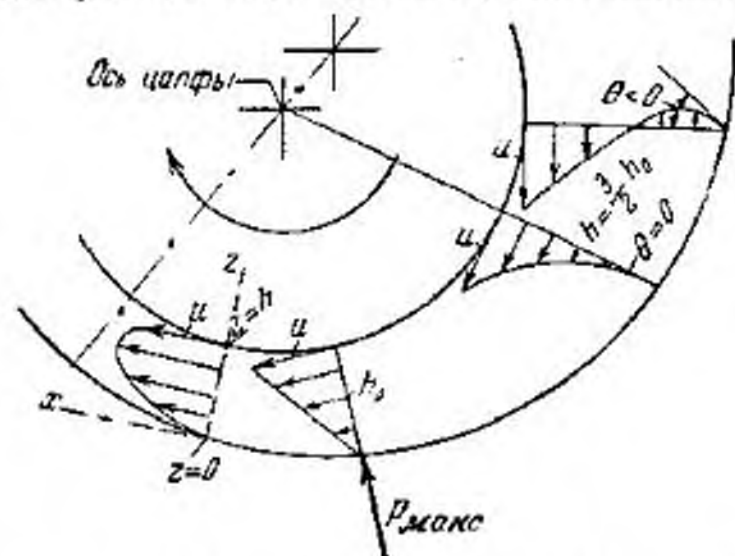
При сделанных оговорках это уравнение справедливо и для смазочного слоя подшипника и для слоя в ползуне. Оно могло быть получено и из уравнения Навье-Стокса как частный случай. В дальнейшем вязкость жидкости рассматривается, не зависящей от давления, что делает весь расчет еще более приближенным.

Сперва изучим распределение скоростей по живым сечениям смазочного слоя. Для этого проинтегрируем уравнение (13-2) для большей определенности применительно к паре цапфа — подшипник (фиг. 13-7). Дважды интегрируя, получим:

$$\mu \cdot \frac{du}{dz} = \frac{\partial p}{\partial x} \cdot z + C$$

и

$$\mu \cdot u = \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{z^2}{2} + Cz + D.$$



Фиг. 13-7. Кинематика потока в смазочном слое подшипника.

Постоянные интегрирования определим из условия:

на внутренней поверхности вкладыша, т. е. при $z=0$ $u=0$, вследствие чего $D=0$;

на поверхности цапфы, т. е. при $z=h$ и $u = +U$, где U — окружная скорость цапфы,

$$C = \frac{U\mu}{h} - \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{h}{2}.$$

Поэтому

$$\mu \cdot \frac{du}{dz} = \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \left(z - \frac{h}{2} \right) + \mu \frac{U}{h}; \quad (13-3)$$

$$\mu u = \mu U \cdot \frac{z}{h} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} z(h-z). \quad (13-4)$$

Для последующего определим расход Q , отнесенный к единице ширины подшипника $b=1$. Для этого вычислим интеграл

$$Q_{b=1} = \int_0^h u dz = U \frac{h}{2} - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{h^3}{12\mu}. \quad (13-5)$$

¹ Между скоростями u_x и u_z существует зависимость, определяемая уравнением неразрывности (8-21) (при $u_y = 0$).

На основании уравнения неразрывности расход через любое сечение имеет одно и то же значение. Вычислим его для сечения, в котором давление достигло экстремума ($\frac{\partial p}{\partial x} = 0$).

Обозначим толщину слоя в этом сечении через h_0 (в подшипнике таких сечений будет два: одно для p_{\max} , другое для p_{\min}).

Получим:

$$Q = \frac{U h_0}{2}.$$

При этом для $\frac{\partial p}{\partial x}$ будем иметь следующее уравнение:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 6 \mu U \frac{h - h_0}{h^3}. \quad (13-6)$$

Уравнение (13-6) называется уравнением Рейнольдса и может быть использовано для приближенного исследования смазочного слоя как в подшипнике, так и в ползуне. Из полученного уравнения следует, что при постоянной толщине смазочного слоя давление p также оказывается постоянным и должно быть равно давлению на границах. В этом случае смазочный слой не может развить необходимых усилий для поддержания цапфы во взвешенном состоянии.

Для подшипника или ползуна конечной ширины уравнение Рейнольдса имеет следующий вид:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 6 \mu U \frac{\partial h}{\partial x}. \quad (13-7)$$

Для подшипника или ползуна бесконечной ширины $\frac{\partial p}{\partial y} = 0$ и уравнение (13-7) обращается в уравнение (13-6).

Подставляя значение $\frac{\partial p}{\partial x}$ из (13-6) в (13-4), получим:

$$u = U \left[\frac{z}{h} - 3 \frac{h - h_0}{h^3} (hz - z^2) \right]. \quad (13-8)$$

Исследуем уравнение (13-8). В сечении $h = h_0$, т. е. в сечении с экстремальным значением давления ($\frac{\partial p}{\partial x} = 0$), скорости изменяются по уравнению

$$u = U \cdot \frac{z}{h},$$

т. е. по прямолинейному закону.

Левее этого сечения $\frac{\partial p}{\partial x} < 0$ (отрицательно) и поэтому профили скоростей изображаются параболой, вытягивающейся в сторону U , и, наоборот, правее этого сечения $\frac{\partial p}{\partial x} > 0$ и профили скоростей изображаются параболой со скоростями, имеющими даже различное направление.

Наибольший интерес представляет сечение, в котором касательная к эпюре скоростей в точке $z = 0$ образует с радиусом цапфы угол $\theta = 0$. До этого сечения, как показал Л. С. Лейбензон, смазочный слой не разрушается. Для этого сечения $\frac{\partial u}{\partial z} = 0$ и из уравнения (13-3) следует, что при этом

$$h_{0=0} = \frac{3}{2} h_0.$$

Это сечение определяет границу смазочного слоя. Справа от этого сечения возникают обратные течения, разрушающие смазочный слой. Аналогичная картина наблюдается и в смазочном слое ползуна (см. фиг. 13-5).

При исследовании смазочного слоя ползуна всей системы, включая и жидкость, сообщается движение со скоростью, противоположной скорости ползуна. На фиг. 13-5 показаны относительные скорости в потоке по отношению к ползуну.

13-3. Распределение давления в смазочном слое ползуна и коэффициент трения

В дальнейшем распределение давления будет исследовано только для смазочного слоя ползуна, с тем чтобы показать способность смазочного слоя развивать поддерживающее усилие и тем самым не допускать сухого соприкосновения трущихся поверхностей, а также определить коэффициент трения.

Для исследования закона распределения давления введем в уравнение (13-6) величину (фиг. 13-5):

$$h = (a - x) \operatorname{tg} \theta$$

и проинтегрируем его. Получим:

$$p - p_0 = \frac{6 \mu U}{\operatorname{tg}^2 \theta} \left[\int_0^x \frac{dx}{(a - x)^2} - \frac{h_0}{\operatorname{tg} \theta} \int_0^x \frac{dx}{(a - x)^3} \right],$$

или

$$p - p_0 = \frac{6 \mu U}{\operatorname{tg}^2 \theta} \left[\frac{x}{(a - x)a} - \frac{b_0}{2} \cdot \frac{2ax - x^2}{(a - x)^2 a^2} \right], \quad (13-9)$$

где p_0 — давление в начале ($x = 0$) и в конце ползуна [$x = (a - b)$];

$b_0 = \frac{h_0}{\operatorname{tg} \theta}$ — размер, определяющий сечение с максимальным давлением.

Этот размер можно определить, положив в уравнении (13-9)

$$p = p_0 \quad \text{и} \quad x = a - b.$$

Для b_0 получим:

$$b_0 = \frac{2ab}{a+b}. \quad (13-10)$$

Подставляя в уравнение (13-9) значение b_0 и обозначая $a - b = e$, будем иметь:

$$p - p_0 = \frac{6\mu U}{(a+b) \operatorname{tg}^2 \theta} \cdot \frac{e^2}{a^2} \cdot \frac{x}{e} \cdot \frac{1 - \frac{x}{e}}{\left(1 - \frac{x}{a}\right)^2}. \quad (13-11)$$

Эпюра разности давлений изображена на фиг. 13-5.

Величину поддерживающей силы P найдем, взяв интеграл

$$P = \int_0^e (p - p_0) B dx = \frac{6\mu U B}{(2a - e) \operatorname{tg}^2 \theta} \int_0^e \frac{x(e-x)}{(a-x)^2} dx = \frac{\mu U}{\operatorname{tg}^2 \theta} \varphi_1, \quad (13-12)$$

где B — ширина ползуна, а

$$\varphi_1 = 6 \left[\ln \frac{a}{b} - 2 \frac{a-b}{a+b} \right] B.$$

Интегрирование осуществлено подстановкой

$$a - x = \xi.$$

Среднее давление по поверхности ползуна p_{cp} , возникающее в масляном слое, будет равно:

$$p_{cp} = \frac{P}{(a-b)B} = \frac{\mu U}{(a-b) \operatorname{tg}^2 \theta} \varphi_2, \quad (13-13)$$

где

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_1}{B} = 6 \left(\ln \frac{a}{b} - 2 \frac{a-b}{a+b} \right).$$

Силу трения, действующую на опорную поверхность ползуна, вычислим по формуле

$$T = \int_{x=0}^{x=e} B \tau dx = -B\mu \int_{x=0}^{x=e} \frac{\partial u}{\partial z} dx = -B \int_{x=0}^{x=e} \left[\frac{\partial p}{\partial x} \left(z - \frac{1}{2} h \right) + \mu \frac{U}{h} \right] dx,$$

или

$$T = \frac{\mu U}{\operatorname{tg} \theta} \varphi_3, \quad (13-14)$$

где

$$\varphi_3 = \left[4 \ln \frac{a}{b} - 6 \frac{a-b}{a+b} \right] B.$$

Назовем коэффициентом трения f отношение $\frac{T}{P}$:

$$f = \frac{T}{P} = \operatorname{tg} \theta \frac{\varphi_3}{\varphi_1}. \quad (13-15)$$

Коэффициент трения можно также определить через среднее давление p_{cp} , а именно:

$$f = \frac{T}{p_{cp}(a-b)B} = \frac{\mu U}{p_{cp}} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} \theta} \cdot \frac{\varphi_3}{(a-b)B}. \quad (13-16)$$

Подставляя в последнее значение $\operatorname{tg} \theta$ из формулы (13-15)

$$\operatorname{tg} \theta = f \cdot \frac{\varphi_1}{\varphi_3},$$

найдем:

$$f = \frac{\mu \cdot U}{p_{cp}} \cdot \frac{\varphi_3^2}{f \varphi_1 (a-b) B},$$

откуда

$$f = \frac{\varphi_3}{\varphi_1} \cdot \sqrt{\varphi_2} \cdot \sqrt{\frac{\mu U}{p_{cp} e}} = \varphi \sqrt{\frac{\mu U}{p_{cp} e}}, \quad (13-17)$$

где

$$\varphi = \frac{\varphi_3}{\varphi_1} \cdot \sqrt{\varphi_2}.$$

Таким образом, коэффициент трения для ползуна зависит от конструктивных размеров опорной поверхности ползуна и от его положения (от φ_1 , φ_2 и φ_3), а также от динамического коэффициента вязкости μ , скорости ползуна и среднего давления p_{cp} . Коэффициент трения пропорционален корню квадратному из критерия подобия

$$\frac{\mu U}{p_{cp} e} = S. \quad (13-18)$$

Для геометрически подобных систем коэффициент φ имеет одно и то же значение. Поэтому f будет иметь одинаковое значение только при равенстве критерия S . По своей структуре формула (13-18) аналогична формуле (13-1).

Глава четырнадцатая

ТУРБУЛЕНТНОЕ ДВИЖЕНИЕ

14-1. Поле скоростей в турбулентном потоке. Начальный участок

Хотя дифференциальные уравнения движения реальной жидкости справедливы также и для истинных скоростей турбулентного движения, однако сложность явлений, происходящих в нем, не позволяет для исследования этого потока воспользоваться в полной мере этими уравнениями. Вместо действительного турбулентного потока в гидравлике исследуется его упрощенная модель — осредненный турбулентный поток. При построении этой модели исходят из гипотезы о том, что поле скоростей в пространстве, занимаемом турбулентным потоком, можно разбить на два поля: на поле местных осредненных скоростей \bar{u} и на поле пульсационных скоростей u' .

В этом потоке проекции истинных скоростей u_x , u_y и u_z можно выразить через проекции осредненных скоростей \bar{u}_x , \bar{u}_y и \bar{u}_z и пульсационных u'_x , u'_y и u'_z , а именно

$$\left. \begin{aligned} u_x &= \bar{u}_x + u'_x; \\ u_y &= \bar{u}_y + u'_y; \\ u_z &= \bar{u}_z + u'_z. \end{aligned} \right\} (14-1)$$

Такая модель потока позволяет установить важные соотношения между осредненными характеристиками турбулентного потока (осредненными скоростями, давлениями), что и является важнейшей задачей гидравлики.

Рассматриваемые в этой главе вопросы турбулентного движения относятся к осредненному сформировавшемуся установившемуся потоку, который, так же как и ламинарный поток в трубопроводе, формируется постепенно. Длина начального участка будет зависеть от условий входа и от числа Re , соответствующего потоку. Однако роль начального участка в гидравлических расчетах турбулентных потоков незначительна. Большое количество экспериментальных исследований показывает, что практически формирование поля осредненных скоростей заканчивается на длине трубопровода, равной

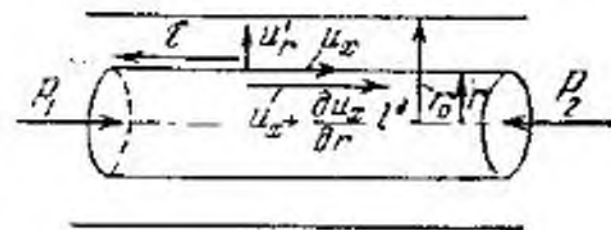
$$l_n = (40 \div 50) d. \quad (14-2)$$

14-2. Дифференциальное уравнение турбулентного потока

Рассмотрим установившийся турбулентный поток в круглой трубе, симметричный относительно ее оси, со скоростями $u_x = \bar{u}_x + u'_x$, $u_r = u'_r$, где r — радиальное направление, и выяс-

ним, какое влияние оказывают пульсационные составляющие скорости на силы, возникающие в осредненном потоке¹.

В потоке выделим цилиндрический объем с радиусом r (фиг. 14-1). Благодаря пульсационной составляющей скорости u'_r через боковую поверхность рассматриваемого объема жидкости будут втекать и вытекать частицы жидкости. При этом втекающие частицы будут иметь осевую скорость $u_x = \bar{u}_x + u'_x$, меньшую, чем осевая скорость частицы, вытекающей через ту же поверхность. Но согласно уравнению неразрывности масса жидкости в объеме остается неизменной, происходит только обмен частицами, однако при этом происходит изменение количества движения рассматриваемого объема, что равносильно действию на поверхности рассматриваемого объема импульса внешних сил, направленного в сторону, обратную движению.



Фиг. 14-1. Поверхностные силы, действующие на цилиндрический объем в осредненном турбулентном потоке.

Частица жидкости, имевшая осредненную скорость в осевом направлении \bar{u}_x , попадает в область цилиндра, пересекая боковую поверхность и углубляясь на некотором расстоянии l' , где осевая скорость имеет значение $\bar{u}_x + \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial r} l'$, внося с собой меньшее количество движения, чем выносит из того же объема вытекающая частица. Если обозначить поперечную пульсационную составляющую скорости этой частицы через u'_r , то количество массы, которое будет перенесено через единицу площади боковой поверхности в единицу времени, будет равно $\rho u'_r$, а уменьшение количества движения за то же время в направлении оси движения равно:

$$\rho u'_r \cdot \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial r} \cdot l'.$$

Этой величине и будет равен направленный в сторону, обратную движению, импульс внешних сил τ . Таким образом,

$$\tau = \rho u'_r \cdot \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial r} \cdot l', \quad (14-3)$$

¹ Исходными уравнениями для исследований турбулентного движения могут послужить дифференциальные уравнения осредненного турбулентного потока, получаемые путем осреднения дифференциальных уравнений Иавье-Стокса. Однако почти те же результаты можно получить и более просто, что в дальнейшем будет сделано.

где τ — напряжение тех дополнительных поверхностных сил, которые компенсируют влияние перемешивания частиц, а величина l' носит название длины пути перемешивания. Под этой длиной следует подразумевать расстояние, которое должна пройти в поперечном направлении частица для того, чтобы успеть приобрести скорость, соответствующую той точке, в которую она попадает.

Для дальнейшего важным является установление связи между новыми и неизвестными величинами u'_r , l' и $\frac{\partial \bar{u}_x}{\partial r}$. Связь эта устанавливается на основании гипотез, справедливость которых может быть проверена только путем сопоставления полученных результатов с опытными данными. Наиболее распространенной гипотезой является предположение о том, что пульсационная составляющая скорости пропорциональна $l' \cdot \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial r}$, т. е.

$$u'_r \approx l' \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial r}.$$

При этом

$$\tau \approx \rho l'^2 \left(\frac{\partial \bar{u}_x}{\partial r} \right)^2.$$

Включив коэффициент пропорциональности в l' , формулу для τ можно представить в виде:

$$\tau = \rho l'^2 \left(\frac{\partial \bar{u}_x}{\partial r} \right)^2. \quad (14-4)$$

В этой формуле l' попрежнему называется длиной пути перемешивания, хотя физический смысл этой величины и отличается от значения l' , ранее введенного¹.

Заметим, что, несмотря на сложность физического смысла величины l' , закон ее распределения по потоку может быть найден экспериментально, так как на основании опытных данных можно вычислить l'^2 , которое равно:

$$l'^2 = \frac{\tau}{\rho \cdot \left(\frac{\partial \bar{u}_x}{\partial r} \right)^2}. \quad (14-5)$$

Формула (14-4) определяет то дополнительное касательное напряжение, которое создается на боковой поверхности ци-

¹ Заметим, что сопоставление уравнения (14-3) с уравнением, получаемым путем осреднения уравнений Навье-Стокса, позволяет установить зависимость $l' \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial r} = u'_x$, а $\tau = \rho u'_x u'_r$.

линдра в установившемся турбулентном потоке благодаря только пульсационным составляющим скоростей (благодаря турбулентности).

Общее напряжение трения принято определять как сумму напряжений, обусловленных вязкостью и турбулентностью:

$$\tau = \pm \mu \cdot \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial r} + \rho l'^2 \cdot \left(\frac{\partial \bar{u}_x}{\partial r} \right)^2. \quad (14-6)$$

Влияние каждого из членов, входящих в уравнение (14-6), в различных местах потока сказывается по-разному. Вблизи стенок в районе ламинарного слоя главным образом проявляется влияние вязкости. В центральной зоне — влияние турбулентности.

Таким образом, в установившемся турбулентном потоке на цилиндрический объем будут действовать силы, показанные на фиг. 14-1, а уравнение движения этого объема может быть представлено в виде:

$$(\rho_1 - \rho_2) \pi r^2 - 2\pi r l \tau = 0,$$

откуда

$$\tau = \frac{\rho_1 - \rho_2}{2l} \cdot r. \quad (14-7)$$

Обозначим через τ_0 напряжение сил трения на стенке. Из уравнения (14-7) следует, что

$$\tau_0 = \frac{\rho_1 - \rho_2}{2l} \cdot r_0. \quad (14-8)$$

или

$$\tau = \tau_0 \cdot \frac{r}{r_0}, \quad (14-9)$$

откуда следует, что в рассматриваемом случае касательное напряжение распределяется по линейному закону, так же как и в аналогичном случае ламинарного движения (фиг. 12-4).

В связи с формулой (14-9) дифференциальное уравнение установившегося турбулентного потока можно представить в виде¹:

$$\tau_0 \cdot \frac{r}{r_0} = -\mu \cdot \frac{\partial u}{\partial r} + \rho l'^2 \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2. \quad (14-10)$$

¹ В дальнейшем в турбулентном движении под u всюду будет подразумеваться осредненная осевая скорость \bar{u}_x .

Величина $\sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$ имеет размерность скорости и называется „скоростью касательного напряжения“. Обозначим ее через v_* :

$$v_*^2 = \frac{\tau_0}{\rho} = \frac{p_1 - p_2}{2l\rho} \cdot r_0. \quad (14-11)$$

Скорость v_* является одной из важнейших характеристик турбулентного потока. Для данного потока v_* является величиной постоянной.

14-3. Распределение скоростей по сечению турбулентного потока¹

При исследовании закона распределения скоростей в круглом трубопроводе воспользуемся уравнением (14-10), пренебрегая в нем членами, зависящими от вязкости. Представим это уравнение в виде:

$$v_*^2 \cdot \frac{r}{r_0} = l'^2 \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2. \quad (14-12)$$

Для интегрирования этого уравнения необходимо знать закон, которому подчиняется величина l' . Выяснению этого закона было посвящено много работ и предложено достаточно большое количество формул для выражения этого закона. Все эти формулы являются эмпирическими и приближенными. В зависимости от применяемой формулы для l' получается то или другое выражение для распределения скоростей. Наибольшее применение в инженерном деле нашла логарифмическая формула распределения скоростей.

Проф. А. А. Саткевич принял для отношения l'/r_0 следующую зависимость:

$$\frac{l'}{r_0} = \kappa \left(1 - \frac{r}{r_0} \right) \sqrt{\frac{r}{r_0}}, \quad (14-13)$$

где κ — некоторая постоянная для данного потока величина.

Подставляя это значение в уравнение (14-12), получим:

$$v_*^2 = \kappa^2 \left(1 - \frac{r}{r_0} \right)^2 r_0^2 \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2,$$

откуда

$$\int_u^{u_{\max}} du = - \frac{v_*}{\kappa} \int_r^{r_0} \frac{d\left(\frac{r}{r_0}\right)}{1 - \frac{r}{r_0}}.$$

Знак „—“ взят потому, что при $dr > 0$ всегда $du < 0$.

¹ О распределении скоростей в открытом канале будет изложено в гл. 25.

После интегрирования получаем (для $r < r_0$):

$$\frac{u_{\max} - u}{v_*} = - \frac{1}{\kappa} \ln \frac{r_0 - r}{r_0}. \quad (14-14)$$

Обозначая расстояние от стенки до рассматриваемого слоя через

$$y = r_0 - r,$$

будем иметь:

$$\frac{u_{\max} - u}{v_*} = - \frac{1}{\kappa} \cdot \ln \frac{y}{r_0} = - \frac{2,3}{\kappa} \lg \frac{y}{r_0}. \quad (14-15)$$

Эту же формулу можно представить и в виде:

$$\frac{u}{v_*} = A + \frac{2,3}{\kappa} \lg \frac{yv_*}{\nu}, \quad (14-16)$$

где ν — кинематический коэффициент вязкости; v_* , κ и A — постоянные.

Формула выражает так называемый логарифмический закон распределения скоростей в трубопроводе (за исключением пристенной области).

На фиг. 14-2 изображено несколько линий согласно уравнению (14-14), каждая из которых соответствует некоторому постоянному значению $\kappa = 0,28 \div 0,46$. На той же фигуре точками показаны экспериментальные значения $\frac{u_{\max} - u}{v_*}$ для потока в гладких трубах при $Re = 396\,000$. Из фигуры следует, что экспериментальные точки не располагаются вдоль одной и той же линии, а пересекают линии с разными значениями κ , изменяющимися в широких пределах. Аналогичная картина наблюдается в потоках и при других значениях числа Re и не только в гладких, но и в шероховатых трубах. В гладких трубах при больших значениях Re хорошее совпадение с опытом получается только в области $\frac{r}{r_0} = 0,15 \div 0,5$ при $\kappa = 0,4$.

Поэтому формулу (14-14), получившую наибольшее распространение в гидравлических расчетах, следует рассматривать только как приближенную. Величину κ нельзя рассматривать как постоянную не только для потоков с различными значениями Re , но и в потоке с заданным значением Re .

Заметим, что формула (14-14) дает максимальное значение u_{\max} на оси потока. Однако это является следствием условий, положенных в основу ее вывода.

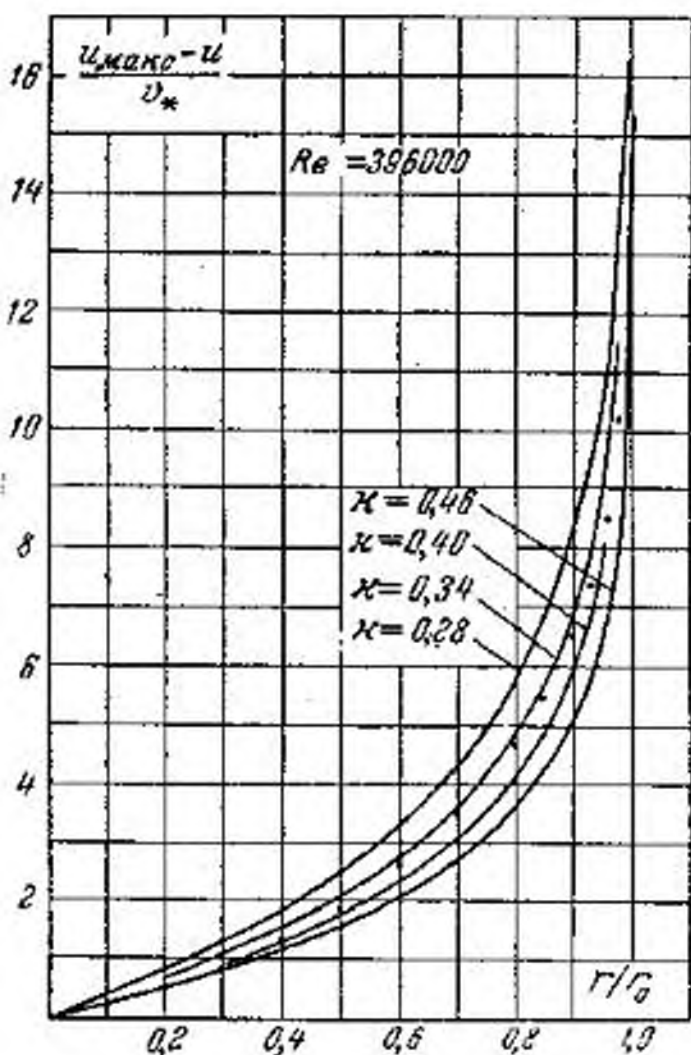
На фиг. 14-3 сплошная линия соответствует формуле (14-14) и $\kappa = 0,31$. Точками показаны экспериментальные данные как для гладких, так и для шероховатых трубопроводов.

При $\kappa = 0,4$ формулу (14-15) можно представить в виде

$$\frac{u_{\max} - u}{v_*} = -5,75 \lg \frac{y}{r_0}. \quad (14-17)$$

При том же значении κ и $A = 5,5$ формула (14-16) может быть записана в виде:

$$\frac{u}{v_*} = 5,5 + 5,75 \lg \frac{y v_*}{\nu}. \quad (14-18)$$

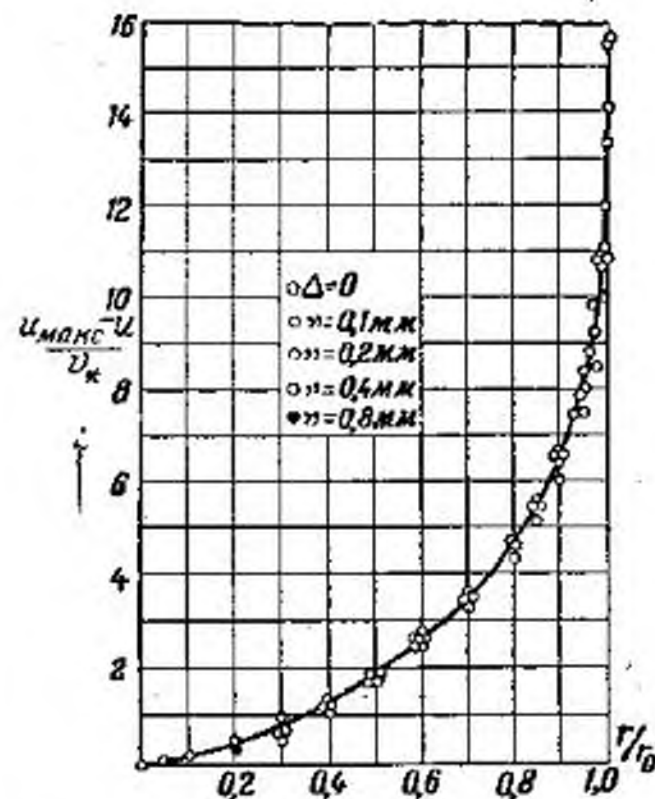


Фиг. 14-2. Зависимость недостатка скорости от r/r_0 .

Точками показаны экспериментальные данные для гладких труб при $Re = 396000$. Сплошные линии соответствуют различным значениям κ .

выражающая так называемую степенную зависимость. В этой формуле n зависит от Re . При $Re = 26000 + 3240 \cdot 10^3$, n изменяется соответственно в пределах

$$n = 0,1515 + 0,10.$$

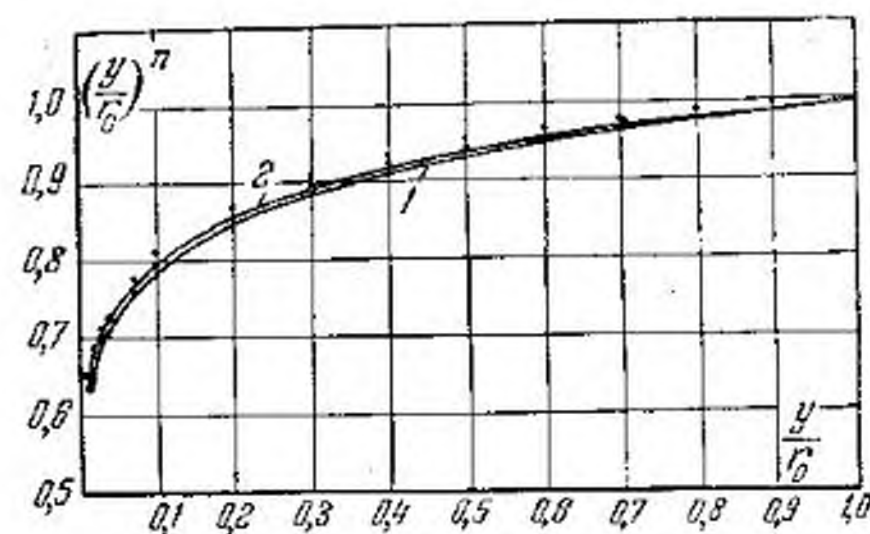


Фиг. 14-3. Зависимости недостатка скорости от r/r_0 для гладких и шероховатых труб.

(для пристенного слоя лучшее совпадение с опытом получается при $A = 5,8$).

В некоторых случаях неплохое совпадение (фиг. 14-4) с опытом (для $y/r \leq 0,8$) дает эмпирическая формула

$$\frac{u}{u_{\max}} = \left(\frac{y}{r_0}\right)^n, \quad (14-19)$$



Фиг. 14-4. Зависимость $\frac{u}{u_{\max}} = \left(\frac{y}{r_0}\right)^n$ от $\frac{y}{r_0}$ в гладких трубах при разных значениях n : 1 — $n = 0,102$; 2 — $n = 0,10$. Верхние точки соответствуют $Re = 324000$, нижние $Re = 153600$.

Для определения средней скорости вычислим сначала расход, воспользовавшись формулой (14-15):

$$Q = \int_{\omega} u d\omega = \int_{\omega} \left(u_{\max} + \frac{v_*}{\kappa} \ln \frac{y}{r_0} \right) 2\pi r dr.$$

Заменяя r на $r_0 - y$, будем иметь:

$$Q = u_{\max} \omega + \frac{2\pi v_*}{\kappa} \int_0^{r_0} \ln \frac{y}{r_0} (r_0 - y) d(r_0 - y).$$

Интегрируя, получим:

$$Q = u_{\max} \omega - \frac{2\pi v_* r_0^2}{\kappa} \left[\left(\frac{y}{r_0} \ln \frac{y}{r_0} - \frac{y}{r_0} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{r_0} \right)^2 \ln \left(\frac{y}{r_0} \right) + \frac{1}{4} \left(\frac{y}{r_0} \right)^2 \right]_{(y/r)=0}^{y/r=1},$$

или

$$Q = \left(u_{\max} - \frac{3}{2\kappa} v_* \right) \omega. \quad (14-20)$$

Среднюю скорость вычислим по формуле

$$v = \frac{Q}{\omega} = u_{\max} - \frac{3}{2\kappa} v_*. \quad (14-21)$$

При $\kappa = 0,4$

$$v = u_{\max} - 3,75 v_*, \quad (14-22)$$

или

$$\frac{u_{\max} - v}{v_*} = 3,75.$$

На основании исследований потоков в гладких трубах для u_{\max} автором предложена формула

$$u_{\max} = (5,1 \lg Re - 0,5) v_* \quad (14-23)$$

При этом для v согласно (14-22) получим:

$$v = (5,1 \lg Re - 4,25) v_*$$

или

$$v = 5,1 \lg \frac{Re}{6,81} v_* \quad (14-24)$$

Из формул (14-23) и (14-24) имеем:

$$m = \frac{u_{\max}}{v} = \frac{5,1 \lg Re - 0,5}{5,1 \lg Re - 4,25} \quad (14-25)$$

что дает для $Re = 10^4$

$$m = \frac{19,9}{16,5} = 1,23;$$

для $Re = 10^6$

$$m = \frac{30,1}{26,35} = 1,145.$$

Напомним, что в ламинарном потоке $m=2$ и не зависит от числа Re .

Формулами (14-14) — (14-25) решаются вопросы, относящиеся к исследованию поля скоростей турбулентного установившегося и сформировавшегося движения в гладких трубопроводах: сначала для заданного v , [формула (14-11)] определяем методом подбора v из (14-24), затем, вычислив Re , находим u_{\max} из (14-23); после этого строим эпюру скоростей согласно (14-14). На фиг. 14-5 изображены эпюры скоростей для турбулентного потока в гладких трубах при разных значениях чисел Re .

Формулой (14-14) воспользуемся для определения расстояния y_{cp} от стенки, где скорость равна v :

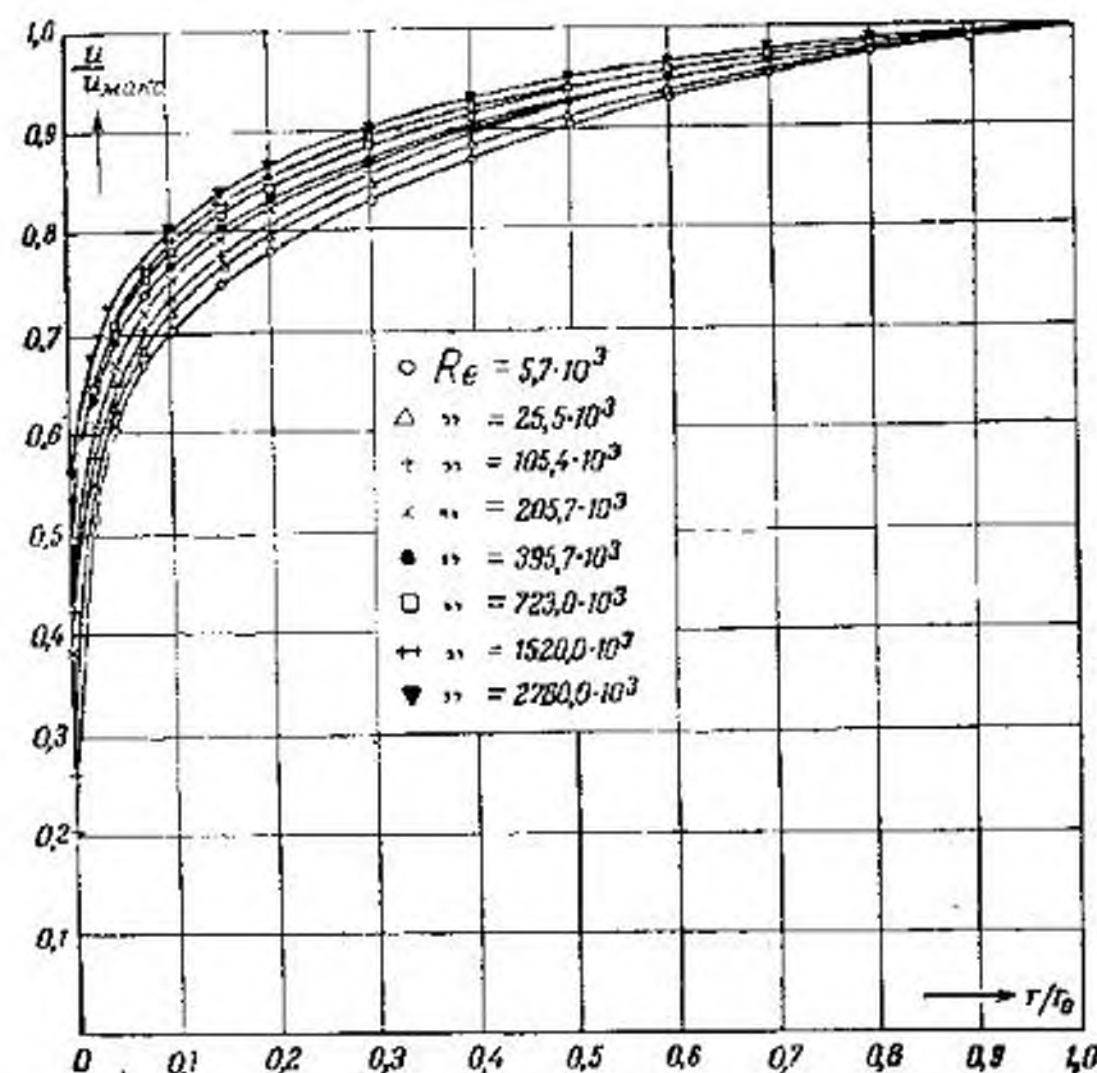
$$\frac{u_{\max} - v}{v_*} = -\frac{1}{\kappa} \ln \frac{y_{cp}}{r_0} \quad (14-26)$$

Воспользовавшись зависимостью (14-22), получим:

$$\ln \frac{r_0}{y_{cp}} = 1,5,$$

или

$$\frac{y_{cp}}{r_0} = 0,223. \quad (14-27)$$



Фиг. 14-5. Зависимость u/u_{\max} от r/r_0 в гладких трубопроводах при разных значениях числа Re .

Ф. А. Шевелев¹, исследуя потоки в шероховатых стальных и чугунных трубах, рекомендует для них

$$\frac{y_{cp}}{r_0} = 0,24,$$

что практически мало отличается от приведенного выше.

Заметим, что для ламинарного движения $\frac{y_{cp}}{r_0} = 0,295$. Таким образом, вблизи стенок в турбулентном потоке скорости возрастают быстрее, чем в ламинарном потоке.

14-4. Коэффициент сопротивления трения по длине трубопровода λ при турбулентном движении

В отличие от ламинарного движения, при котором формула для коэффициента сопротивления трения λ была получена теоретически, при турбулентном движении для получения расчетных

¹ Ф. А. Шевелев, Исследование основных закономерностей турбулентного движения в трубах, Госстройиздат, Москва, 1953.

формул приходится опираться и на экспериментальные данные. Невозможность чисто теоретического вывода обуславливается тем, что уравнения энергии осредненного потока включают члены (новые неизвестные), определение которых возможно только на основании некоторых гипотез, достоверность которых может быть проведена только экспериментально. Современные исследования коэффициента λ представляют сочетание экспериментальных и теоретических приемов и этим отличаются от ранних работ, базировавшихся только на опыте.

Исследованием гидравлических сопротивлений трубопроводов занимаются более 200 лет (первые опыты проведены французом Купле еще в 1732 г.). Этот большой отрезок времени можно разбить на три периода:

Первый период — от опытов Купле до создания в конце XIX в. теории гидродинамического подобия. В течение этого периода исследования базировались только на экспериментальных данных. Полученные результаты можно было использовать только для условий, во всем тождественных условиям эксперимента. Теоретическая база эксперимента еще не была разработана, благодаря этому не представлялось возможным обобщение результатов многочисленных экспериментальных работ.

Второй период — от конца XIX в. до тридцатых годов XX в., — ознаменовавшийся успехами в исследованиях гидравлических сопротивлений благодаря применению законов гидродинамического подобия и теории размерности при обработке экспериментальных данных. Это позволило обобщить результаты предшествующих опытов и найти закономерности, не потерявшие своего значения до настоящего времени.

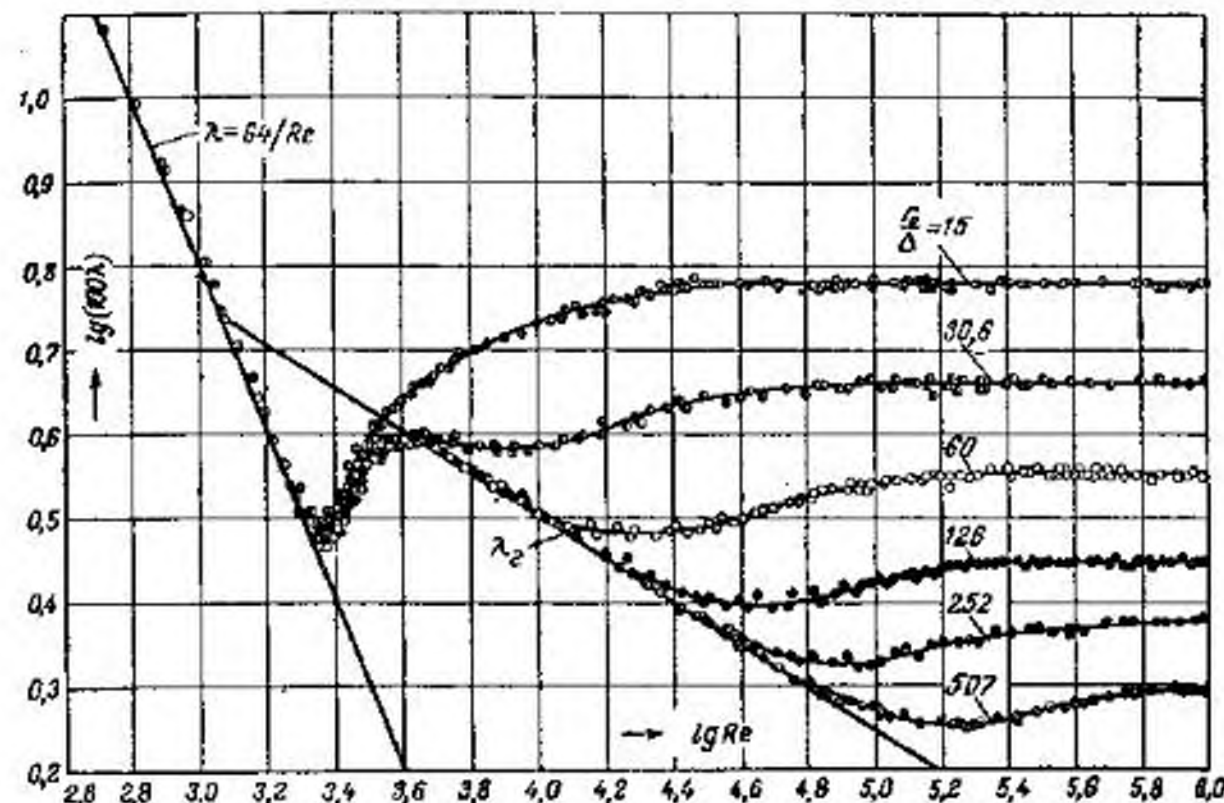
Третий современный период берет свое начало с тридцатых годов нашего столетия. В течение последнего двадцатилетия были разрешены важные для гидравлики турбулентного потока вопросы. Использование их для определения гидравлических сопротивлений дало весьма хорошие результаты. Однако и до сего времени многие вопросы, относящиеся к этой области, еще полностью не разрешены.

Выдающийся вклад в исследование гидравлических сопротивлений внес Н. Н. Павловский. В наше время решением этих вопросов занимаются многие советские гидравлики: И. И. Агроскин, А. Д. Альтшуль, П. Ф. Горбачев, В. Н. Голчаров, В. Н. Евреинов, И. А. Исаев, П. К. Конаков, Г. А. Мурин, Г. К. Филонелко, Н. З. Френкель, Ф. А. Шевелев и др.

Из иностранных работ следует отметить исследования Т. Кармана, Л. Прадтля, И. Никурадзе, Кольбрука, Уайта, Миллера.

Трудность решения этой проблемы обуславливается сложностью процессов, совершающихся в турбулентном потоке вообще и, в частности, в трубопроводах. В инженерном деле широкое применение находят трубопроводы самых разнообразных сечений

(круглые, кольцевые, овальные, прямоугольные и др.). Стенки этих трубопроводов имеют различную поверхность, причем шероховатость стенок оказывается настолько сложной и разнообразной, что с трудом поддается описанию: поверхность покрыта беспорядочно разбросанными выступами различной формы; даже стеклянные трубы, которые часто называют гладкими и цилиндрическими, имеют волнистость. Кроме того, характер шероховатости трубопроводов изменяется под влиянием эксплуатационных условий (коррозии, отложений и т. п.), причем эти изменения за-



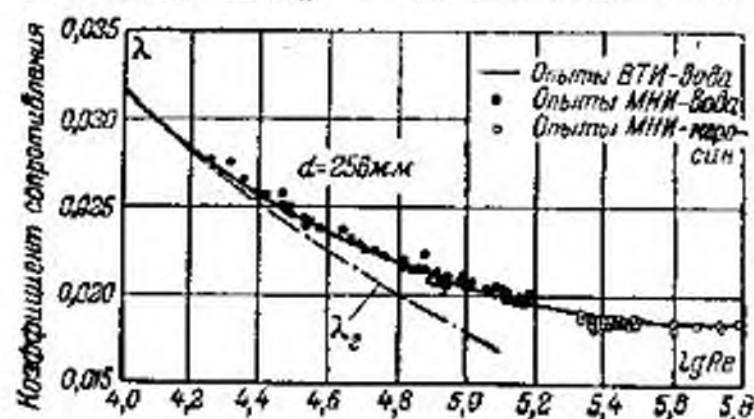
Фиг. 14-6. Зависимость λ от Re (в логарифмическом масштабе) для трубопроводов с зернистой шероховатостью.

ранее предвидеть невозможно. В газопроводах наблюдались случаи, когда шероховатость трубопровода в процессе эксплуатации существенно уменьшалась. Он отшлифовывался от воздействия взвешенных твердых частиц, находившихся в газе¹. Добавим, что существенное влияние на характер потока, а значит и на гидравлическое сопротивление, оказывают стыки труб, сварочные швы и ряд других причин, относящихся к качеству монтажа трубопроводов.

Современные экспериментальные работы по исследованию гидравлических сопротивлений трубопроводов следует разбить на две группы. К первой группе отнесены исследования коэффи-

¹ Автор вел наблюдение над трубопроводом $D = 53$ мм в течение тринадцати лет. По этому трубопроводу прокачивалась в условиях лаборатории чистая вода. Трубопровод весьма часто освобождался от воды. За это время гидравлическое сопротивление трубопроводов увеличилось на 65%.

коэффициента λ , выполненные в трубопроводах с искусственной шероховатостью, ко второй группе — с естественной шероховатостью. Искусственная шероховатость создавалась следующим образом: внутренние стенки труб сначала покрывались лаком; затем труба заполнялась песком определенной зернистости (со средним диаметром Δ), приклеивавшимся к стенкам однородным слоем. После этого бугристая поверхность вновь покрывалась лаком и высушивалась. Относительная шероховатость характеризовалась отношением $\frac{\Delta}{d}$. Такую однородную искусственную шероховатость в дальнейшем будем называть зернистой.



Фиг. 14-7. Зависимость λ от $\lg Re$ для трубопроводов с естественной шероховатостью.

Ко второй группе отнесены исследования промышленных трубопроводов с их натуральной шероховатой поверхностью. Шероховатость промышленных трубопроводов в настоящее время характеризуется некоторой величиной Δ , эквивалентной зернистой шероховатости, вызывающей в трубопроводе того же размера и при определенных условиях (т. е. при одних и тех же числах Re и расходах) одинаковые потери удельной энергии.

Результаты исследований тех и других трубопроводов изображены на фиг. 14-6 и 14-7. На оси абсцисс этих фигур отложены значения $\lg Re$, а на оси ординат — на фиг. 14-6 значения $\lg 100 \lambda$ (100λ во избежание отрицательных значений $\lg \lambda$) и на фиг. 14-7 — численные значения λ . На фиг. 14-6 все линии берут начало в области, соответствующей ламинарному движению, где значения коэффициента λ имеют для всех труб одно и то же значение, зависящее только от величины числа Re .

При переходе в область турбулентного движения изменяется характер влияния на коэффициент λ и числа Re и шероховатости $\frac{\Delta}{d}$. Из исследованных трубопроводов выделяются сперва так называемые гладкие трубы, для них значения λ группируются около одной и той же линии (линия „гладких труб“). Вдоль той же линии группируются вначале и значения λ для некоторых шероховатых труб (причина этому будет объяснена позже). В этом случае шероховатую трубу называют гидравлически гладкой¹.

¹ Установлено, что даже стеклянные трубы в действительности имеют шероховатость, которая, однако, в отличие от волнистости не существенна.

Обработка экспериментальных данных для труб с зернистой шероховатостью показывает, что это имеет место при

$$Re < 27,0 \left(\frac{d}{\Delta} \right)^{1/2}.$$

В дальнейшем для каждой шероховатой трубы значения коэффициента λ располагаются вдоль индивидуальных линий, параметром которой является $\frac{\Delta}{d}$. Чем больше значение $\frac{\Delta}{d}$, тем выше располагается соответствующая линия. Обращается внимание на то, что в трубах с натуральной шероховатостью коэффициенты λ монотонно убывают с увеличением числа Re в отличие от трубопроводов с зернистой шероховатостью, характерным для которой является во многих случаях „впадина“, нарушающая монотонность в изменении λ . Аналогичная впадина была получена и А. П. Зегжда в опытах в открытых каналах со стенками также с зернистой шероховатостью. При увеличении значений числа Re в шероховатых трубах влияние его убывает и для каждой трубы наступает предел, при котором влиянием Re можно уже пренебречь. В этой области коэффициент λ становится зависящим практически только от шероховатости $\frac{\Delta}{d}$.

Для труб с зернистой шероховатостью это имеет место при

$$Re > 382 \frac{d}{\Delta} \lg \frac{3,7d}{\Delta}.$$

Таким образом, экспериментальное исследование коэффициента показывает существование пяти различных зон, каждая из которых характеризуется своими закономерностями.

Первая зона — зона ламинарного движения;

вторая зона — зона перехода турбулентного движения в ламинарное;

третья зона — зона турбулентного движения в гладких трубах и движения в шероховатых трубах, когда они обладают тем же сопротивлением, что и гладкие трубы (гидравлически гладкие трубы);

четвертая зона — общая зона турбулентного движения в шероховатых трубах, в которой на значение коэффициента λ оказывают влияние и число Re и шероховатость $\frac{\Delta}{d}$;

пятая зона — квадратичная (или автомодельная) — зона турбулентного движения в шероховатых трубах, в которой на значение коэффициента λ влияние оказывает практически только шероховатость $\frac{\Delta}{d}$.

Анализ экспериментальных данных показывает, что функциональная зависимость (11-16) представляет собой общее выражение закона изменения коэффициента λ . В частных случаях функциональная зависимость оказывается или только функцией Re , или даже только функцией $\frac{\Delta}{d}$.

Для равномерного ламинарного движения в круглых трубах

$$\lambda = \frac{64}{Re} \quad (14-28)$$

Зона перехода турбулентного движения в ламинарное характеризуется сложным законом гидравлического сопротивления, значение коэффициента λ для этой зоны ориентировочно по исследованиям автора можно определять по формуле

$$\lambda = \frac{2,7}{Re^{0,53}} \quad (14-29)$$

В дальнейшем для определения коэффициента будет предложена наряду с другими формулами формула автора для турбулентного движения в промышленных шероховатых и гладких трубах:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left[\frac{\Delta}{3,7d} + \left(\frac{6,81}{Re} \right)^{0,9} \right] \quad (14-30)$$

Эта формула в случае гладких труб или при малом влиянии шероховатости, при котором членом $\frac{\Delta}{3,7d}$ можно пренебречь по сравнению с $\left(\frac{6,81}{Re} \right)^{0,9}$ примет вид:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 1,8 \lg \left(\frac{Re}{6,81} \right) \quad (14-31)$$

При малом влиянии второго члена формула (14-30) обращается в формулу для квадратичного режима

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \lg \frac{3,7d}{\Delta} \quad (14-32)$$

В этом случае режим движения соответствует так называемому квадратичному закону сопротивления—квадратичному потому, что при λ , не зависящем от числа Re , потери удельной энергии [формула (11-18)] оказываются пропорциональными квадрату средней скорости.

Эти режимы называются автомодельными, так как при соблюдении постоянства $\frac{\Delta}{d}$ для этих режимов будет получено одно и то же значение λ , независимое от Re .

Формула (14-30) может быть использована для экспериментального определения шероховатости.

14-5. Коэффициент сопротивления трения по длине трубопровода λ при турбулентном движении в гладких трубах

Дадим вывод формулы для коэффициента λ при движении жидкости в гладких трубах. Для некоторого упрощения расположим трубопровод горизонтально. Воспользуемся формулами (11-18), (11-20), (14-8) и (14-11). Получим:

$$\lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} = \frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{2l\tau_0}{r_0},$$

откуда

$$\frac{\lambda}{8} = \frac{v^2}{v_*^2}, \quad (14-33)$$

или

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = \frac{1}{\sqrt{8}} \cdot \frac{v}{v_*} \quad (14-34)$$

Подставляя вместо $\frac{v}{v_*}$ его значение согласно формуле (14-24), получим для гладких труб:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = \frac{1}{\sqrt{8}} \cdot 5,1 \lg \frac{Re}{6,81} = 1,8 \lg \frac{Re}{6,81} \quad (14-35)$$

или, что то же самое,

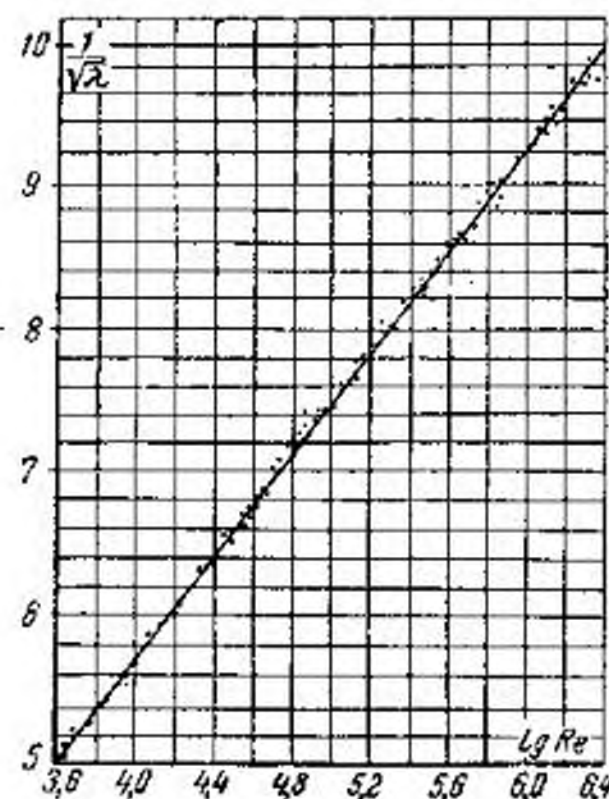
$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 1,8 \lg Re - 1,5. \quad (14-36)$$

На фиг. 14-8 показана зависимость $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = f(Re)$. Там же точками показаны значения λ , полученные экспериментально при исследованиях сопротивлений в гладких трубах.

На фиг. (14-6) и (14-7) значению λ , вычисляемому по формуле (14-36), соответствует линия λ_2 .

В табл. 14-1 приведены значения λ , вычисленные по формуле (14-36).

Формула, аналогичная (14-35), была предложена В. Миллером¹, который исходил только из экспериментальных данных. Затем эту формулу обосновывал П. К. Конаков². В последнее время советскими учеными А. Д. Альтшулем³, И. А. Исаевым⁴,



Фиг. 14-8. Зависимость коэффициента $\frac{1}{\sqrt{\lambda}}$ от $\lg Re$ для гладких трубопроводов.

¹ В. Miller, Chem. and Metall. Eng., 44, 1937, № 10.

² П. К. Конаков, Доклады АН СССР, 1946, № 7.

³ А. Д. Альтшуль, Доклады АН СССР, новая серия, 1950, № 5.

⁴ И. А. Исаев, Нефтяное хозяйство, 1951, № 5.

Таблица 14.1

Значения коэффициента λ для гладких трубопроводов
применительно к формуле (14-36)

Re	λ		λ	Re	λ
4 000	0,0403	45 000	0,0212	450 000	0,0133
5 000	376	50 000	207	500 000	130
6 000	356	60 000	193	600 000	126
7 000	340	70 000	192	700 000	123
8 000	328	80 000	186	800 000	121
10 000	308	100 000	178	1 000 000	116
15 000	276	150 000	164	1 500 000	108
20 000	257	200 000	155	2 000 000	103
25 000	243	250 000	148	2 500 000	100
30 000	233	300 000	143	3 000 000	096
35 000	224	350 000	141	3 500 000	0,0095
40 000	0,0217	400 000	0,0136		

Г. К. Филоненко¹, Ф. А. Шевелевым² предложены другие формулы для расчетов в гладких трубах, дающие практически те же значения λ , что и формулы (14-35) и (14-36).

В гидравлических расчетах гладких трубопроводов при турбулентном движении широкое применение нашла формула немецкого ученого Блазиуса, полученная им в 1912 г. путем обобщения большого числа опытов, выполненных многими исследователями. Формула Блазиуса может применяться при $Re \leq 100\,000$ и имеет вид:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{100Re}} \quad (14-37)$$

Использование формулы Блазиуса для определения потерь энергии в гладких трубах позволяет установить, что в пределах ее применимости потери удельной энергии оказываются пропорциональными средней скорости v в степени 1,75.

Из других формул следует отметить формулу Кармана-Прандтля. Эта формула может быть получена из уравнения (14-18), написанного для средней скорости:

$$\frac{v}{v_*} = 5,5 + 5,75 \cdot \lg \frac{y_{cp} v_*}{\nu} \quad (14-38)$$

¹ Г. К. Филоненко, О коэффициенте сопротивления для гладких труб, Известия ВТИ, 1948, № 10.

² Ф. А. Шевелев, Исследование основных гидравлических закономерностей турбулентного движения в трубах, Госстройиздат, Москва, 1953.

откуда в связи с формулами (14-27) и (14-33), получим:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = \frac{1}{\sqrt{8}} \left(5,5 + 5,75 \cdot \lg \frac{0,223 r_0 v \sqrt{\lambda}}{\nu} \right),$$

или

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \lg (Re \sqrt{\lambda}) - 0,8. \quad (14-39)$$

Формула Кармана-Прандтля дает хорошее совпадение с опытом. Ее недостатком является необходимость определения λ методом подбора.

Для последующего полезно формулу (14-39) преобразовать. Представим ее в виде:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = \frac{1}{\sqrt{8}} \left[5,5 + 5,75 \lg \left(\frac{0,223 r_0 v_* \cdot \Delta}{\nu} \right) \right],$$

откуда

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} - 2 \lg \frac{r_0}{\Delta} = 2 \lg \frac{v_* \Delta}{\nu} + 0,7. \quad (14-40)$$

14-6. Коэффициент сопротивления трения по длине трубопровода λ в квадратичной зоне

Воспользуемся формулой (14-15) для скорости v_Δ на расстоянии Δ от стенки

$$\frac{u_{\max} - v_\Delta}{v_*} = \frac{2,3}{\kappa} \lg \left(\frac{r_0}{\Delta} \right).$$

Максимальную скорость выразим через v , имея в виду формулу [аналогичную формуле (14-25)]

$$u_{\max} = m \cdot v.$$

Получим:

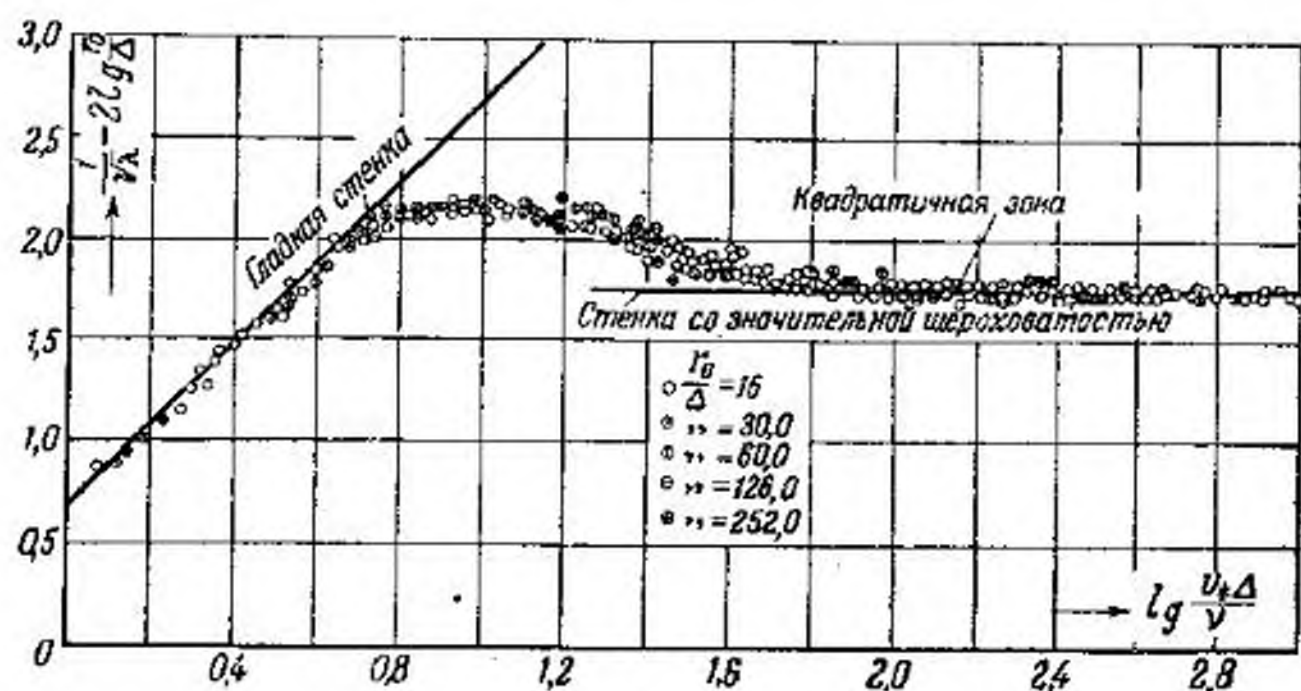
$$m \frac{v}{v_*} = \frac{v_\Delta}{v_*} + \frac{2,3}{\kappa} \lg \frac{r_0}{\Delta}.$$

Заменяя

$$\frac{v}{v_*} = \sqrt{\frac{8}{\lambda}},$$

будем иметь:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = \frac{v_\Delta}{v_* m \sqrt{8}} + \frac{2,3}{m \kappa \sqrt{8}} \lg \frac{r_0}{\Delta}.$$



Фиг. 14-9. Зависимость $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} - 2 \lg \frac{r_0}{\Delta}$ от $\lg \frac{v \Delta}{\nu}$ для трубопроводов с зернистой шероховатостью.

Хорошее совпадение с опытом получается для квадратичных режимов при:

$$\frac{v \Delta}{\nu \sqrt{8}} = 1,74$$

и

$$\frac{2,3}{m \sqrt{8}} = 2.$$

В этом случае для $\frac{1}{\sqrt{\lambda}}$ получим формулу:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 1,74 + 2 \lg \frac{r_0}{\Delta}, \quad (14-41)$$

или

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 + 2 \lg \frac{3,7d}{\Delta}. \quad (14-42)$$

На фиг. 14-9 показана экспериментальная проверка формул (14-39) и (14-41) по результатам испытания труб с зернистой шероховатостью. По оси ординат отложено значение

$$\left(\frac{1}{\sqrt{\lambda}} - 2 \lg \frac{r_0}{\Delta} \right),$$

а по оси абсцисс — логарифм отвлеченной величины

$$\frac{v \Delta}{\nu} = \frac{Re \sqrt{\lambda}}{\sqrt{8}} \cdot \frac{\Delta}{d}.$$

В этих координатах формула (14-41) изображается горизонтальной прямой с ординатой 1,74.

Линия, соответствующая гладким стенкам на фиг. 14-9, удовлетворяет уравнению (14-40). Из этой фигуры следует, что для трубопроводов с зернистой шероховатостью:

1) Практически режим движения уже можно считать квадратичным, если

$$\lg \frac{v \Delta}{\nu} = \lg \left(\frac{v \Delta}{\nu} \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{8}} \right) = \lg \frac{Re \sqrt{\lambda} \frac{\Delta}{r_0}}{5,66} > 1,83,$$

или для режимов, для которых

$$Re > \frac{191,2}{\sqrt{\lambda}} \frac{d}{\Delta}.$$

2) Трубы ведут себя как гладкие для значений

$$\lg \frac{v \Delta}{\nu} = \lg \frac{Re \sqrt{\lambda} \Delta}{5,66 r_0} < 0,549.$$

Если для вычислений λ воспользоваться формулой (14-37), то последнюю формулу можно представить в виде:

$$Re \leq 27,0 \left(\frac{d}{\Delta} \right)^{8/7}.$$

При режимах, для которых Re меньше $27,0 \left(\frac{d}{\Delta} \right)^{8/7}$, трубу можно считать гидравлически гладкой.

Для зоны, режим которой удовлетворяет неравенству

$$27,0 \left(\frac{d}{\Delta} \right)^{8/7} < Re < \frac{191,2}{\sqrt{\lambda}} \frac{d}{\Delta},$$

коэффициент λ зависит и от шероховатости и от Re :

$$\lambda = f \left(Re, \frac{\Delta}{d} \right).$$

Теоретическое обоснование расчетной формулы для коэффициента λ в этой зоне будет дано в следующем параграфе только для труб с естественной шероховатостью.

Выясним те физические причины, благодаря которым гидравлическое сопротивление шероховатой трубы оказывается одинаковым с гладкой трубой. Источником вихреобразования является стенка. Шероховатость стенки способствует тому, что возникающие у стенки вихри при некоторых случаях обтекания неровностей стенки, отрываясь от стенки и попадая в центральную часть потока, усиливают турбулентность, влияя тем самым на гидравлическое сопротивление.

Влияние шероховатости особенно сказывается, если размеры ее таковы, что неровности входят в область потока с уже развитой турбулентностью. При относительно малых размерах неровностей может оказаться, что они находятся в той пристенной части потока толщиной β , которая практически может рассматриваться находящейся в условиях, близких к ламинарному движению. В этом случае небольшие вихри, даже те, которые срываются с неровностей, не попадают в центральную зону потока. В этом проявляется сглаживающее действие пристенного слоя толщиной β .

Принято считать шероховатую трубу гидравлически гладкой, если высота неровностей Δ меньше β :

$$\Delta < \beta.$$

Приближенно толщину пристенного слоя β определим следующим образом. Обозначим скорость на границе пристенного слоя через u_p . Воспользуемся формулой (14-16), приняв $A = 5,8$:

$$\frac{u_p}{v_*} = 5,8 + \frac{2,3}{\kappa} \lg \frac{\beta v_*}{\nu} \quad (14-43)$$

Для пристенного слоя можно принять:

$$\tau = \mu \frac{u_p}{\beta} = \tau_0,$$

или

$$\beta = \mu \frac{u_p}{\tau_0} = \nu \frac{u_p}{v_*^2}.$$

Подставляя значение β в (14-43), будем иметь:

$$\frac{u_p}{v_*} = 5,8 + \frac{2,3}{\kappa} \lg \frac{\mu u_p v_*}{\tau_0 \nu}.$$

или

$$\frac{u_p}{v_*} = 5,8 + \frac{2,3}{\kappa} \lg \frac{u_p}{v_*}.$$

Решив это уравнение (при $\kappa = 0,4$), найдем:

$$\frac{u_p}{v_*} = 12,1,$$

при этом значении

$$\beta = \frac{12,1 \nu}{v_*} \quad (14-44)$$

или в связи с формулой (14-33)

$$\beta = \frac{12,1 \nu \sqrt{8}}{v \sqrt{\lambda}} = \frac{34,24 \nu}{Re \sqrt{\lambda}} \quad (14-45)$$

Из формулы (14-41) следует, что для шероховатых трубопроводов в квадратичной области

$$\frac{v}{v_*} = 5,66 \lg \frac{3,7d}{\Delta} \quad (14-46)$$

Величина Δ должна быть задана техническими условиями на проектирование трубопровода с учетом эксплуатационных условий. При необходимости величина шероховатости должна быть принята со значительным запасом на случай загрязнения труб, коррозии и т. п.¹. Ориентировочно можно рекомендовать следующие значения Δ , мм:

для новых стальных труб	0,065 — 0,1 мм
для стальных труб, не бывших в эксплуатации	0,15 мм
для чугунных труб, не бывших в эксплуатации	0,25 мм
для труб, бывших в эксплуатации	0,5 мм
для труб загрязненных	1 — 2 мм ¹

Таблица 14-2

Значения коэффициента λ для металлических трубопроводов (ГОСТ 3262-46, 301-44 и 3101-46), вычисленные для квадратичной зоны по формуле (14-42)

$$\lambda = \frac{0,25}{\left(\lg \frac{3,7d}{\Delta} \right)^2}$$

d, мм	$\Delta = 0,1$ мм	$\Delta = 0,2$ мм	$\Delta = 0,3$ мм	$\Delta = 0,5$ мм
27	0,02779	0,03433	0,03929	0,04723
35,75	0,02559	0,03143	0,03575	0,04260
41	0,02471	0,03015	0,03420	0,04058
53	0,02306	0,02794	0,03154	0,03717
68	0,02162	0,02602	0,02925	0,03425
80,5	0,02072	0,02483	0,02783	0,03247
81	0,02068	0,02479	0,02779	0,03240
100	0,01954	0,02342	0,02617	0,03037
106	0,01936	0,02306	0,02574	0,02984
125	0,01861	0,02209	0,0246	0,02842
131	0,01840	0,02183	0,02429	0,02803
158	0,01764	0,02084	0,02313	0,02660
159	0,01759	0,02078	0,02306	0,02651
205	0,01661	0,01952	0,02159	0,02471
207	0,01657	0,01947	0,02154	0,02464
257	0,01680	0,01849	0,02040	0,02325
259	0,01577	0,01846	0,02036	0,02320
307	0,01521	0,01774	0,01964	0,02219
309	0,01518	0,01771	0,01950	0,02215
357	0,01472	0,01713	0,01883	0,02135
361	0,01469	0,01709	0,01878	0,02129
402	0,01435	0,01666	0,01829	0,02070
468	0,01429	0,01663	0,01825	0,02064

¹ По наблюдениям автора, упомянутым в слоске на стр. 221, шероховатость трубопровода за время эксплуатации изменилась с $\Delta = 0,065$ мм до $\Delta = 0,53$ мм; а λ с $\lambda = 0,023$ до $\lambda = 0,038$.

По данным испытаний, проведенных ВОДГЕО (Ф. А. Шевелевым), шероховатость стальных и чугунных труб $d=0,6—1,2$ м оказалась равной от $\Delta=0,444$ до 1,4 мм.

В табл. 14-2 приведены значения λ , вычисленные по формуле (14-42).

14-7. Коэффициент сопротивления трения по длине трубопровода λ для общего случая турбулентного потока

Для вывода общей формулы для коэффициента λ , которая бы оказалась пригодной для всей области турбулентного движения в любых трубопроводах, будем исходить из следующих положений.

Из предыдущего следовало, что большое значение в исследованиях гидравлических сопротивлений имеет отношение $\frac{v}{v_*}$. Для гладких труб согласно формуле (14-24) это отношение оказалось функцией числа Re . В шероховатых трубах для квадратичного режима согласно формуле (14-46) это отношение оказалось функцией шероховатости. Заметим, что в обоих случаях независимые переменные (Re и $\frac{\Delta}{d}$) входят под знаком логарифма.

Универсальная формула при $\frac{\Delta}{d} \rightarrow 0$ должна обращаться в формулу для гладких труб, а при $Re \rightarrow \infty$ — в формулу для квадратичного режима. Поэтому естественно предположить, что в общем случае $\frac{v}{v_*}$ является функцией и $\frac{\Delta}{d}$, и Re , и должно быть представлено в виде:

$$\frac{v}{v_*} = A \lg \left[\frac{\Delta}{3,7d} + \left(\frac{B}{Re} \right)^x \right],$$

откуда следует, что

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = \frac{A}{\sqrt{8}} \lg \left[\frac{\Delta}{3,7d} + \left(\frac{B}{Re} \right)^x \right]. \quad (14-47)$$

Числа A и B и показатель степени x легко определяются из предельных условий и могут быть приняты:

$$A = -2\sqrt{8};$$

$$B = 6,81;$$

$$x = 0,9,$$

после чего формула принимает вид:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left[\frac{\Delta}{3,7d} + \left(\frac{6,81}{Re} \right)^{0,9} \right]. \quad (14-48)$$

О значениях Δ сказано на стр. 231 и 232.

Полученная формула дает хорошее совпадение с опытом для потоков в стальных трубах. На фиг. 14-7 приведены результаты опытов Г. А. Мурина¹, выполненных в теплотехническом институте и И. А. Исаева², выполненных в Нефтяном институте под руководством В. С. Яблонского. Аналогичные зависимости получены Ф. А. Шевелевым в ВОДГЕО³, а также автором при участии П. С. Мучникова⁴. Сплошная линия на фиг. 14-7 соответствует формуле автора (14-48) при $\frac{\Delta}{d} = 0,000541$.

Для облегчения пользования формулой (14-48) дается ее график (фиг. 14-10) для разных значений $\frac{\Delta}{d}$.

Для общего случая турбулентного потока автором была предложена для λ формула также в виде⁴:

$$\lambda = \frac{\left(1 + \frac{8,06d}{\Delta Re} \right)^2}{\left(2 \lg \frac{3,7d}{\Delta} \right)^2}, \quad (14-49)$$

или

$$\lambda = \lambda_{кв} \theta, \quad (14-50)$$

где

$$\lambda_{кв} = \left(2 \lg \frac{3,7d}{\Delta} \right)^{-2};$$

$$\theta = \left(1 + \frac{8,06d}{\Delta Re} \right)^2. \quad (14-51)$$

Формулу для θ и для воды можно представить в виде:

$$\theta = \left(1 + \frac{M}{v} \right)^2. \quad (14-52)$$

Значения θ , вычисленные по этой формуле, с большой точностью совпадают с опытными данными Ф. А. Шевелева⁵ при

$M = 40$ мм/сек — для стальных труб;

$M = 95$ мм/сек — для чугунных труб;

$M = 30$ мм/сек — для труб, бывших в эксплуатации.

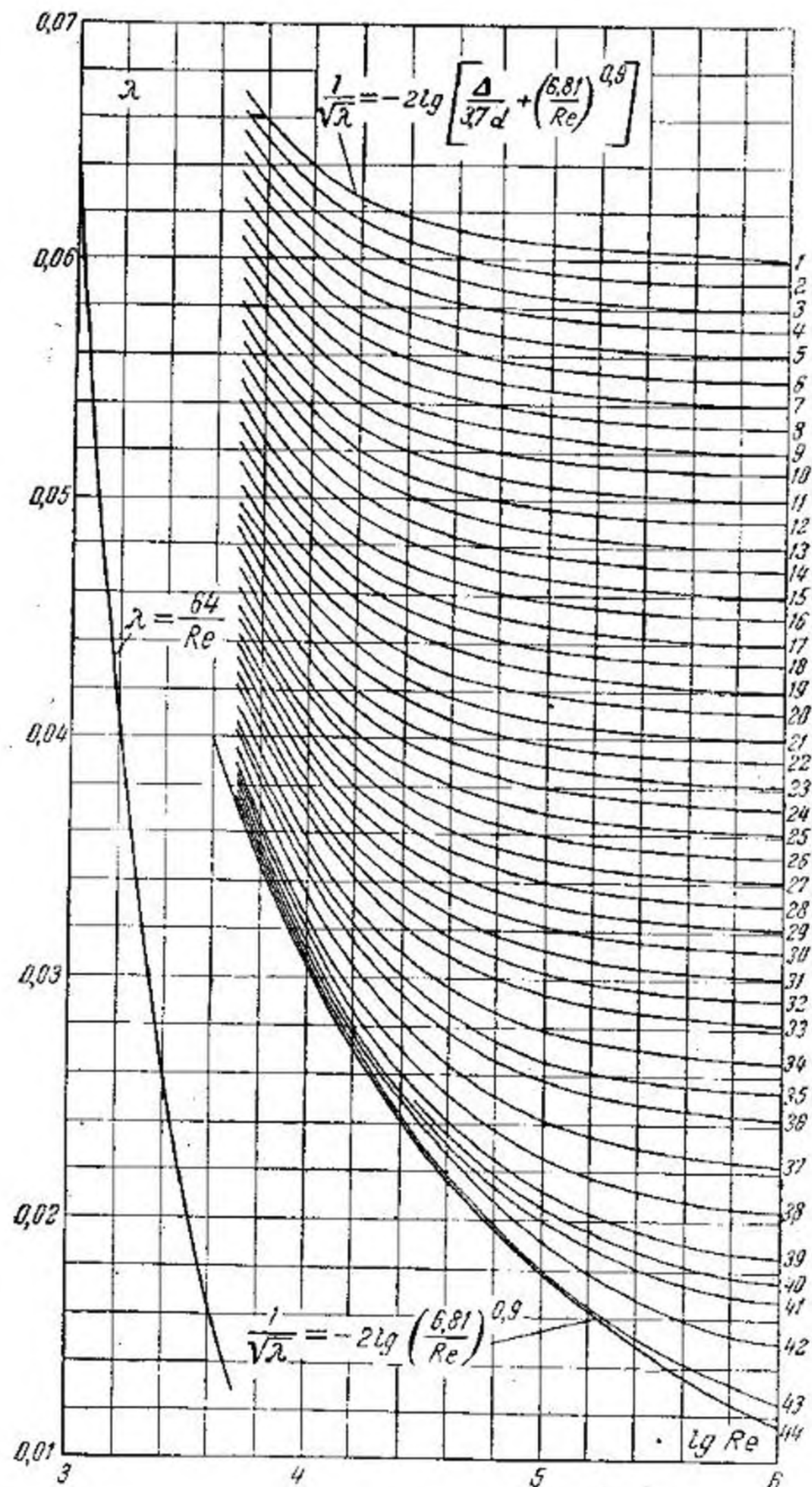
¹ Г. А. Мурин, Известия ВТИ, № 10, 1948.

² И. А. Исаев, см. сноску на стр. 225.

³ Ф. А. Шевелев, см. сноску на стр. 226.

⁴ Н. З. Френкель, Основы гидравлических расчетов, Гостолтехиздат, 1951.

⁵ И. И. Агроскин, Ф. И. Пикалов и Г. Т. Дмитриев, Гидравлика, 1954.



14-8. Некоторые другие эмпирические формулы и опытные данные для определения коэффициента λ в турбулентном движении при квадратичном режиме

Ниже приводятся эмпирические формулы, которые в настоящее время применяются в гидравлических расчетах.

1. Наибольшее распространение в советской практике имеет формула Н. Н. Павловского, полученная им в 1925 г. в результате исследования огромного экспериментального материала по движению главным образом в открытых каналах с гидравлическим радиусом $0,1 < R < 3$ м.

Формула Павловского может быть записана в виде:

$$\sqrt{\frac{8g}{\lambda}} = \frac{1}{n} R^y, \quad (14-53)$$

где $y = 2,5\sqrt{n} - 0,13 - 0,75\sqrt{R}(\sqrt{n} - 0,1)$;

$R = \frac{d}{4}$ — гидравлический радиус, м;

n — коэффициент шероховатости (подробнее см. табл. 24-1);

Фиг. 14-10. Зависимость коэффициента λ от $\lg Re$ по формуле автора.

(Каждая линия соответствует семейству трубопроводов с определенным значением $\frac{\Delta}{d}$)

№ линии $\frac{\Delta}{d}$	1 0,03365	2 0,03234	3 0,03104	4 0,02978	5 0,02853	6 0,02730	7 0,02609
№ линии $\frac{\Delta}{d}$	8 0,02491	9 0,02375	10 0,02260	11 0,02148	12 0,02039	13 0,01932	14 0,01827
№ линии $\frac{\Delta}{d}$	15 0,01725	16 0,01626	17 0,01529	18 0,01435	19 0,01343	20 0,01255	21 0,01170
№ линии $\frac{\Delta}{d}$	22 0,01087	23 0,010	24 0,00931	25 0,00857	26 0,00786	27 0,00719	28 0,00654
№ линии $\frac{\Delta}{d}$	29 0,00593	30 0,00535	31 0,00480	32 0,00428	33 0,00380	34 0,00310	35 0,00255
№ линии $\frac{\Delta}{d}$	36 0,00219	37 0,00157	38 0,00108	39 0,00069	40 0,00064	41 0,00041	42 0,00022
№ линии $\frac{\Delta}{d}$	43 0,000037						

$\frac{1}{n} = 90$ — для новых труб;

$\frac{1}{n} = 80$ — для нормальных условий;

$\frac{1}{n} = 70$ — для старых труб, находящихся долгое время в употреблении;

d — диаметр трубопровода, м;

$g = 9,81 \text{ м/сек}^2$ — ускорение силы тяжести.

В табл. 14-3 приведены значения λ , вычисленные по формуле Н. Н. Павловского (14-53).

Таблица 14-3

Значения коэффициента λ , вычисленные по формуле Павловского

$d, \text{ м}$	n			$d, \text{ м}$	n		
	1/90	1/80	1/70		1/90	1/80	1/70
27	0,03665	0,05430	0,08562	159	0,02276	0,03178	0,04666
35,75	0,03390	0,04983	0,07778	205	0,02127	0,02943	0,04358
41	0,03288	0,04786	0,07418	207	0,02117	0,02927	0,04344
53	0,03061	0,04425	0,06795	257	0,02001	0,02755	0,03960
68	0,02872	0,04103	0,06243	259	0,02001	0,02739	0,03828
80,5	0,03739	0,03907	0,05892	307	0,01915	0,02606	0,03722
81	0,02731	0,03900	0,05883	357	0,01836	0,02500	0,03540
100	0,02582	0,03656	0,05465	361	0,01829	0,02488	0,03527
106	0,02527	0,03593	0,05335	402	0,01782	0,02409	0,03386
131	0,02401	0,03367	0,04986	468	0,01711	0,02300	0,03229
158	0,02284	0,03186	0,04674				

Данные табл. 14-3, соответствующие квадратичным режимам и охватывающие типы трубопроводов, перечисленных в табл. 24-1, с большой точностью укладываются в формулу

$$\lambda = \frac{a}{d^v}, \quad (14-54)$$

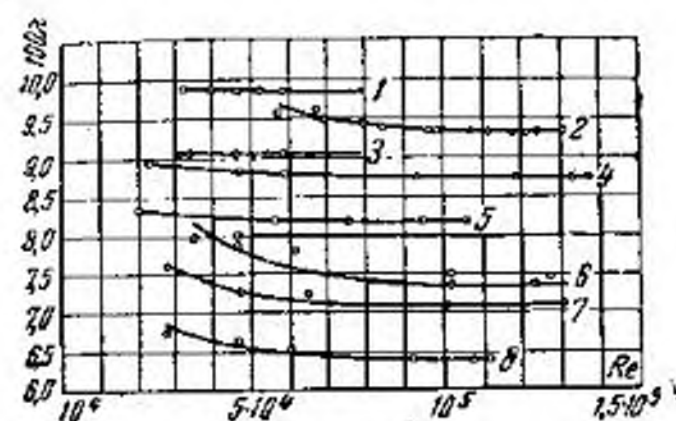
в которой по исследованиям автора для размеров диаметров, выраженных в метрах,

$$\text{для } n = \frac{1}{70} \quad a = 0,025; \quad v = 0,3397;$$

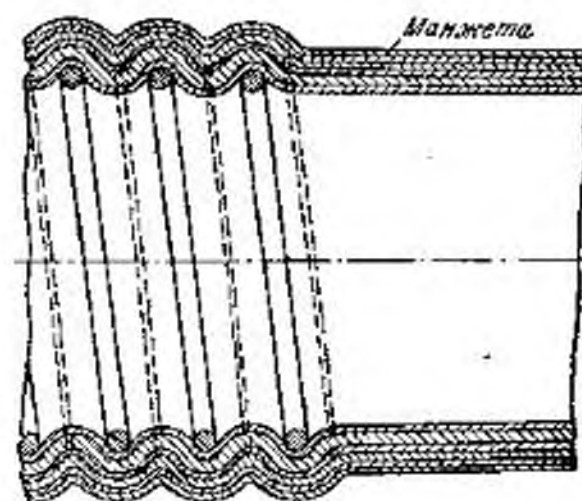
$$n = \frac{1}{80} \quad a = 0,0192; \quad v = 0,2798;$$

$$n = \frac{1}{90} \quad a = 0,01395; \quad v = 0,2673.$$

Формула была проверена автором для трубопроводов диаметром до $d = 1,0 \text{ м}$. Для диаметров в дециметрах соответственно имеем $a = 0,05465$; $a = 0,03656$ и $a = 0,02582$.



Фиг. 14-11. Зависимость коэффициента λ от Re для шлангов, показанных на фиг. 14-12. Шланги испытывались уложенными как на прямую, так и свернутыми в одно и два кольца с радиусом $r = 1,5 \div 1 \text{ м}$. 1 — шланг $d = 25 \text{ мм}$ с двумя кольцами; 2 — $d = 50 \text{ мм}$ с двумя кольцами; 3 — $d = 25 \text{ мм}$ — на прямую; 4 — $d = 50 \text{ мм}$ с одним кольцом; 5 — $d = 50 \text{ мм}$ — на прямую; 6 — $d = 75 \text{ мм}$ с тремя кольцами; 7 — $d = 75 \text{ мм}$ с двумя кольцами; 8 — $d = 75 \text{ мм}$ — на прямую.



Фиг. 14-12. Схема шланга всасывающего и напорного типа.

2. Формула Скобея для деревянных труб, для воды и метровых размеров (ГОСТ 3393-46):

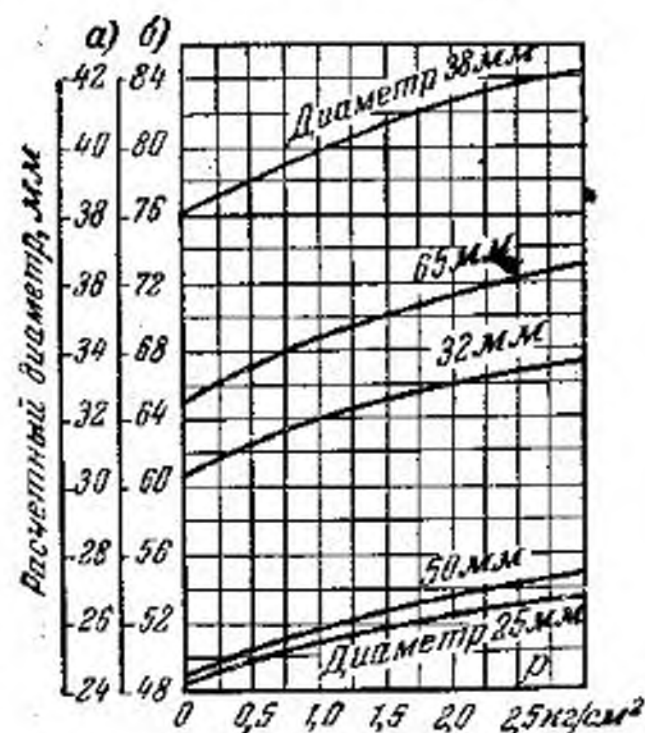
$$\lambda = \frac{0,01738}{v^{0,2} d^{0,17}}. \quad (14-55)$$

3. Формула Кукушкина¹ для асбесто-цементных водопроводных труб и метровых размеров

$$\lambda = \frac{0,01085}{v^{0,192} d^{0,236}}. \quad (14-56)$$

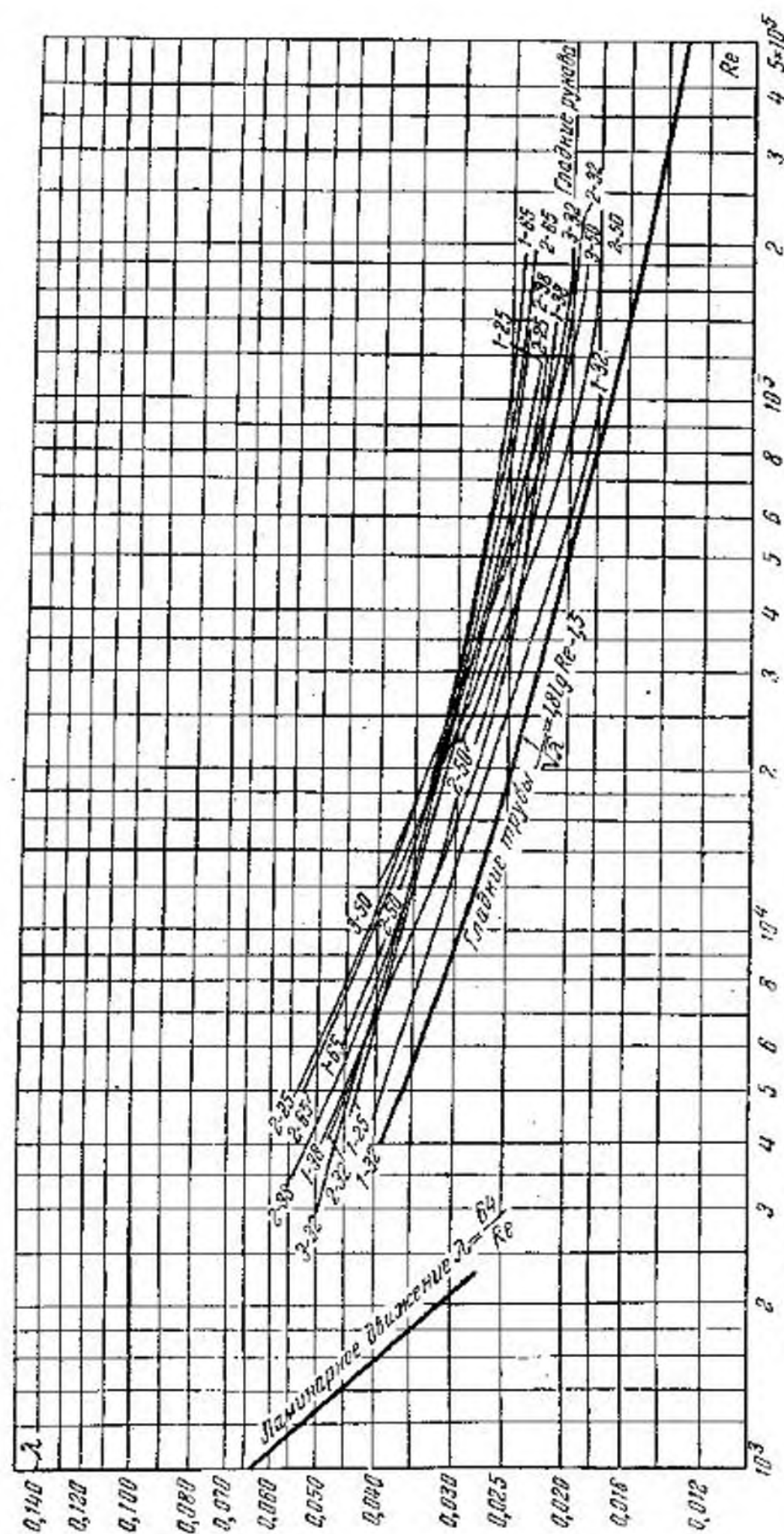
На фиг. 14-11 по исследованиям автора дана зависимость λ от Re для гибких резиновых шлангов, армированных внутри железной проволокой, образующей внутри шланга спираль (фиг. 14-12).

Для расчета гибких неармированных шлангов необходимо определять расчетный диаметр в зависимости от рабочего давления и номинального диаметра шланга согласно фиг. 14-13; значение коэффициента λ для этих шлангов принимать по фиг. 14-14.



Фиг. 14-13. Зависимость расчетного диаметра гладкого шланга от давления в потоке, по данным ВОДГЕО.

¹ П. М. Межиборский, А. Д. Григорьев, Таблицы для гидравлического расчета асбесто-цементных труб, Госстройиздат, Москва, 1953.



Фиг. 14-14. Зависимость коэффициента λ от $\lg Re$ для гладких шлангов по данным ВОДГЕО (В. Ф. Толымана и Ф. А. Шевелева). Цифры указывают номер исследованного шланга и номинальный диаметр его в миллиметрах.

Для других типов можно принимать ориентировочно:
 для обыкновенных пеньковых рукавов $\lambda = 0,0418$;
 для хорошего кожного рукава $\lambda = 0,0270$.

14-9. Формулы для определения в турбулентном движении потерь удельной энергии в случае труб некруглого сечения

Опыт показывает, что формулами, определяющими потери энергии в турбулентном движении в круглых трубах, можно пользоваться при любых сечениях трубопровода, заменяя в них число Рейнольдса и диаметр труб значениями, выраженными через гидравлический радиус. В этом случае формулы примут вид:

$$h_d = \lambda \frac{l}{4R} \frac{v^2}{2g}; \quad (14-57)$$

$$Re_R = \frac{Rv}{\nu}. \quad (14-58)$$

Для гладких труб

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 1,8 \lg Re_R - 0,416. \quad (14-59)$$

Универсальная формула

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left[\frac{\Delta}{14,8R} + \left(\frac{1,7}{Re_R} \right)^{0,9} \right]. \quad (14-60)$$

Для квадратичной зоны наибольшее распространение получила формула Павловского (14-53).

14-10. Неизотермическое турбулентное движение в круглой трубе. Коэффициент λ и определение потерь удельной энергии

Потери удельной энергии в неизотермическом турбулентном потоке в доквадратичной области можно найти тем же методом, который применялся и для определения потерь в ламинарном потоке (§ 12-7), а именно — или графоаналитически (фиг. 12-15) по формуле (12-50), или по данным Михеева, результаты опытов которого для ламинарного и турбулентного движения изображены на фиг. 12-16 и 12-17.

Расчет потерь в квадратичной области неизотермического потока не отличается от такого же расчета для изотермического потока, так как для квадратичной области $\lambda = \text{const}$ и не зависит от температуры жидкости.

Глава пятнадцатая

МЕСТНЫЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ

15-1. Коэффициент местного сопротивления
и влияние на него числа Рейнольдса

При протекании жидкости через местное сопротивление (вход в трубу, колено, клапан и т. д.) всегда происходит деформация потока, обуславливающая совместно с вязкостью дополнительное гидравлическое сопротивление.

В местном сопротивлении, как и в прямом трубопроводе, часть работы, совершаемой силами, действующими на жидкость, превращается в тепловую энергию. Причиной этих дополнительных потерь являются возникающие в потоке дополнительные вихреобразования.

Общий вид формулы для определения потерь удельной энергии в местном сопротивлении был получен в § 11-5 [формула (11-19)] в виде:

$$h_m = \zeta_m \frac{v^2}{2g}, \quad (15-1)$$

где ζ_m — коэффициент местного сопротивления, зависящий вообще от числа Re , формы местного сопротивления, шероховатости его поверхностей и т. д., а для запорных устройств также и от степени их открытия.

Таким образом, потеря удельной энергии в местном сопротивлении определяется в долях удельной кинетической энергии (скоростного напора).

Весьма часто сечения трубопроводов, а потому и средняя скорость потока перед местным сопротивлением и за ним бывают разными. Согласно формуле (15-1) потери удельной энергии могут быть вычислены через скоростной напор как перед местным сопротивлением, так и за ним. Поэтому коэффициент ζ_m может быть отнесен к любому из этих скоростных напоров, но будет при этом, конечно, иметь разное значение (обратно пропорциональное скоростным напорам).

Вследствие сложности явлений, происходящих в жидкости, протекающей через местное сопротивление, удалось формулу для коэффициента ζ_m получить теоретически лишь для некоторых простейших видов местных сопротивлений. Для подавляющего их числа коэффициент ζ_m определяется экспериментально, а его значения приводятся в гидравлических справоч-

никах¹. Для некоторых видов местных сопротивлений эти коэффициенты приведены в табл. 15-1—15-7.

Из сопоставления формул (11-18) и (11-19) следует, что коэффициент ζ_m эквивалентен $\lambda \frac{l}{d}$. Поэтому часто потери энергии в местном сопротивлении рассматривают как потери на эквивалентной длине l , прямого трубопровода, определяя эквивалентную длину по формуле:

$$\frac{l}{d} = \frac{\zeta_m}{\lambda}. \quad (15-2)$$

Формула (15-2) позволяет весьма просто оценивать роль потерь удельной энергии в местном сопротивлении по сравнению с потерями по длине в общем балансе потерь.

Значения коэффициентов местного сопротивления, полученные опытным путем, можно применять только для исследованного местного сопротивления и для сопротивления, ему во всем подобно. Небольшое отступление в соотношениях размеров местного сопротивления от опытного образца, другая шероховатость смачиваемых потоком поверхностей часто сильно изменяют значение коэффициента местного сопротивления.

При определении коэффициентов ζ_m следует также иметь в виду, что на его значение существенное влияние оказывают условия подхода жидкости к пункту его расположения, так как нарушение потока, обусловленное местным сопротивлением, часто начинается на значительном от него расстоянии и заканчивается иногда далеко за ним. Близкое взаимное расположение местных сопротивлений существенно влияет на значения их коэффициентов. По имеющимся опытным данным общий коэффициент нескольких близко расположенных местных сопротивлений часто бывает меньше арифметической суммы отдельных коэффициентов, присущих этим сопротивлениям.

Поэтому большинство значений коэффициентов ζ_m , приводимых в таблицах, следует рассматривать как некоторые средние. Это относится особенно к запорным устройствам с сечениями сложной формы. Весьма часто два номинально одинаковых запорных устройства имеют разное значение ζ_m . В тех случаях, когда влияние этих коэффициентов на гидравлический расчет велико, а надежных опытных данных не имеется, следует рекомендовать организацию соответствующих опытов.

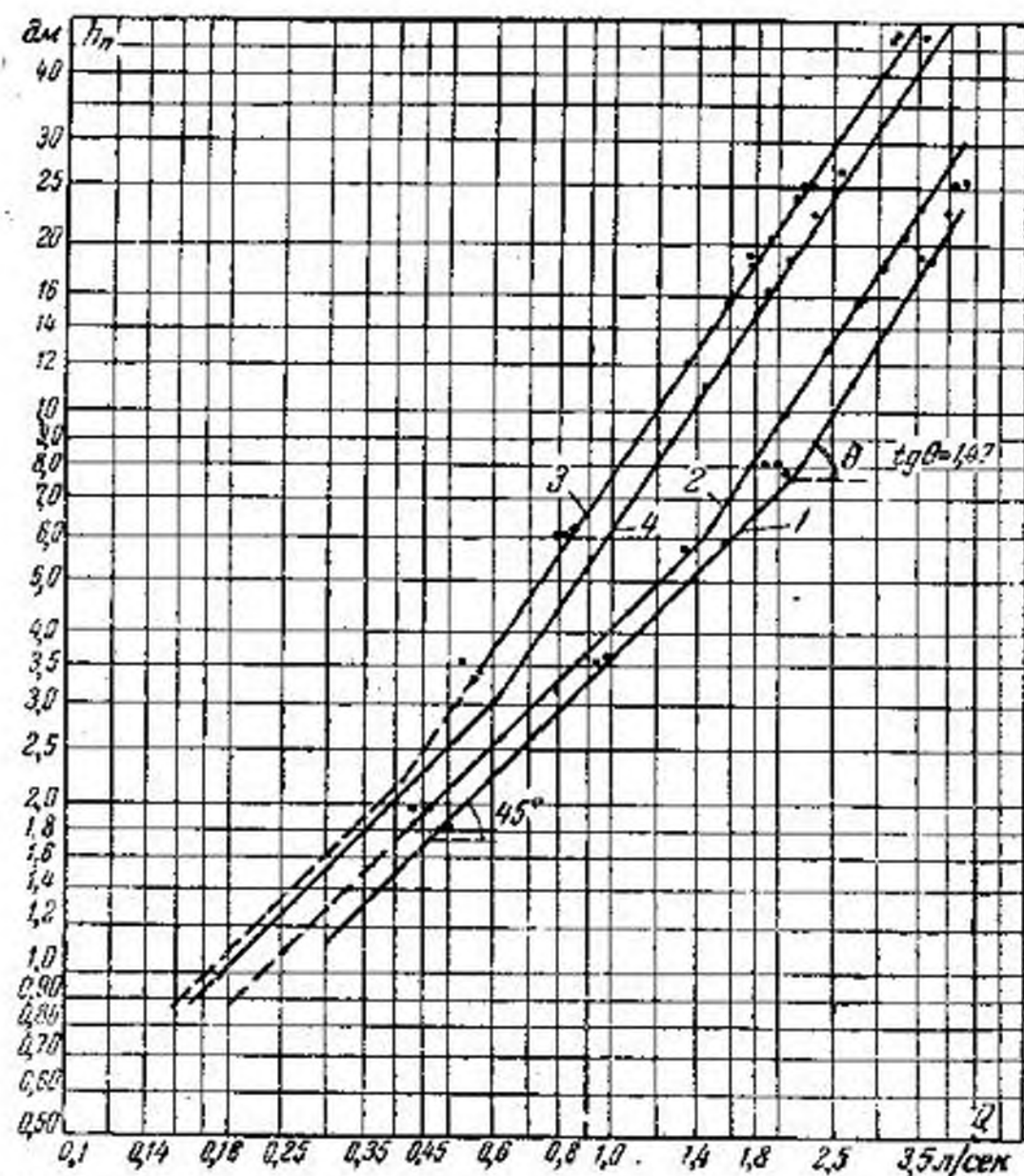
Влияние числа Re на значение коэффициента местного сопротивления особенно проявляется при малых числах Re , кото-

¹ П. Г. Киселев, Справочник по гидравлическим расчетам, Госэнергоиздат, 1950.

М. А. Мостков, Гидравлический справочник, Гос. изд. литературы по строительству и архитектуре, 1954.

И. Н. Павловский, Краткий гидравлический справочник, Стройиздат Наркомстроя, 1940.

рым в трубопроводе без местного сопротивления соответствует ламинарное движение. При наличии местного сопротивления нарушение режима движения происходит раньше. На фиг. 15-1 показана зависимость потерь удельной энергии при прокачке жидкости по трубе $d = 38$ мм без местного сопротивления (линия 1) и с местными сопротивлениями от расхода.



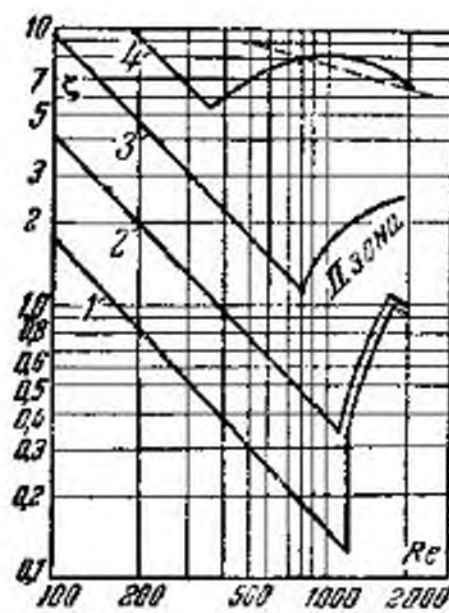
Фиг. 15-1. Зависимость потерь удельной энергии от Q в области малых значений Re при прокачке масла по трубе $d = 38$ мм без местного сопротивления — линия 1 и с местным сопротивлением — линия 2 — вентиль с косым затвором, линия 3 и 4 — вентиль обыкновенный. Расходу $Q = 1.5$ л/сек соответствовало $Re = 517$.

В турбулентном движении влияние на коэффициент местного сопротивления числа Re незначительно и поэтому в турбулентном движении коэффициент ζ_m считают практически от Re независимым. На фиг. 15-2 и 15-3 приведены зависимости ζ_m и ζ_m/λ от Re для некоторых типов местных сопротивлений, показанных на фиг. 15-4.

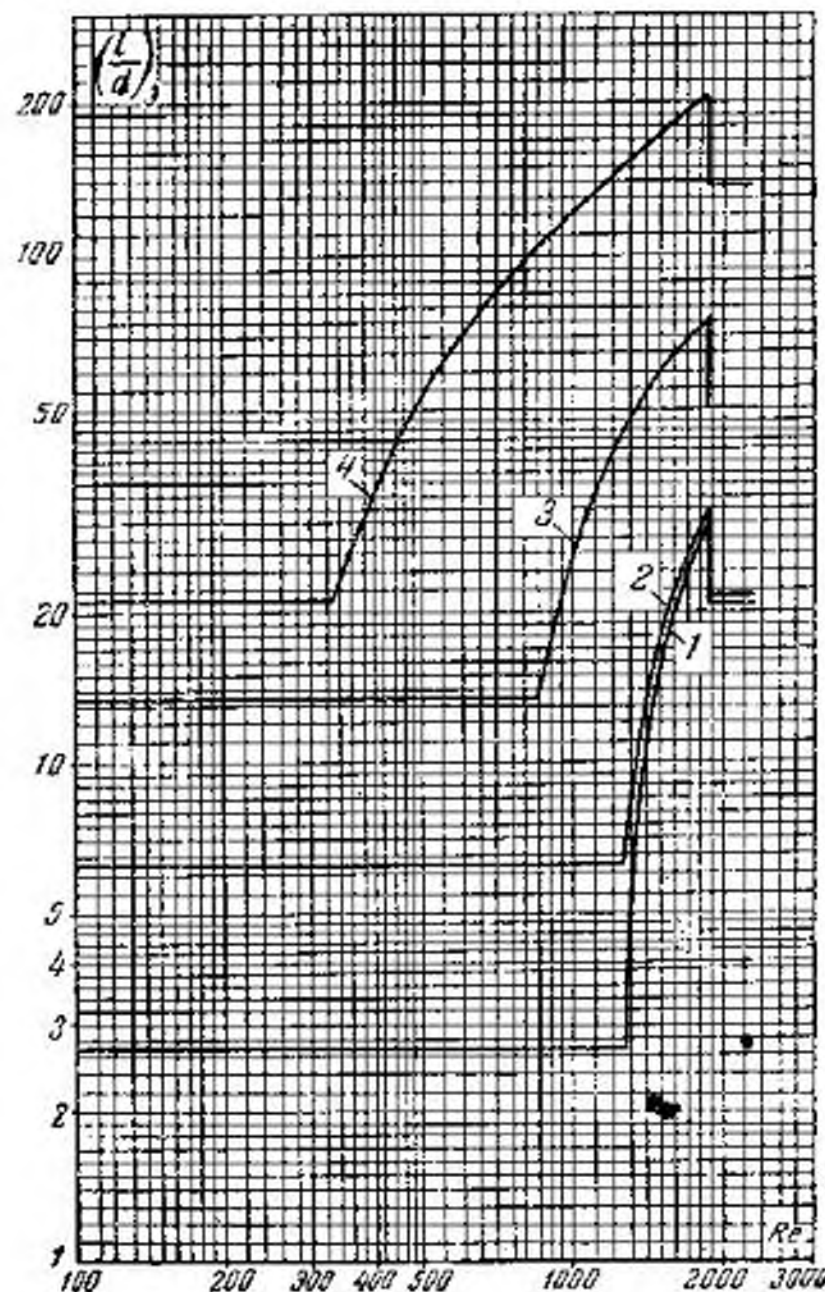
Данные, показанные на фиг. 15-2 и 15-3, соответствовали сле-

дующим условиям. Местное сопротивление было установлено в середине достаточно длинного трубопровода. В самом трубопроводе без местного сопротивления устанавливался ламинарный режим, сохранявшийся до значений $Re = 1850$. При наличии на трубопроводе местного сопротивления нарушение ламинарного течения происходило при тем меньших значениях Re , чем больше возмущений вносило местное сопротивление в поток.

При анализе влияния числа Re на коэффициент ζ_m следует различать несколько зон, характеризующихся своими законами гидравлических сопротивлений. Границы значений Re , которые опре-



Фиг. 15-2. Зависимость коэффициента ζ от Re в области малых значений числа Re запорных устройств, показанных на фиг. 15-4.



Фиг. 15-3. Зависимость ζ/λ от Re в области малых значений чисел Re запорных устройств, показанных на фиг. 15-4.

деляют область применения того или иного из этих законов, могут быть установлены для каждого местного сопротивления только экспериментально.

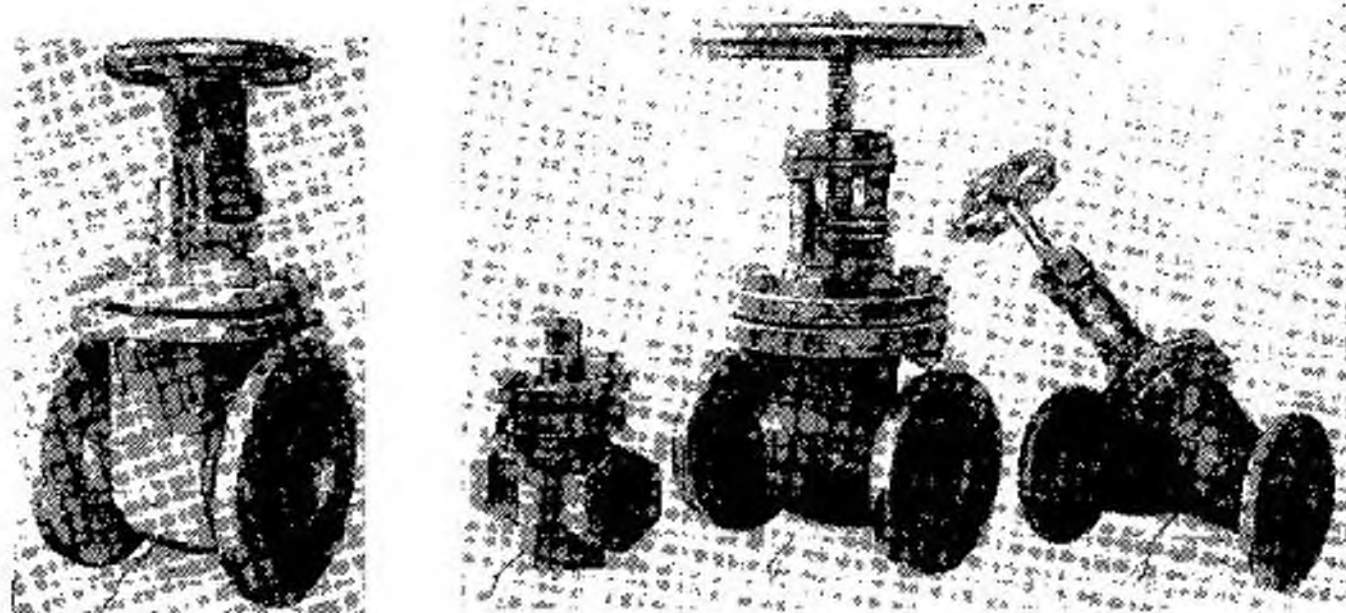
Первая зона. В этой зоне потеря удельной энергии при протекании жидкости через местное сопротивление, так же как и потери энергии по длине трубопровода в ламинарном движении

на сформированном участке, пропорциональна скорости и расходу в первой степени. В этой зоне коэффициент местного сопротивления определяется по формуле

$$\zeta_{\text{ж}} = \frac{A}{Re} \quad (15-3)$$

в которой A имеет значения, приведенные в табл. 15-1.

Вторая зона характеризуется тем, что в трубопроводе без местного сопротивления поток является еще ламинарным, но вследствие местного сопротивления ламинарное движение в трубопроводе нарушается. Потери напора по длине самого



Фиг. 15-4. Общий вид запорных устройств.

1 — пробочный кран; 2 — задвижка; 3 — вентиль с косым затвором; 4 — вентиль обыкновенный.

трубопровода на участке местного сопротивления должны определяться по основной формуле с коэффициентом $\lambda = 64/Re$. Коэффициент $\zeta_{\text{ж}}$ в этой области подчиняется сложной зависимости. Его значения находят по данным специальных опытов. В некоторых случаях коэффициент $\zeta_{\text{ж}}$ можно выразить формулой

$$\zeta_{\text{ж}} = \frac{B}{Re^x} \quad (15-4)$$

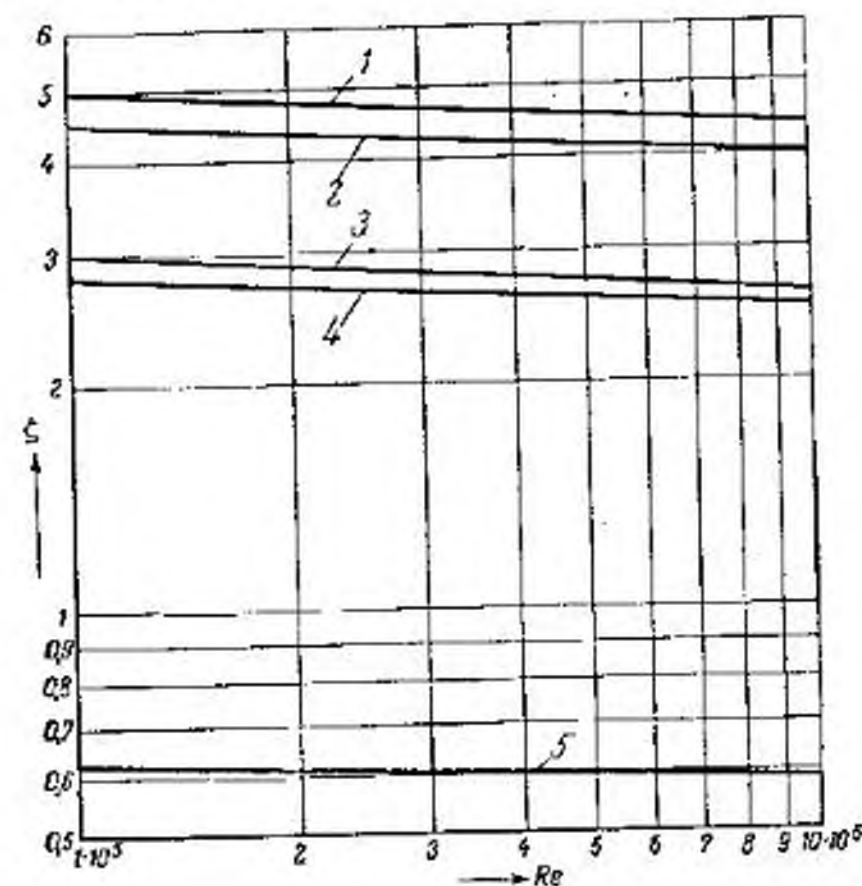
Например, для обыкновенного вентиля (фиг. 15-4) можно принять $x = 0,27$. Значения коэффициента B для вентилях одного и того же типа, но отличающихся относительными размерами и некоторыми деталями (формой клапана, формой проходного отверстия), приведены в табл. 15-1. При $x = 0,27$ потери удельной энергии оказываются пропорциональными скорости или расходу в степени 1,73 (пунктир на фиг. 15-2).

Таблица 15-1

Значения коэффициентов A , B и C в формулах для определения коэффициентов местного сопротивления в ламинарной области

Наименование сопротивления	Расчетный диаметр, мм	1 зона	2 зона	3 зона
		A	B	C
Вентиль обыкновенный	27	4 950	88	565
	27	3 580	69	442
	41	3 020	84	524
	41	2 700	55	337
	53	1 778	50	369
Вентиль с косым затвором	41	945	—	86
	53	889	—	136
	75	950	—	—
Задвижка	53	400	—	59
	100	347	—	—
Пробочный кран	53	177	—	55

Третья зона характеризуется нарушением ламинарного движения в самом трубопроводе и без местного сопротивления. Исследования автора показали, что в этом случае потери напора в местном сопротивлении оказываются пропорциональными



Фиг. 15-5. Зависимость коэффициента ζ от Re в области турбулентного движения.

1 и 2 — обыкновенный вентиль; 3 — вентиль улучшенный; 4 — вентиль с косым затвором; 5 — вентиль прямооточный.

скорости (или расходу) в степени 1,47 (фиг. 15-1), а коэффициент местного сопротивления вычисляется по формуле

$$\zeta_m = \frac{C}{Re^{0.53}}, \quad (15-5)$$

где C имеет значения, приведенные в табл. 15-1.

Четвертая зона соответствует разившемуся турбулентному движению и характеризуется малым влиянием числа Re на значение ζ_m (фиг. 15-5).

Пятая зона также соответствует разившемуся турбулентному движению, но характеризуется отсутствием влияния числа Re на значение ζ_m . По аналогии с пятой зоной для коэффициента λ назовем ее квадратичной.

Как указывалось выше, влияние числа Re на коэффициент ζ_m в четвертой зоне незначительно, поэтому в практике гидравлических расчетов четвертую зону рассматривают так же, как квадратичную.

Заметим, что хотя сделанные выводы справедливы, строго говоря, лишь для исследованных типов местных сопротивлений, однако нет оснований не распространить их на другие типы.

15-2. Потеря энергии при внезапном расширении потока. Теорема Борда-Карно

Внезапное расширение потока относится к тем случаям, в которых формула для потерь энергии может быть выведена с некоторыми допущениями теоретически.

Рассмотрим поток при сопряжении двух цилиндрических труб разного диаметра (внезапное расширение) (фиг. 15-6). Жидкость вытекает из трубы меньшего сечения ω_1 в виде струи. На некотором расстоянии от начала расширения струя смешивается с окружающей ее жидкостью, увлекая ее в движение. После перемешивания живое сечение потока увеличивается и делается равным ω_2 . Скорость v_2 вычисляется согласно уравнению неразрывности по формуле

$$v_2 = v_1 \frac{\omega_1}{\omega_2}.$$

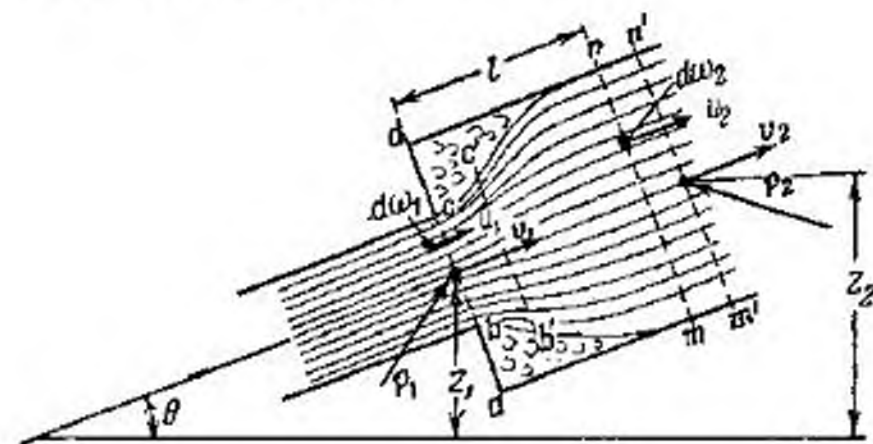
Вследствие весьма интенсивного вихревого движения приходит в движение масса жидкости, находящаяся в объеме cdn — abm , почти не принимающая участия в главном движении вдоль оси. Эту область иногда не вполне точно называют застойной зоной.

Для определения величины энергии, теряемой вследствие внезапного расширения, воспользуемся уравнением Бернулли, для участка потока, ограниченного сечениями ad и mn . По сечению

ad гидродинамическое давление распределяется почти по закону гидростатики, т. е. в этом сечении давления подчиняются уравнению

$$z + \frac{p}{\gamma} = \text{const.}$$

Если сечение mn расположено достаточно далеко от начала расширения, то тот же закон распределения давления можно считать существующим и в нем.



Фиг. 15-6. Схема струйного потока при внезапном расширении.

В связи с выбором сечений с гидростатическим законом распределения давлений воспользуемся уравнением Бернулли в виде:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_m,$$

откуда искомая величина потерь во внезапном расширении

$$h_{s.p} = (z_1 - z_2) + \frac{p_1 - p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1^2 - \alpha_2 v_2^2}{2g}.$$

Выразим величину $h_{s.p}$ через скорости, воспользовавшись тем, что dq — приращение проекции на ось потока количества движения системы материальных точек, находящихся в объеме $admn$, равна проекции на ту же ось импульса внешних сил, действующих на них. Вычислим приращение количества движения рассматриваемого объема жидкости за время dt .

За время dt струя $cbtmn$, состоящая из элементарных струек, переместится в положение $c'b't'm'n'$. Благодаря этому произойдет изменение количества движения жидкости, заключенной в объеме $admn$. Принимается, что движение жидкости является установившимся, а жидкость в застойной зоне не участвует в главном движении. Поэтому приращение количества движения жидкости в объеме $admn$ за время dt будет равно разности количеств движения жидкости в объемах $mnm'n'$ и $bc'b'c'$. Обозначая че-

рез u_1 и u_2 местные скорости в сечениях bc и mn , а через $\delta\omega$ — площади живых сечений элементарных струек, найдем, что

$$dq = \rho \left(\int_{\omega_2} u_2^2 d\omega - \int_{\omega_1} u_1^2 d\omega \right) dt.$$

Каждый из членов правой части определяет количество движения массы, протекающей в единицу времени через живое сечение потока (секундное количество движения). Выражая эти интегралы согласно формуле (10-14) через средние скорости:

$$\int_{\omega_2} \rho u_2^2 d\omega = \beta_2 \rho v_2^2 \omega_2,$$

$$\int_{\omega_1} \rho u_1^2 d\omega = \beta_1 \rho v_1^2 \omega_1,$$

получим:

$$\frac{dq}{dt} = \rho (\beta_2 v_2^2 \omega_2 - \beta_1 v_1^2 \omega_1).$$

Теперь определим проекцию на ось (на направление движения) импульсов внешних сил, действующих на систему частиц жидкости, заключенных в рассматриваемом объеме.

Внешними силами, проецирующимися на ось движения, будут:

1) вес жидкости в рассматриваемом объеме, а именно

$$G = \gamma \omega_2 l,$$

где l — длина рассматриваемого отсека;

2) силы давления:

в плоскости mn — сила давления жидкости на поверхность рассматриваемого сечения mn ;

в плоскости ad — сила давления жидкости на поверхность рассматриваемого сечения bc , а также реакция стенки трубы ab и cd .

Внешними силами трения пренебрегаем.

Ввиду того, что в сечениях cd и mn давления распределяются по гидростатическому закону, для определения сил, действующих на поперечные сечения, необходимо величину площадей умножить на давление в их центре тяжести, которое мы принимаем равным p_1 и p_2 . Имея в виду, что площади поперечных сечений ad и mn равны между собой и равны ω_2 , для проекции импульса Fdt получим следующее выражение:

$$Fdt = [(\rho_1 - \rho_2) \omega_2 - \gamma \omega_2 l \sin \theta] dt.$$

Так как на основании закона количества движения $Fdt = dq$, то получим:

$$(\rho_1 - \rho_2) \omega_2 - \gamma \omega_2 l \sin \theta = \rho (\beta_2 v_2^2 \omega_2 - \beta_1 v_1^2 \omega_1).$$

Из уравнения неразрывности следует:

$$v_1 \omega_1 = v_2 \omega_2.$$

Подставляя значение $v_1 \omega_1$ и $\sin \theta = \frac{z_2 - z_1}{l}$ и сокращая на $\gamma \omega_2$, получим:

$$(z_1 - z_2) + \frac{\rho_1 - \rho_2}{\gamma} = \frac{\beta_2 v_2^2 - \beta_1 v_1^2}{g}.$$

Подставляя $(z_1 - z_2) + \frac{\rho_1 - \rho_2}{\gamma}$ в уравнение $h_{e.p.}$, найдем:

$$h_{e.p.} = \frac{\beta_2 v_2^2 - \beta_1 v_1^2}{g} + \frac{\alpha_1 v_1^2 - \alpha_2 v_2^2}{2g}. \quad (15-6)$$

Отсюда

$$h_{e.p.} = \frac{v_1^2}{2g} \left(2\beta_2 \frac{\omega_1^2}{\omega_2^2} - 2\beta_1 \frac{\omega_1}{\omega_2} + \alpha_1 - \alpha_2 \frac{\omega_1^2}{\omega_2^2} \right), \quad (15-7)$$

или

$$h_{e.p.} = \frac{v_2^2}{2g} \left(2\beta_2 - 2\beta_1 \frac{\omega_2}{\omega_1} + \alpha_1 \frac{\omega_2^2}{\omega_1^2} - \alpha_2 \right). \quad (15-8)$$

Обозначая соответствующие выражения в скобках через ζ_1 и ζ_2 , получим:

$$h_{e.p.} = \zeta_{e.p.1} \frac{v_1^2}{2g} = \zeta_{e.p.2} \frac{v_2^2}{2g}. \quad (15-9)$$

При турбулентном движении обычно считают $\alpha = \beta = 1$. Тогда формула (15-6) обращается в формулу Борда-Карно, имеющую вид:

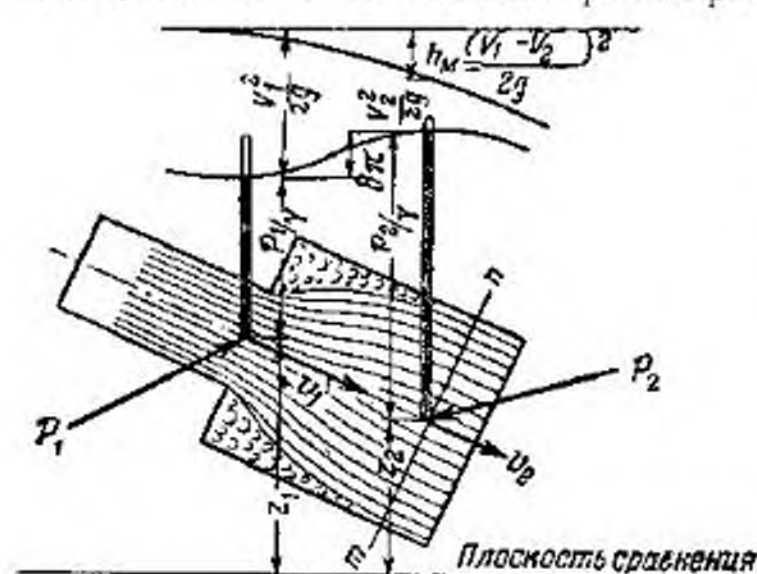
$$h_{e.p.} = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g}. \quad (15-10)$$

При таком допущении потеря удельной энергии в турбулентном потоке вследствие внезапного расширения равна скоростному напору, соответствующему потерянной скорости, и в этом случае, как следует из формулы (15-10),

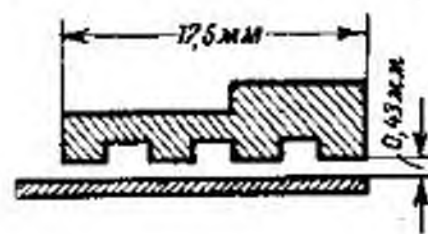
$$\zeta_{e.p.1} = \left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2} \right)^2; \quad (15-11)$$

$$\zeta_{e.p.2} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} - 1 \right)^2. \quad (15-12)$$

На фиг. 15-7 построена диаграмма уравнения Бернулли для участка с внезапным расширением для $\beta = \alpha = 1$.



Искусственное создание сопротивлений, обусловленных внезапным расширением, находит широкое применение в устройстве так называемых лабиринтных уплотнений



Фиг. 15-7. Диаграмма уравнений Бернулли для внезапного расширения.

Фиг. 15-8. Схема лабиринтного уплотнения.

(фиг. 15-8). Например, при кольцевом зазоре 0,43 мм расход через кольцевую щель ($d=105$ мм) уменьшается на 16—35% (в зависимости от формы кромок) по сравнению с расходом через ту же щель, но без лабиринта.

15-3. Потеря энергии при выходе потока из трубопровода в большой резервуар

В рассматриваемом случае, являющемся частным видом внезапного расширения, обычно принимается $\frac{\omega_1}{\omega_2} \approx 0$. Согласно формуле (15-7) будем иметь:

$$h_e = \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g}, \quad (15-13)$$

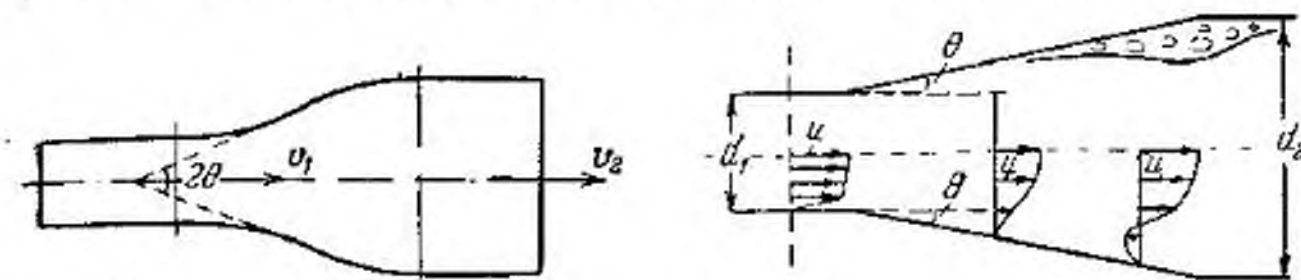
т. е.

$$\zeta_e = \alpha_1.$$

15-4. Потеря энергии при постепенном расширении потока (диффузор)

При протекании жидкости через диффузор (фиг. 15-9 и 15-10) огромное влияние на конфигурацию потока оказывают угол θ и длина диффузора. Наиболее благоприятные условия создаются тогда, когда расширение потока происходит плавно и вся жидкость течет в одном направлении, не отрываясь от стенок. Однако при значительных углах θ ($2\theta > 8-9^\circ$), как показывает опыт, в диффузоре появляются обратные течения. Обуславливается это тем, что в диффузоре происходит увеличение давления

в направлении движения, вызываемое уменьшением скорости вследствие расширения. Это увеличение давления оказывает особенно сильное затормаживающее влияние у стенок, где скорость всегда значительно меньше, чем в центральной части потока. При углах $2\theta > 8-9^\circ$ скорость в пристенном слое в его некотором



Фиг. 15-9. Постепенное расширение (диффузор).

Фиг. 15-10. Схема потока в диффузоре.

сечении обращается в нуль, а за этим сечением скорость приобретает направление, противоположное главному течению. В подобных случаях распределение скоростей в диффузоре приобретает вид, показанный на фиг. 15-10.

Весьма важной характеристикой потока в диффузоре является так называемый коэффициент диффузорности $\eta_{дифф}$, вычисляемый по формуле

$$\eta_{дифф} = \frac{z_2 - z_1 + \frac{p_2 - p_1}{\gamma}}{\alpha_1 \frac{v_1^2}{2g}}. \quad (15-14)$$

Этот коэффициент определяет способность диффузора преобразовывать по его длине кинетическую энергию в потенциальную.

Потери удельной энергии можно определить из уравнения Бернулли, выразив их через $\eta_{дифф}$, воспользовавшись при этом формулой (15-14), откуда следует, что

$$h_{дифф} = \left(\alpha_1 - \alpha_1 \eta_{дифф} - \alpha_2 \frac{\omega_1^2}{\omega_2} \right) \frac{v_1^2}{2g}, \quad (15-15)$$

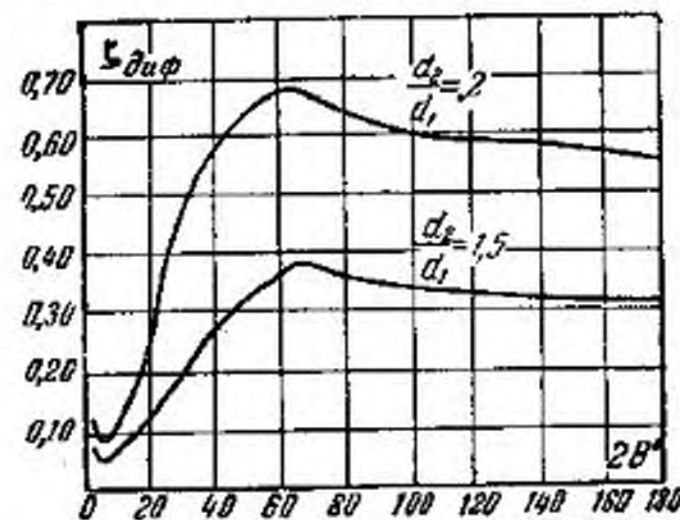
где

$$\zeta_{дифф} = \alpha_1 - \alpha_1 \eta_{дифф} - \alpha_2 \frac{\omega_1^2}{\omega_2} \quad (15-16)$$

На фиг. 15-11 приведены значения $\zeta_{дифф}$ в зависимости от угла θ и d_1/d_2 . Наибольший интерес представляет тот факт, что минимум потерь соответствует почти одному и тому же углу $2\theta = 7-9^\circ$ (угол отрыва потока), а максимум, соответствующий углу $2\theta = 65-70^\circ$, превосходит потери, соответствующие внезапному расширению ($2\theta = 180^\circ$). Из последнего

следует, что переходы в виде диффузоров с углом $2\theta > 40 \div 60^\circ$ следует заменять внезапным расширением, как дающим меньшие потери энергии.

В длинных диффузорах существенное влияние на суммарные потери энергии оказывают потери по длине. Их величину ориентировочно можно вычислить по формуле



Фиг. 15-11. Значения коэффициента ζ_{diff} для постепенного расширения (диффузора) в зависимости от угла θ .

$$\int_0^l \lambda \frac{dl}{d} \frac{Q^2}{2g\omega^2} = \frac{\lambda}{8 \operatorname{tg} \theta} \left(1 - \frac{d_1^4}{d_2^4} \right) \frac{v_1^2}{2g}, \quad (15-17)$$

где v_1 — средняя скорость потока в сечении с диаметром d_1 ;

$$dl = \frac{d(d)}{2 \operatorname{tg} \theta};$$

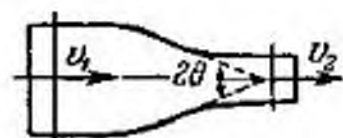
λ — коэффициент сопротивления трения по длине, принимаемый за постоянный и вычисляемый по среднему диаметру.

Из (15-17) следует, что коэффициент сопротивления, соответствующий потерям только по длине, равен:

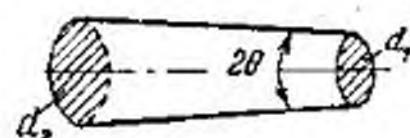
$$\zeta_{diff, \text{дл}} = \frac{\lambda}{8 \operatorname{tg} \theta} \left(1 - \frac{d_1^4}{d_2^4} \right). \quad (15-18)$$

15-5. Потеря энергии при постепенном сужении потока (конфузор)

При коротком хорошем закруглении (см. фиг. 20-14) или коническом сужении (фиг. 15-12) ($l/d \approx 3$) потери энергии практически могут считаться равными нулю. Коэффициент местного сопротивления, отнесенный к скорости v_2 , имеет значение:



Фиг. 15-12. Постепенное сужение.



Фиг. 15-13. Короткое постепенное сужение (конфузор).

В том случае, если переход достаточно длинный (фиг. 15-13), коэффициент сопротивления, отнесенный также к скорости v_1 , можно определять по формуле, аналогичной формуле для диффузора (15-18).

$$\zeta_{n.c} = 0,06 \div 0,005. \quad (15-19)$$

Всякий вход в трубопровод может рассматриваться как сужение, причем в зависимости от формы присоединения трубопровода сужение может быть постепенное или внезапное. Значение

15-6. Потеря энергии при внезапном сужении потока

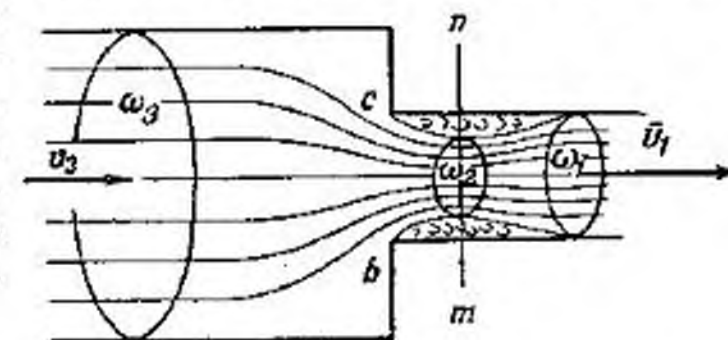
При внезапном сужении трубы (фиг. 15-14) живое сечение струи благодаря острой входной кромке сперва уменьшается до значения ω_2 , меньшего, чем ω_1 , после чего расширяется до сечения ω_1 .

Потери энергии складываются из потерь на сжатие, которое можно рассматривать как плавное, и потерь на последующее расширение. Величина общего коэффициента $\zeta_{s.c} = \zeta_c + \zeta_{рас}$ зависит главным образом от степени сжатия струи в сечении mn , которое характеризуется коэффициентом сжатия струи ϵ , равным отношению площади сжатого сечения струи ω_2 к площади ω_1 :

$$\epsilon = \frac{\omega_2}{\omega_1}.$$

Чем меньше коэффициент сжатия, тем меньше сечение ω_2 , тем больше теряется энергии при последующем расширении.

Величина коэффициента сжатия ϵ зависит от характера сжатия и от формы кромки входного отверстия в сечении bc . Если $\omega_3 > 10\omega_1$, можно пренебречь влиянием на сжатие близости стенок широкой трубы. В этом случае сжатие можно называть совершенным.



Фиг. 15-14. Внезапное сужение.

Значения общего коэффициента сопротивления для турбулентного движения приведены в табл. 15-2. Заметим, что значение $\zeta = 0,5$ можно рассматривать как значение коэффициента потерь при входе в трубу с острой входной кромкой из большого резервуара.

Таблица 15-2

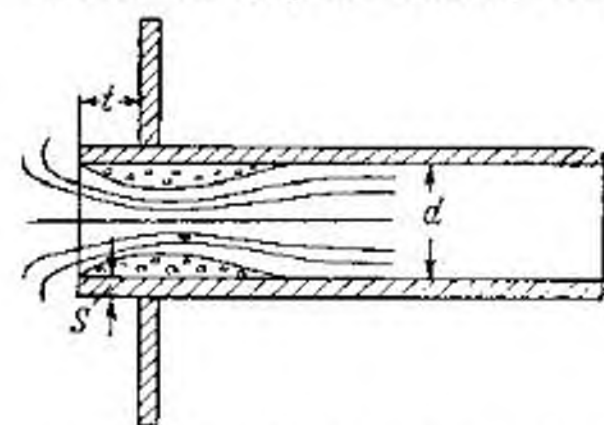
Значения коэффициента сопротивления $\zeta_{s.c}$ при внезапном сужении

ω_1/ω_3	0,01	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$\zeta_{s.c}$	0,5	0,47	0,45	0,38	0,34	0,3	0,25	0,2	0,15	0,09	0

15-7. Потеря энергии при входе в трубу

Всякий вход в трубопровод может рассматриваться как сужение, причем в зависимости от формы присоединения трубопровода сужение может быть постепенное или внезапное. Значение

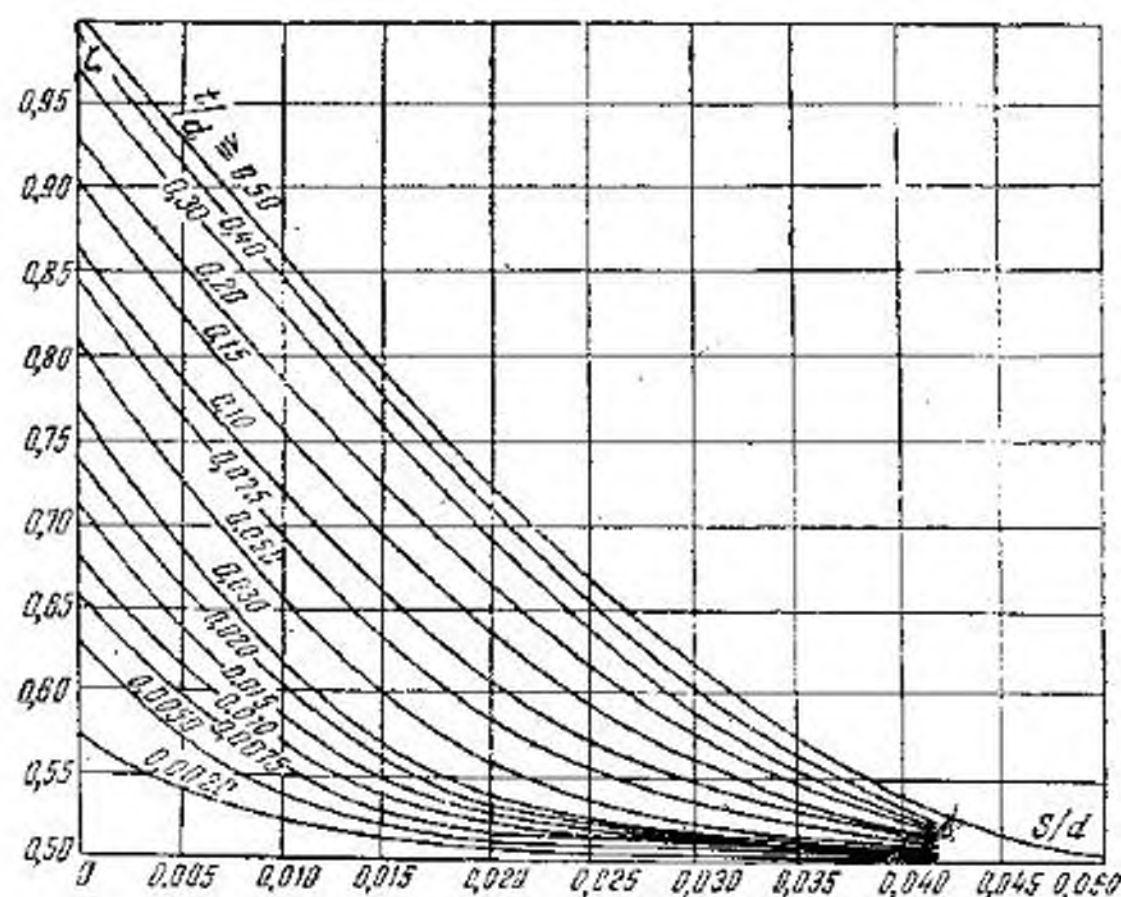
коэффициента сопротивления ζ_{ex} для входа в трубу будет зависеть от формы входа. На



Фиг. 15-15. Схема потока при входе в трубопровод.

фиг. 15-15 показана схема потока жидкости на входном участке. Уменьшая или даже устраняя сужение струи при входе в трубу, можно значительно уменьшить коэффициент сопротивления. Следует иметь в виду, что вход в трубопровод является очень ответственным элементом в трубопроводной коммуникации и на его устройство должно быть обращено серьезное внимание.

В местах сужения струи благодаря увеличению скорости в отдельных случаях могут создаваться малые давления, иногда разрежения, соответствующие кавитационным условиям. Местом



Фиг. 15-16. Зависимость коэффициента ζ_{ex} от формы входа в трубопровод.

наименьшего давления при входе является наиболее сжатое сечение струи. Значения коэффициента сопротивления при входе относят к скорости в присоединенной трубе в том сечении, в котором живое сечение струи равно площади поперечного сечения трубопровода.

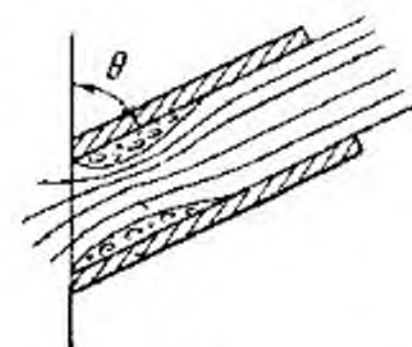
Значения ζ_{ex} для турбулентного движения в зависимости от отношений t/d и S/d приведены на фиг. 15-16 по данным ЦАГИ имени проф. Н. Е. Жуковского.

Для косоугольного входа (фиг. 15-17) значения ζ_{ex} определяются по формуле

$$\zeta_{ex} = 0,5 + 0,3 \cos \theta + 0,2 \cos^2 \theta. \quad (15-20)$$

Коэффициент ζ для входа при ламинарном движении изучен недостаточно. Согласно некоторым исследованиям и при ламинарном движении при входе жидкости в трубу происходит сжатие струи, причем коэффициент сжатия в среднем можно принять равным $\epsilon = 0,74$. Принимая для входного участка в формуле (15-8) значения $\alpha = \beta = 1$, можно воспользоваться формулой (15-11) и получить:

$$\zeta_{ex} = 0,125.$$



Фиг. 15-17. Схема потока в косоугольном входном участке трубопровода.

15-8. Потеря энергии при закруглении потока

Особенностью потока на повороте (фиг. 15-18 и 15-19) являются вторичные течения, возникающие в поперечном сечении (фиг. 15-20) и накладывающиеся на основной поток. Вторичные

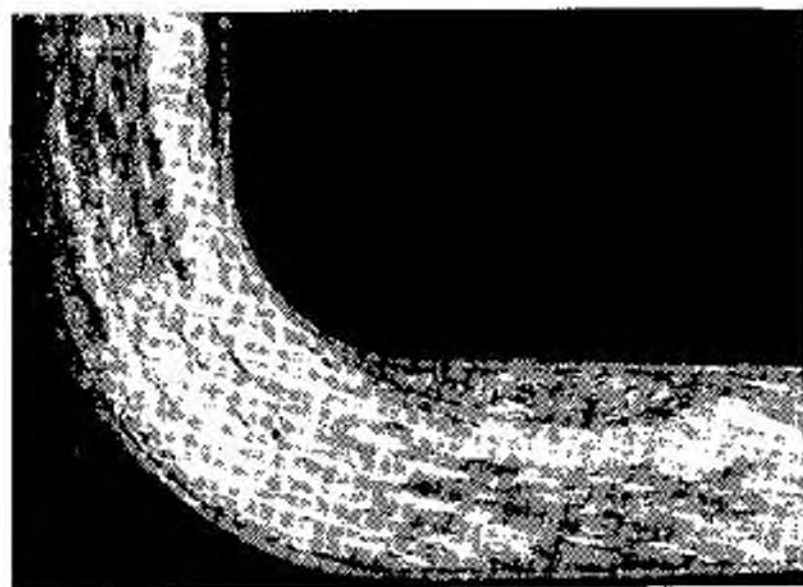


Фиг. 15-18. Поток жидкости на закруглении.

течения возникают в результате того, что ядро потока, движущееся с большей скоростью, чем пристенные слои, подчиняясь закону инерции, стремится на закруглении продолжать двигаться прямолинейно, благодаря чему оттесняет движущуюся медленнее пристенную часть потока, в результате чего и возникает показанный на фигуре вторичный поток. Возникающая при этом нерав-

номерность давления способствует также образованию поверхностей раздела, что видно на фиг. 15-18 и 15-19¹. Вторичные потоки возникают как в ламинарном, так и в турбулентном потоке. На фиг. 15-20 показаны линии тока вторичного потока при ламинарном движении, соответствующие одинаковым расходам между каждой парой линий².

Заметим, что в открытых руслах вторичный поток переносит взвешенные в потоке частицы наносов к внутренней стороне из-



Фиг. 15-19. Поток жидкости на закруглении.

лучины и способствует этим большему разрушению наружной стороны и обмелению внутренней.

Возникающий вторичный поток, а также зона отрыва потока от стенок являются источниками дополнительного гидравлического сопротивления. Экспериментально коэффициент потерь ζ_s исследован удовлетворительно только для гладкой поверхности.

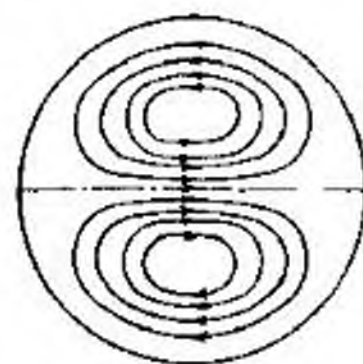
Наибольшее распространение для закруглений круглого сечения (фиг. 15-21) получила формула Вейсбаха:

$$\zeta_s = \left[0,31 + 0,16 \left(\frac{d}{r} \right)^{3,5} \right] \frac{\theta^\circ}{90^\circ}, \quad (15-21)$$

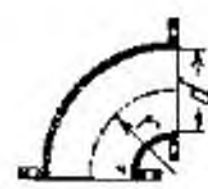
причем $d \leq 2r \leq 5d$ (здесь d — диаметр трубы; r — радиус закругления, а θ — угол закругления).

¹ На обороте давление по сечению возрастает в направлении от центра кривизны линий тока. Это вызывает соответствующее уменьшение скорости на дальних от центра линиях, способствующее отрыву потока от стенки.

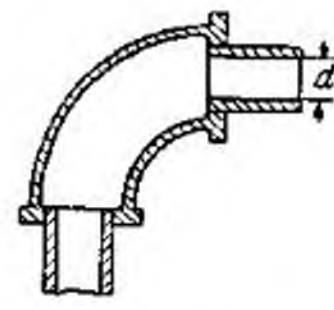
² П. А. Вальтер, Труды гидроэнергетического научно-исследовательского института, ГЭИ, 1935, вып. 5.



Фиг. 15-20. Вторичное движение в потоке на закруглении.



Фиг. 15-21. Фланцевое закругление.



Фиг. 15-22. Муфтовое закругление.

Для $\frac{d}{r} < 1$ формула Вейсбаха дает хорошее совпадение с опытными данными Г. Н. Абрамовича, которым для $\theta = 90^\circ$ предложена формула в виде:

$$\zeta_{sA} = 0,73f \left(\frac{r}{d} \right). \quad (15-22)$$

Значения ζ_s , вычисленные для $\theta = 90^\circ$ по формулам (15-21) и (15-22), приведены в табл. 15-3.

В табл. 15-4 приведены значения d/r для чугунных водопроводных труб, вычисленные по данным ОСТ НКТП 2523.

Таблица 15-3

Значения коэффициента сопротивления ζ в закруглении с углом $\theta = 90^\circ$

d/r	0,2	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2
ζ_s	—	0,14	0,15	0,16	0,18	0,21	0,24	0,29	0,44	0,66	0,98	1,41	1,98
ζ_{sA}	0,087	0,13	0,15	0,175	0,19	0,20	0,21	0,23					

Таблица 15-4

Значения d/r чугунных водопроводных труб

$d, \text{мм}$	50	75	100	125	150	200	250	300	400	500
d/r	0,49	0,59	0,61	0,65	0,7	0,75	0,94	1,13	1,13	1,1

При определении коэффициента ζ_s следует иметь в виду, что на практике часто применяются угольники (фиг. 15-22), представляющие в сочетании с трубопроводом сложное местное сопротивление, дающее коэффициент ζ_s , значительно больший, чем это получается по приведенным выше данным. Так, 17 Н. З. Френкель.

например, автором был исследован угольник для водопроводных труб (фиг. 15-22) $d = 26$ мм, коэффициент сопротивления которого оказался равным:

а) при установке угольника на конце трубопровода

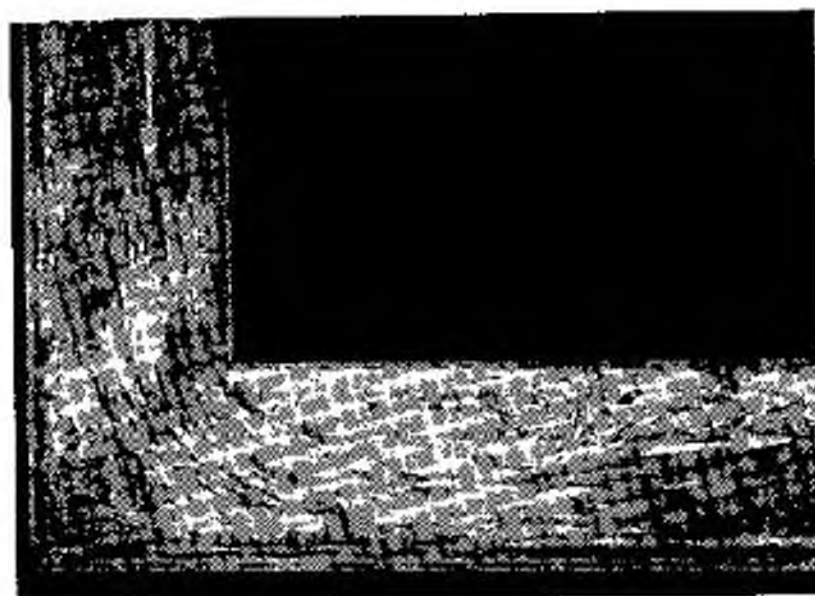
при $Re = 193\,000 - 246\,000: \zeta = 2,84 - 2,76;$

б) при установке угольника в середине трубопровода

при $Re = 34\,000 - 100\,000: \zeta = 0,918.$

15-9. Потеря энергии при повороте потока в колене

Экспериментальные исследования гидравлических сопротивлений колен показывают, что при повороте трубопровода на угол $\theta = 15^\circ$ гидравлическими сопротивлениями можно пренебречь. Свое влияние они проявляют при $\theta > 15^\circ$. Происходящий в колене отрыв потока от стенок (фиг. 15-23) является источни-



Фиг. 15-23. Поток в колене.

ком дополнительных потерь энергии. Аналитическое исследование потерь энергии в колене принципиально не отличается от рассмотренного в § 15-2 применительно к случаю внезапного расширения потока. В обоих случаях исходными уравнениями являются уравнения Д. Бернулли и количества движения. Однако в отличие от первого случая для колена расчетной формулой является ¹:

$$h_x = \frac{(\bar{v}_1 - \bar{v}_2)^2}{2g}, \quad (15-23)$$

где $\bar{v}_1 - \bar{v}_2$ — векторная разность скоростей, а коэффициенты α и β при выводе формулы приняты равными единице. Таким

¹ Н. З. Френкель, Гидравлика, Госэнергоиздат, 1947, § 100.

образом, теоретически потеря удельной энергии равна скоростному напору, соответствующему потерянной скорости.

Для колен постоянного сечения ($v_1 = v_2$) эта формула принимает вид:

$$h_x = 4 \sin^2 \frac{\theta}{2} \frac{v^2}{2g}, \quad (15-24)$$

откуда

$$\zeta = 4 \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad (15-25)$$

где θ — угол поворота потока в колене.

На основании устаревших опытных данных Вейсбаха в эту формулу следует ввести поправочный множитель

$$k = 0,25 + 0,5 \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad (15-26)$$

что, однако, для применяющихся в технике колен дает заниженное значение коэффициента сопротивления. Для таких колен и для углов $\theta = 15 - 80^\circ$ коэффициент k следует вычислять по формуле, предлагаемой автором:

$$k = \cos^2 \frac{\theta}{2}, \quad (15-27)$$

что дает для ζ формулу в виде:

$$\zeta = \sin^2 \theta. \quad (15-28)$$

15-10. Потеря энергии в ответвлениях

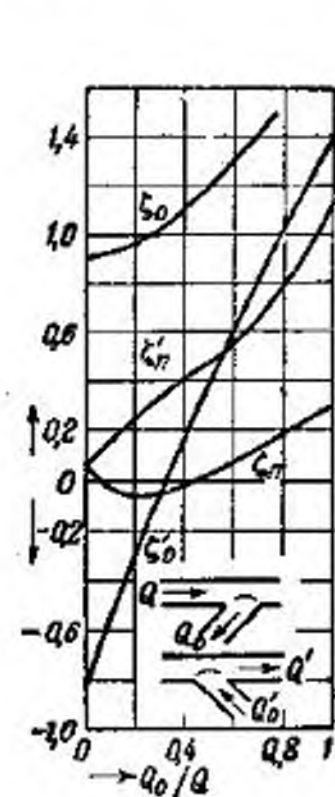
Величина потерь в ответвлениях как в направлении главной магистрали, так и в направлении ответвления будет зависеть от геометрической формы ответвления, от соотношения диаметров разветвляющихся трубопроводов, а также от направления течения и от соотношения количеств жидкости, идущих по магистрали и по ответвлениям.

Значения коэффициентов потерь при турбулентном движении приведены на графике (фиг. 15-24—15-26). Значения всех коэффициентов отнесены к скоростному напору, соответствующему суммарному расходу Q до ответвления при разделении потоков или суммарному расходу Q' при их слиянии. На каждом из графиков обозначения имеют следующее значение:

Q_0 и Q'_0 — расход в ответвлении при разделении и слиянии;

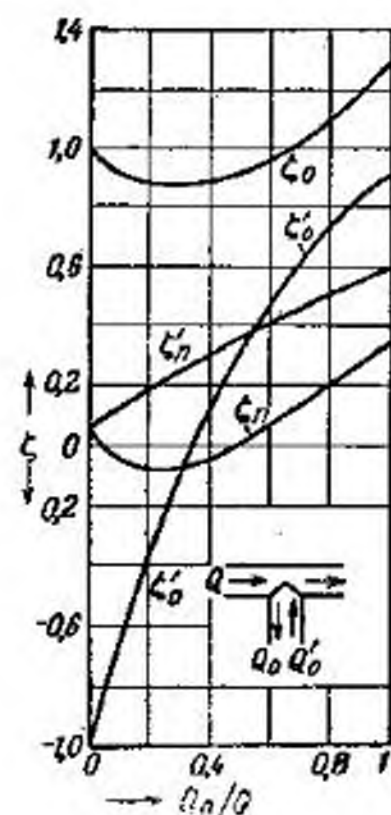
ζ_0 — коэффициент, соответствующий ответвлению при разделении потока;

ζ'_0 — коэффициент, соответствующий ответвлению, но при слиянии потоков;

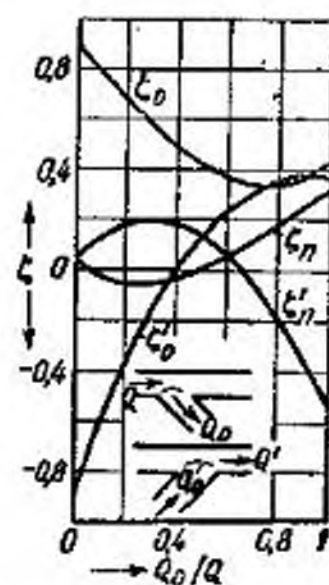


Фиг. 15-24.

Зависимость коэффициентов ζ от Q_0/Q для тройников.



Фиг. 15-25.



Фиг. 15-26.

ζ_n — коэффициент, соответствующий прямому направлению при разделении потока;

ζ_n' — коэффициент, соответствующий прямому направлению, но при слиянии потоков.

Следует обратить внимание на отрицательное значение коэффициента ζ , что означает увеличение энергии жидкости в соответствующем направлении течения. Это обусловливается всасывающим действием сходящихся или расходящихся потоков жидкости.

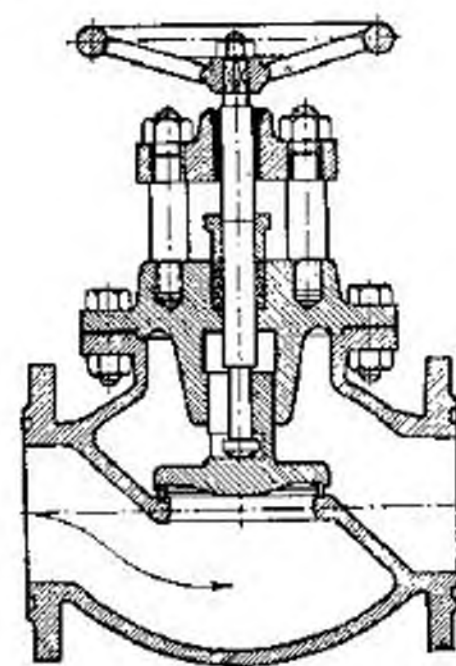
15-11. Коэффициенты сопротивлений ζ запорных приспособлений, клапанов и других устройств

О факторах, влияющих на значение коэффициента ζ , было сказано в § 15-1. Здесь будут приведены некоторые значения ζ : в табл. 15-5 для запорных устройств (фиг. 15-27—15-31), в табл. 15-6 приближенные значения для сетки с обратным клапаном (фиг. 15-32), устанавливаемой на приемных концах трубопроводов (водопроводных линий, насосных установок и т. п.). Если всасывающая коробка не снабжена обратным клапаном, коэффициент сопротивления коробки (сетки) можно определять по формуле

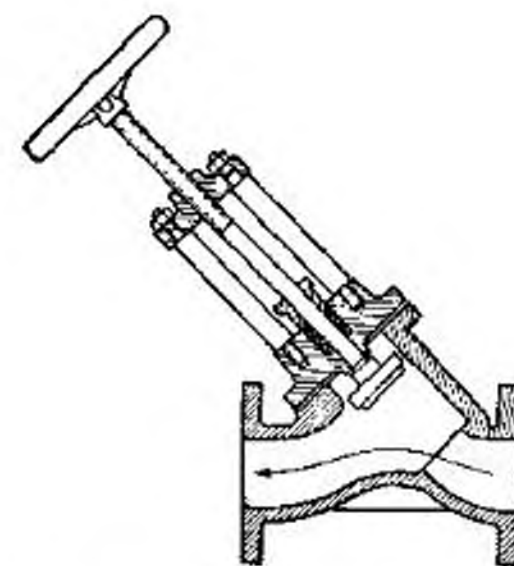
$$\zeta_{сет} = (0,675 + 1,575) \left(\frac{\omega}{\omega_{сет}} \right)^2, \quad (15-29)$$

где ω — площадь поперечного сечения трубы, к которой присоединяется сетка;

$\omega_{сет}$ — сумма площадей всех отверстий сетки.



Фиг. 15-27. Вентиль обыкновенный.



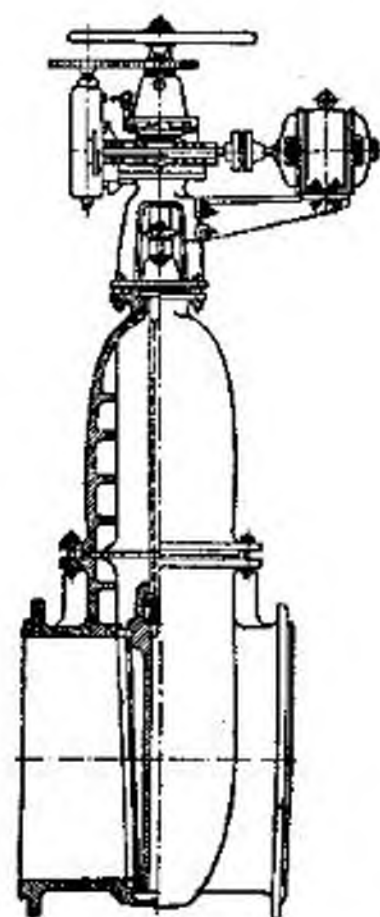
Фиг. 15-28. Вентиль с косым затвором.

Таблица 15-5

Значения коэффициентов сопротивления ζ вентиля и задвижек при полном открытии

Наименование	Диаметр, дюймы	Расчетный диаметр, мм	Коэффициент местного сопротивления ζ	Расчетный диаметр, мм	Коэффициент местного сопротивления ζ
Вентиль запорный обыкновенный муфтовый № 3	1	27	12,10	25,4	9,50
То же № 4	1	27	8,87	25,4	6,95
„ № 5	1	27	8,87	25,4	6,95
Вентиль запорный обыкновенный муфтовый № 1	1 1/2	41	7,26	38,1	5,40
То же № 2	1 1/2	41	6,78	38,1	5,03
Вентиль запорный обыкновенный муфтовый	2	53	7	50,8	5,95
Вентиль запорный фланцевого типа с косым затвором № 6	1 1/2	41	1,35	38,1	1,00
То же	3	75	0,614	76,2	0,604
Задвижка	4	106	0,117	101,6	0,107
Пробочный кран	2	53	0,1	50,8	0,85

В табл. 15-7 приведены коэффициенты сопротивления для различных форм клапанов.

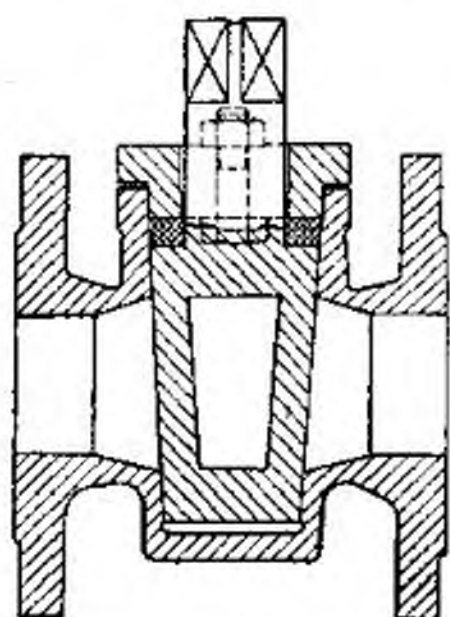


Фиг. 15-29. Задвижка.

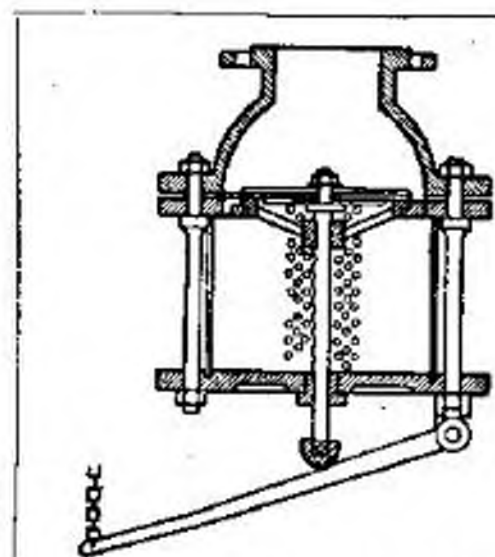


Фиг. 15-31. Вентили.

1 и 2 — вентиль обыкновенный бронзовый диаметром 1/2" с тарельчатым клапаном и нижним направлением; 3, 4 и 5 — вентиль обыкновенный муфтовый для бронзы диаметром 1" с тарельчатым клапаном без нижнего направления; 6 — вентиль фланцевый чугунный с косым затвором диаметром 1 1/2—3"



Фиг. 15-30. Пробочный кран.



Фиг. 15-32. Всасывающая сетка с обратным клапаном.

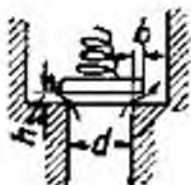
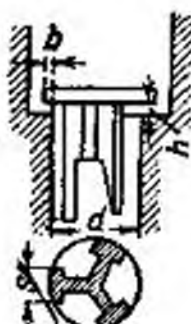
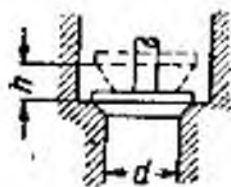
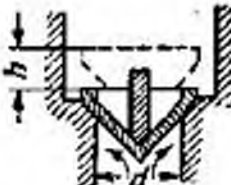
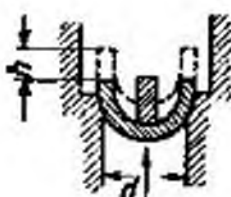
Таблица 15-6

Значения коэффициента сопротивления ζ всасывающей коробки с обратным клапаном

$d, \text{ м}$	0,04	0,07	0,1	0,15	0,2	0,3	0,5	0,75
ζ	12	8,5	7	6	5,2	3,7	2,5	1,6

Таблица 15-7

Значения коэффициентов сопротивления ζ клапанов (по Баху)

Тип клапана	Значения коэффициентов
 <p>Тарельчатый клапан без нижнего направления (фиг. 15-33)</p>	$\zeta = \alpha + \beta \left(\frac{d}{h} \right);$ $4 < d:h < 10; \quad 4b < d < 10b;$ $\alpha = 0,55 + 4(b - 0,1 \cdot d) : d;$ $\beta = 0,16 \div 0,15$
 <p>Тарельчатый клапан с нижним направлением (фиг. 15-34)</p>	$\zeta = \alpha + \beta \cdot [d^2 : (\pi \cdot d - i \cdot s) \cdot h]^2;$ $4 < d:h < 8,$ <p>где i — число ребер; s — ширина ребра; $\alpha = (0,8 \text{ до } 1,6) \cdot [0,55 + 4(b - 0,1 \cdot d) : d]$ в зависимости от степени стеснения ребрами площади прохода от 0,87 до 0,8ω;</p> $\beta = 1,7 \text{ до } 1,75$
 <p>Конусный клапан с плоской нижней поверхностью (фиг. 15-35)</p>	$\zeta = 2,6 - 0,8(d:h) + 0,14(d:h)^2;$ $4 < d:h < 10; \quad 10b = d$
 <p>Конусный клапан с конусообразной опорной поверхностью (фиг. 15-36)</p>	$\zeta = 0,6 + 0,15 \cdot (d:h)^2;$ $2,5 < d:h < 8$
 <p>Шаровой клапан с конусной опорной поверхностью (фиг. 15-37)</p>	$\zeta = 2,7 - 0,8(d:h) + 0,14(d:h)^2;$ $4 < d:h < 10$

15-12. Экспериментальное определение коэффициента местных сопротивлений

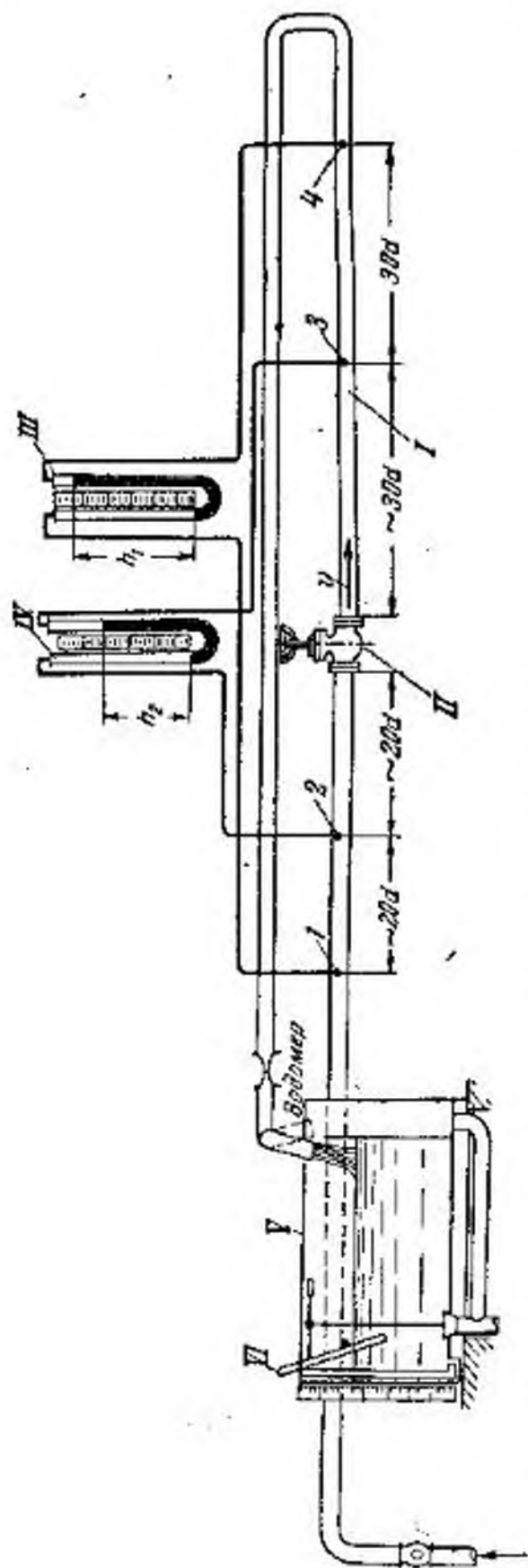
Наиболее точным способом исследования коэффициентов местного сопротивления является исследование их на модельном трубопроводе, в точности копирующем тот, на котором это местное сопротивление будет установлено.

В этом случае сначала определяются потери удельной энергии модельного трубопровода без местного сопротивления, а затем потери удельной энергии в том же трубопроводе, но с местным сопротивлением. Потери энергии, вызванные местным сопротивлением, находят как разность потерь энергии в обоих случаях.

Весьма часто местные сопротивления исследуются без уточнения их месторасположения в будущем.

В этом случае лучшим способом является также метод модельного трубопровода, однако модель представляет прямой трубопровод достаточной длины, в центре которого смонтировано исследуемое местное сопротивление. Так же как и в предыдущем случае потери удельной энергии определяют как разность потерь удельной энергии в трубопроводе с местным сопротивлением и только в трубопроводе (без местного сопротивления). Для того чтобы избавиться от предварительного определения сопротивления самого трубопровода, исследование может быть осуществлено методом двух дифференциальных ма-

Фиг. 15-38. Схема экспериментальной установки для определения коэффициента местных сопротивлений.



нометров (или четырех пьезометров), как показано на фиг. 15-38. Здесь I — труба; II — испытываемое местное сопротивление; III и IV — два дифференциальных ртутных манометра; V — мерный бак; VI — термометр. Манометры должны быть присоединены в таких сечениях трубопровода, где распределение скоростей по живым сечениям потока можно считать одинаковым ($\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4$). Для того чтобы на одной и той же установке можно было производить исследование различных местных сопротивлений, длины отдельных участков опытного трубопровода следует брать побольше. Размеры, показанные на фиг. 15-38, обеспечивают достаточную точность исследования.

При соблюдении поставленных выше условий дифференциальный манометр III позволяет определить значение

$$\left(z_1 + \frac{p_1}{\gamma}\right) - \left(z_4 + \frac{p_4}{\gamma}\right) = h_1 \left(\frac{\gamma_p - \gamma}{\gamma}\right),$$

равное сумме потерь удельной энергии по длине на участке I—4 и в местном сопротивлении

$$h_1 \left(\frac{\gamma_p - \gamma}{\gamma}\right) = h_d + h_m.$$

Дифференциальный манометр IV позволяет определить значение

$$\left(z_2 + \frac{p_2}{\gamma}\right) - \left(z_3 + \frac{p_3}{\gamma}\right) = h_2 \left(\frac{\gamma_p - \gamma}{\gamma}\right),$$

равное сумме потерь удельной энергии по длине на участке, вдвое меньшем предыдущего, и в том же местном сопротивлении:

$$h_2 \left(\frac{\gamma_p - \gamma}{\gamma}\right) = 0,5h_d + h_m.$$

Таким образом, для определения h_m имеются два уравнения, откуда находим:

$$h_m = (2h_2 - h_1) \left(\frac{\gamma_p - \gamma}{\gamma}\right). \quad (15-30)$$

Зная на основании предыдущего, что $h_m = \zeta_m \frac{v^2}{2g}$, можно найти и коэффициент сопротивления ζ_m по формуле

$$\zeta_m = \frac{h_m}{v^2/2g} = \frac{2g}{v^2} (2h_2 - h_1) \frac{\gamma_p - \gamma}{\gamma}. \quad (15-31)$$

Задача 15-1. Определить геометрическую высоту h установки оси центробежного насоса (фиг. 15-39) над уровнем жидкости в смкости, откуда насос ее забирает (эта высота называется геометрической высотой всасывания насоса— $h_{2,в.в}$) согласно следующим данным: 1) насос будет перека-

чивать воду в количестве $Q = 10$ л/сек; 2) всасывающий трубопровод выполнен в виде гибкого шланга, длиной $l = 10$ м и диаметром $d = 75$ мм (длина всасывающего трубопровода в данном расчете не будет зависеть от высоты установки насоса); 3) давление в жидкости перед входом ее в насос (во всасывающем патрубке насоса) согласно паспортным данным устанавливаемого насоса при работе его на воде с температурой $t = 20^\circ \text{C}$ должно быть не меньше

$$p_{вс} = 4000 \text{ кг/м}^2;$$

4) территория насосной станции расположена на высоте 250 м над уровнем моря (место нахождения территории требуется знать для уточнения значения, соответствующего данному месту атмосферного давления); 5) кинематический коэффициент вязкости воды при $t = 20^\circ \text{C}$

$$\nu = 0,01 \text{ см}^2/\text{сек.}$$

Решение. Особенностью данной задачи является то, что в присоединенном к центробежному насосу трубопроводе движение жидкости может рассматриваться установившимся. На этом основании для ее решения применим уравнение Бернулли для установившегося потока реальной жидкости.

Приняв за плоскость сравнения горизонтальную поверхность воды в водоеме, напишем уравнение Бернулли для сечений I и II.

Второе сечение есть живое сечение потока во всасывающем патрубке насоса.

Принимаем для некоторого упрощения, что диаметр всасывающего трубопровода (шланга) $d_{ш}$ и диаметр всасывающего патрубка насоса равны (это не всегда имеет место и во многих случаях обязательно должно быть учтено). При таком допущении скорости в трубопроводе и в патрубке будут одинаковы, а уравнение Бернулли может быть представлено в виде:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 Q^2}{2g\omega_1^2} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \left(\alpha_2 + \lambda \frac{l}{d} + \zeta_{кл} + \zeta_{задв} \right) \frac{Q^2}{2g\omega_{ш}^2}.$$

Вследствие того, что площадь ω_1 зеркала свободной поверхности велика почти всегда можно принять значение

$$\frac{\alpha_1 Q^2}{2g\omega_1^2} = 0.$$

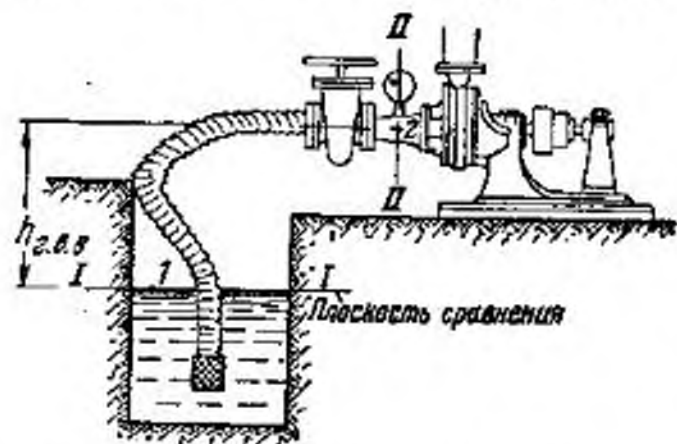
Учитывая, что в данном случае $z_2 = h_{2,с.с.}$, и решая уравнение Бернулли относительно $h_{2,с.с.}$, найдем:

$$h_{2,с.с.} = \frac{p_1 - p_2}{\gamma} - \left(\alpha_2 + \lambda \frac{l}{d} + \zeta_{кл} + \zeta_{задв} \right) \frac{Q^2}{2g\omega_{ш}^2}.$$

Для определения коэффициентов α_1 , λ и ζ определим число Re :

$$Re = \frac{Q}{0,785dv} = \frac{10000}{0,785 \cdot 7,5 \cdot 0,01} = 169350.$$

Движение турбулентное.



Фиг. 15-39. Схема насосной установки со всасывающим трубопроводом в виде шланга. К задаче 15-1.

Принимаем:

$$\alpha_2 = 1,1;$$

$$\zeta_{кл} = 8,5;$$

$$\zeta_{задв} = 0,12.$$

Коэффициент λ для гибкого шланга диаметром равным 75 мм согласно фиг. 14-11 принимаем равным 0,07.

Значение

$$2g\omega_{ш}^2 = 38,29 \text{ дм}^5/\text{сек}^2.$$

Подставляя найденные значения в формулы для $h_{2,с.с.}$, найдем:

$$h_{2,с.с.} = \frac{100 - 40}{1} - \left(1,1 + 0,07 \frac{100}{0,75} + 8,5 + 0,12 \right) \cdot \frac{10^2}{38,29} = 10 \text{ дм.}$$

Задача 15-2. Определить геометрическую высоту всасывания центробежного насоса (фиг. 15-40) согласно следующим данным:

1) насос будет перекачивать бензин в количестве $Q = 10$ л/сек;

2) расстояние по горизонтали места установки насоса от бензохранилища $l_2 = 25$ м;

3) диаметр металлических трубопроводов всасывающей линии $d = 100$ мм, шероховатость трубопровода $\Delta = 0,4$ мм, шероховатость принята с запасом на случай старения трубопровода;

4) всасывающий конец трубопровода затоплен в жидкость на длину $l_3 = 1$ м;

5) территория насосной станции расположена на высоте 1250 м над уровнем моря;

6) давление в жидкости (бензин) перед входом ее в насос (во всасывающем патрубке насоса) $p_1 = p_{вс}$ согласно паспортным данным устанавливаемого насоса при работе его на данном сорте бензина должно быть не меньше $p_{вс} = 6000 \text{ кг/м}^2$;

7) объемный вес бензина $\gamma = 730 \text{ кг/м}^3$;

8) кинематический коэффициент вязкости

$$\nu = 0,008 \text{ см}^2/\text{сек.}$$

Решение. Отличие данной задачи от предыдущей заключается лишь в том, что общая длина трубопровода, состоящая из

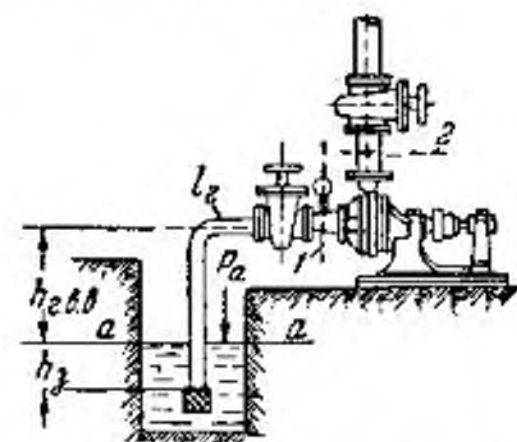
$$l = l_2 + h_{2,с.с.} + l_3,$$

является неизвестной, так как неизвестна величина, $h_{2,с.с.}$, подлежащая определению.

Метод решения задачи в основном остается тем же. Несколько изменяются лишь математические преобразования.

Попрежнему напишем уравнение Бернулли для сечения $a-a$ и $I-I$. Оно будет иметь следующий вид:

$$\frac{p_a}{\gamma} = \frac{p_{вс}}{\gamma} + h_{2,с.с.} + \frac{\alpha_{вс} Q^2}{2g\omega_{вс,пат}^2} + \left(\lambda \frac{l_2 + l_3}{d} + \zeta_{кл} + \zeta_{зад} \right) \times \frac{Q^2}{2g\omega_{вс,мп}^2} + \lambda \frac{h_{2,с.с.} Q^2}{d 2g\omega_{вс,мп}^2}.$$



Фиг. 15-40. Схема насосной установки с металлическим всасывающим трубопроводом. К задаче 15-2.

Принимаем, как и в предыдущем случае, площадь сечения патрубка насоса и всасывающего трубопровода одинаковыми.

Решая это уравнение относительно $h_{z,в.в.}$, получим:

$$h_{z,в.в.} = \frac{\frac{p_1 - p_{вс}}{\gamma} - \left(\alpha_{вс} + \lambda \frac{l_1 + l_2}{d} + \zeta_{кл} + \zeta_{зад} \right) \frac{Q^2}{2g\omega_{вс,тр}^2}}{1 + \frac{\lambda}{d} \frac{Q^2}{2g\omega_{вс,тр}^2}}$$

Для определения значений α , λ и ζ необходимо вычислить число Re :

$$Re = \frac{Q}{0,785d\nu} = \frac{10\,000}{0,785 \cdot 10 \cdot 0,008} = 159\,235,$$

движение турбулентное.

Принимаем:

$$\begin{aligned} \alpha &= 1,1; \\ \zeta_{кл} &= 7; \\ \zeta_{зад} &= 0,12. \end{aligned}$$

Коэффициент λ вычисляем по формуле

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left[\frac{\Delta}{3,7d} + \left(\frac{6,81}{Re} \right)^{0,9} \right] = -2 \lg \left[\frac{0,4}{3,7 \cdot 100} + \left(\frac{6,81}{159\,235} \right)^{0,9} \right],$$

откуда

$$\begin{aligned} \lambda &= 0,0244; \\ 2g\omega^2 &= 121 \text{ дм}^5/\text{сек}^2. \end{aligned}$$

Подставляя, находим:

$$h_{z,в.в.} = \frac{\frac{100 - 60}{0,75} - \left(1,1 + \frac{260}{1,0} \cdot 0,0244 + 7,0 + 0,12 \right) \cdot \frac{100}{121}}{1 + \frac{0,0244}{1,0} \cdot \frac{100}{121}} = 44,95 \text{ дм.}$$

Задача 15-3. Определить расход воды через масляный холодильник. Вода поступает в распределительную крышку холодильника через диффузор. Далее она проходит через систему трубок, охлаждая при этом масло. Температура холодной воды $t = 20^\circ \text{C}$. Кинематический коэффициент вязкости при этом $\nu = 0,01 \text{ см}^2/\text{сек}$. Средняя температура нагретой воды $t = 60^\circ \text{C}$. Кинематический коэффициент вязкости при этом $\nu = 0,0049 \text{ см}^2/\text{сек}$.

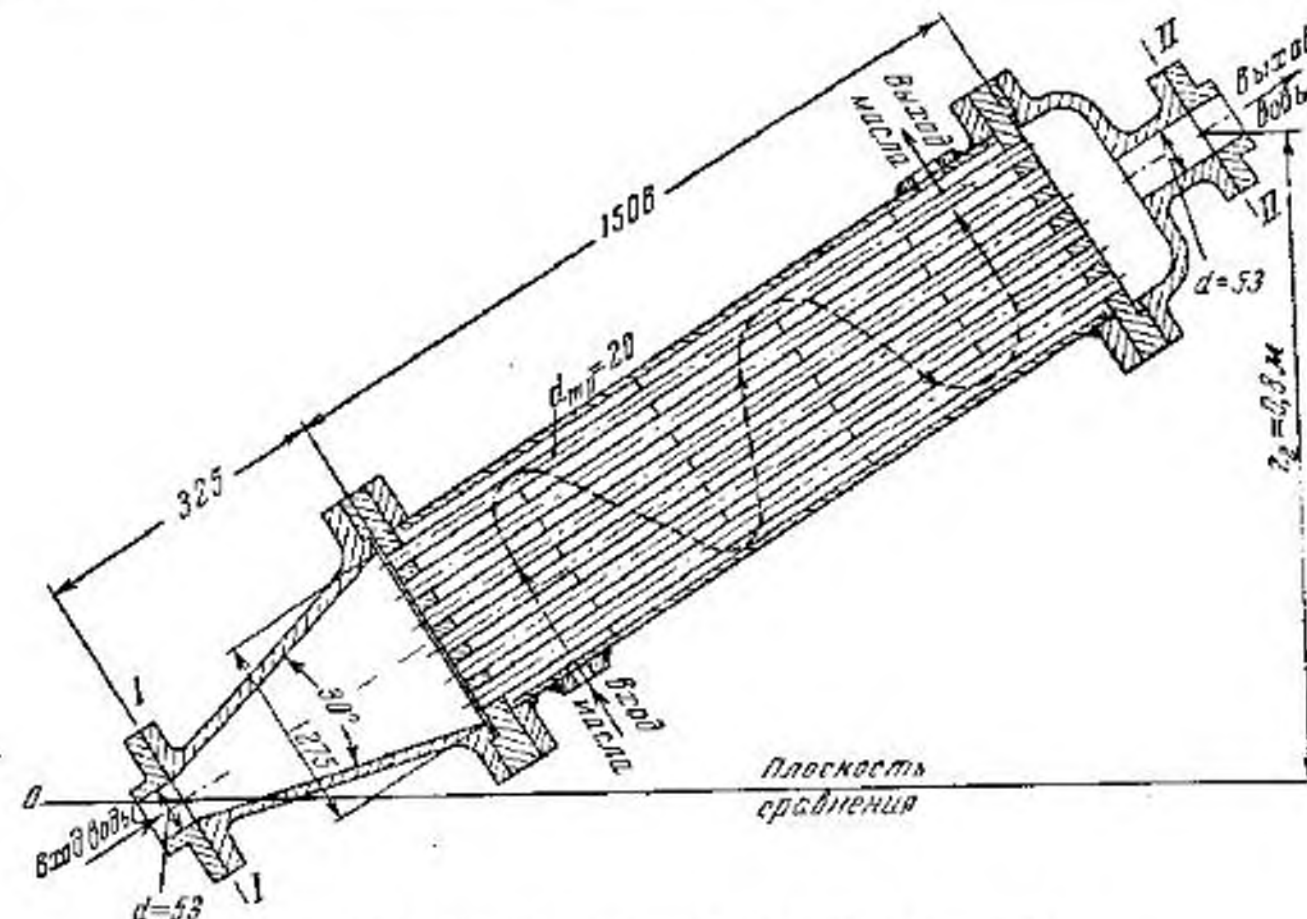
Избыточное давление жидкости при входе в диффузор

$$\frac{p_{u1}}{\gamma} = 6 \text{ м вод. ст.}$$

Избыточное давление жидкости при выходе

$$\frac{p_{u2}}{\gamma} = 2,5 \text{ м вод. ст.}$$

Число охлаждающих трубок $n = 30$; диаметр трубки $d = 20 \text{ мм}$. Все остальные размеры показаны на фиг. 15-41.



Фиг. 15-41. Схема холодильника. К задаче 15-3.

Для определения расхода применим уравнение Бернулли для потока реальной жидкости. Выбрав за плоскость сравнения горизонтальную плоскость, проходящую через центр тяжести поперечного сечения трубы на входе в холодильник (центр сечения I-I), напишем уравнение Бернулли для сечений I-I и II-II.

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 Q^2}{2g\omega_1^2} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 Q^2}{2g\omega_2^2} + h_{л.}$$

где

$$z_1 = 0; \quad z_2 = 0,8 \text{ м}; \quad \frac{p_1}{\gamma} = 6 \text{ м вод. ст.}; \quad \frac{p_2}{\gamma} = 2,5 \text{ м вод. ст.}$$

Перейдем к определению коэффициентов гидравлических сопротивлений. Ввиду того, что расход через систему неизвестен, не представляется возможным определить число Re на отдельных участках. Поэтому такие расчеты надо начинать с предварительных, что проще всего сделать, предполагая режим движения везде соответствующим квадратичной зоне. Позже расчет надо будет уточнить.

Предварительного расчета здесь не дается. Результаты его, касающиеся значения Re , несколько откорректированные, приведены в таблице.

Сечение	I-I	Широкое сечение диффузора	Охлаждающие трубки
Re	350 000	67 000	63 500

Теперь вычислим коэффициенты гидравлических сопротивлений.

1) Коэффициент сопротивления диффузора найдем ориентировочно по графику (фиг. 15-11) для $d_2/d_1 = 5,19$. Для $2\theta = 30^\circ$ $\zeta_{дифф} = 0,55$.

2) Коэффициент сопротивления при входе в охлаждающие трубки

$$\zeta'_{вх} = 0,5.$$

3) Коэффициент λ для охлаждающих трубок. Трубки медные, гладкие:

$$\lambda = \frac{1}{(1,8 \lg Re - 1,5)^2} = \frac{1}{(1,8 \cdot 4,8 - 1,5)^2} = 0,0196.$$

4) Коэффициент $\zeta_s = 1,1$ при выходе из охлаждающей трубки.

5) Коэффициент $\zeta''_{вх} = 0,5$ при входе в отвод.

Подставляя эти значения в уравнение Бернулли, найдем:

$$\frac{p_{a1}}{\gamma} + \frac{\alpha_1 Q^2}{2g\omega_1^2} = z_2 + \frac{p_{a2}}{\gamma} + \frac{\alpha_2 Q^2}{2g\omega_2^2} + \zeta_{дифф} \frac{Q^2}{2g\omega_1^2} + \zeta'_{вх} \frac{Q^2}{n^2 2g\omega_{mp}^2} +$$

$$+ \lambda \cdot \frac{l}{d} \frac{Q^2}{n^2 2g\omega_{mp}^2} + \zeta_s \frac{Q^2}{2g(\omega_{mp} n)^2} + \zeta''_{вх} \frac{Q^2}{2g\omega_2^2}.$$

Разрешим это уравнение относительно Q (имея в виду, что $\omega_1 = \omega_2$)

$$Q = \omega_1 \sqrt{\frac{2g \left(\frac{p_{a1} - p_{a2}}{\gamma} - z_2 \right)}{\zeta_{дифф} + \zeta'_{вх} + \left(\zeta_s + \lambda \frac{l}{d} + \zeta''_{вх} \right) \left(\frac{\omega_1}{n\omega_{mp}} \right)^2}}.$$

Подставляя цифры, получим

$$Q = 0,22 \sqrt{\frac{2 \cdot 98,1 (60 - 25,0 - 8)}{0,55 + 0,50 + \left(0,5 + 0,0196 \cdot \frac{1500}{20} + 1,1 \right) 0,0548}} = 14,5 \text{ л/сек.}$$

Легко проверить соответствие принятых Re условиям течения жидкости через охладитель.

Задача 15-4. Определить расход бензина через жиклер-капилляр карбюратора, диаметр отверстия которого $d = 1$ мм, а отношение длины капилляра l к d : $\frac{l}{d} = 10$. Потери учесть только в капилляре (при входе и по длине).

Бензин поступает в жиклер из поплавковой камеры по трубкам, изображенным на схеме (фиг. 15-42), благодаря вакууму, создающемуся в устье жиклера A в диффузоре карбюратора.

Разность уровней бензина в поплавковой камере и в устье жиклера $h = 3$ мм (в дальнейшем пренебрегаем).

Поплавковая камера сообщается с атмосферой, благодаря чему давление на поверхности бензина в поплавковой камере равно атмосферному.

Расчет необходимо произвести для вакуума в диффузоре карбюратора возле устья жиклера, равного 1450 мм бензинового столба.

Объемный вес бензина $\gamma = 750$ кг/м³; кинематический коэффициент вязкости $\nu = 0,008$ см²/сек.

Решение. Так как жидкость вытекает из достаточно длинной цилиндрической трубки и при вытекании никакого внешнего сжатия не претерпевает, то площадь живого сечения струи $\omega_{струи}$ на выходе равна площади сечения жиклера $\omega_{жиклер}$.

Если бы жидкость вытекала из весьма короткой цилиндрической трубки (например $l/d < 1,5 - 2$), могло бы иметь место такое явление, при котором струя благодаря сужению своего сечения пролетала трубку и не касалась бы ее стенок. Подобный случай истечения будет рассмотрен в гл. 20 при изучении истечения жидкости из отверстий. Поэтому для вычисления расхода γQ кг/сек мы можем исходить из формулы

$$G = \gamma v \omega,$$

где γ — объемный вес бензина;
 ω — площадь поперечного сечения отверстия жиклера;

v — действительная скорость истечения бензина из отверстия жиклера.

Для определения скорости v применим уравнение Бернулли для потока реальной жидкости. Выбрав за плоскость сравнения горизонтальную свободную поверхность бензина в поплавковой камере, напишем уравнение Бернулли для сечения 0—0, совпадающего с плоскостью сравнения, и сечения 1—1, совпадающего с отверстием жиклера. Тогда, обозначая $v_1 = v$, имеем:

$$z_0 + \frac{p_0}{\gamma} + \frac{\alpha_0 v_0^2}{2g} = z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} + \zeta \frac{v^2}{2g} + \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g};$$

принимая скорость на поверхности в поплавковой камере $v_0 = 0$, из уравнения Бернулли для скорости v получим следующее выражение:

$$v = \sqrt{\frac{2g \left(\frac{p_0 - p_1}{\gamma} - h \right)}{\alpha_1 + \lambda \frac{l}{d} + \zeta}};$$

назвав коэффициент скорости

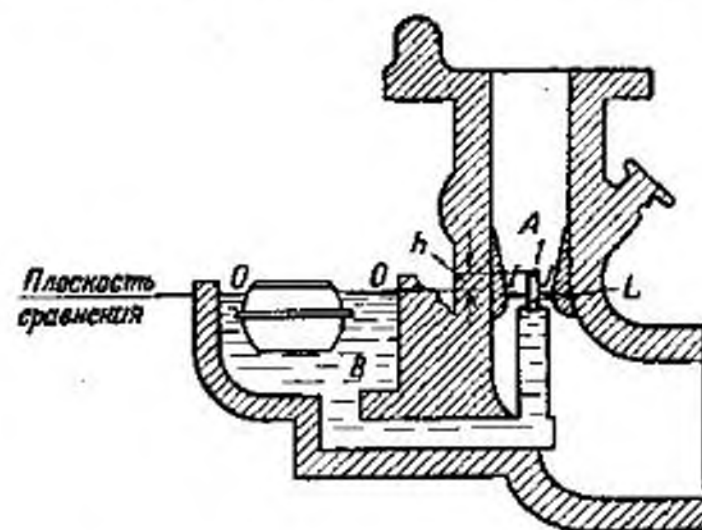
$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1 + \lambda \frac{l}{d} + \zeta}},$$

получим:

$$v = \varphi \sqrt{2g \left(\frac{p_0 - p_1}{\gamma} - h \right)} = \varphi \sqrt{2gH},$$

где $H = \frac{p_0 - p_1}{\gamma} - h$ — напор истечения.

Как видим, коэффициент скорости φ зависит от l/d , а также от λ и ζ , которые в свою очередь зависят от режима движения, т. е. от Re . Поэтому для определения значения φ , которое соответствует заданному напору истечения H , исследуем сначала зависимость φ от Re и l/d , т. е. $\varphi = f(Re, l/d)$. Для этого зададимся несколькими значениями Re . При заданной вязкости это будет равносильно тому, что мы задаемся рядом значений средней ско-



Фиг. 15-42. Схема элементарного карбюратора. К задаче 15-4.

рости v . Зная Re или v , легко вычислить и соответствующие значения коэффициента скорости φ и найти им соответствующее

$$H = \frac{v^2}{2g\varphi^2}$$

Таким образом, мы будем иметь в конечном счете зависимость

$$\varphi = f(H),$$

которую полезно изобразить графически, что позволит получить значение коэффициента скорости φ , отвечающее любому H . При вычислении α и λ для ламинарного движения необходимо исходить из теории начального участка. В турбулентном движении $\alpha = 1,1$, а для гладких труб $\lambda = (1,8 \lg Re - 1,5)^{-2}$. Результаты выкладок занесем в таблицу:

Re	v , см/сек	$1/d \cdot Re$	α	A	λ	ζ	φ	H , см
1 000	80	0,0100	1,717	88	0,088	0,125	0,605	8,91
1 500	120	0,0666	1,610	100	0,066	0,125	0,646	17,58
2 320	185	0,0431	1,510	110	0,0474	0,125	0,688	36,79
3 000	185	—	1,1	—	0,0481	0,3	0,729	32,81
5 000	240	—	1,1	—	0,0441	0,3	0,737	54,05
8 000	400	—	1,1	—	0,0376	0,3	0,751	144,83
8 000	640	—	1,1	—	0,0328	0,3	0,761	360,75

Из таблицы (а если построен график, то из графика) следует, что заданному напору $H = 145$ см соответствует $\varphi = 0,751$, и движение турбулентное, так как $Re = 5 000$. Подставляя, имеем:

$$v = \varphi \sqrt{2gH} = 0,751 \sqrt{2 \cdot 981 \cdot 145} = 400 \text{ см/сек};$$

$$Q = v\omega = 400 \cdot 0,785 \cdot 0,1^2 = 3,14 \text{ см}^3/\text{сек};$$

$$G = \gamma Q = 0,75 \cdot 3,14 = 2,36 \text{ Г/сек}.$$

Глава шестнадцатая

ПРИБОРЫ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ РАСХОДОВ ЖИДКОСТИ

В этой главе будут изложены главным образом теоретические основы дроссельных расходомерных приборов, позволяющих весьма просто определять расходы в установившихся потоках и потому получивших широкое распространение в технике.

К числу дроссельных приборов, применяющихся для измерения установившихся расходов разнообразных жидкостей, в том числе и газов, относятся расходомерная диафрагма (фиг. 16-1), расходомерное сопло (фиг. 16-2) и расходомерная труба (труба Вентури) (фиг. 16-3).

Принцип работы этих приборов основан на использовании зависимости, устанавливающейся по уравнению Бернулли в потоке жидкости, между расходом и искусственно создаваемым в двух сечениях потока перепадом давлений.

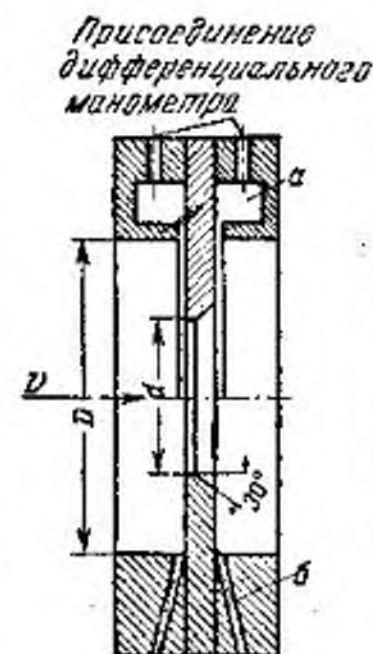
Рассмотрим наиболее общий случай — поток жидкости через диафрагму (фиг. 16-4). Ее можно рассматривать как внезапное сжатие с последующим внезапным расширением, поэтому живое сечение потока ω_c после прохода отверстия диафрагмы, кромка которой должна быть острой, будет меньше площади отверстия ω

$$\omega_c = \epsilon \omega,$$

где ϵ — коэффициент сжатия струи.

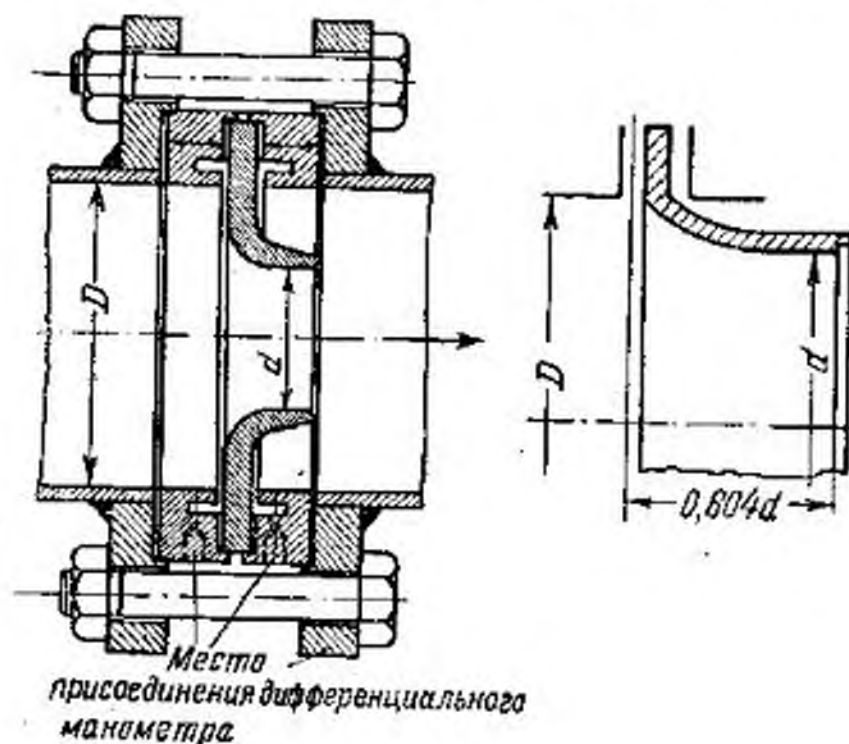
Наибольшую скорость поток будет иметь в сечении ω_c . Благодаря увеличению скорости в этом сечении увеличивается удельная кинетическая энергия потока, что вызывает соответствующее уменьшение удельной потенциальной энергии и уменьшение давления в сечении ω_c по сравнению с давлением в сечении $I-I$.

Таким образом, между сечениями $I-I$ и $c-c$ создается перепад давлений. Для установления связи между расходом и перепадом давления воспользуемся уравнением Бернулли для двух сечений потока: первое сечение возьмем перед диафрагмой,

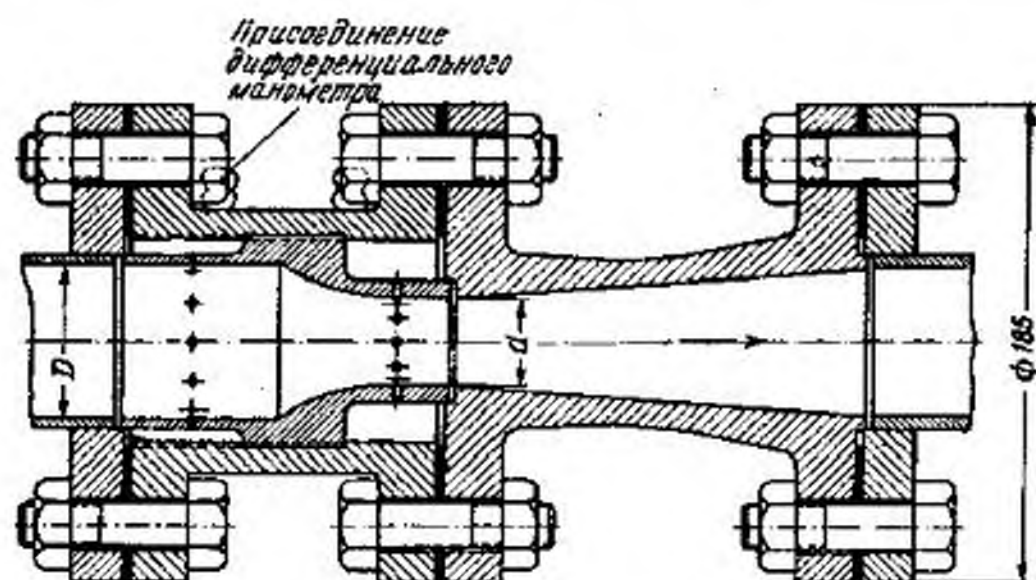


Фиг. 16-1. Расходомерная диафрагма. Показаны два способа отбора давлений.

a — посредством кольцевых камер; b — посредством сверлений.



Фиг. 16-2. Расходомерное сопло. Слева — для $(\frac{d}{D})^2 \leq 0,45$; справа — для $(\frac{d}{D})^2 > 0,45$.



Фиг. 16-3. Расходомерная труба Вентури.

а второе — в суженном сечении струи ω_c . При этом будем иметь:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_c + \frac{p_c}{\gamma} + \frac{\alpha_c v_c^2}{2g} + \zeta \frac{v_c^2}{2g},$$

где ζ — коэффициент сопротивления дросселя.

Имея в виду, что $z_1 = z_c$, а расход

$$Q = v_1 \omega_1 = v_c \omega_c = v_c \omega \epsilon,$$

получим:

$$\frac{p_1 - p_c}{\gamma} = \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{\alpha_c + \zeta}{\omega^2 \epsilon^2} - \frac{\alpha_1}{\omega_1^2} \right),$$

откуда

$$Q = \frac{\omega}{\sqrt{\frac{\alpha_c + \zeta}{\epsilon^2} - \alpha_1 \frac{\omega^2}{\omega_1^2}}} \sqrt{2g} \cdot \sqrt{\frac{p_1 - p_c}{\gamma}} = \mu \omega \sqrt{2g} \cdot \sqrt{\frac{p_1 - p_c}{\gamma}}, \quad (16-1)$$

где

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{\frac{\alpha_c + \zeta}{\epsilon^2} - \alpha_1 \frac{\omega^2}{\omega_1^2}}} \quad (16-2)$$

называется теоретическим коэффициентом расхода.

Разность (перепад) давлений замеряется или дифференциальным пьезометром по схеме фиг. 4-11, или дифференциальным ртутным манометром по схеме фиг. 4-12.

В том и другом случае Q определяется по формуле

$$Q = C \cdot \sqrt{h}, \quad (16-3)$$

где C будем называть коэффициентом дроссельного прибора.

Теоретическое значение C равно:

$$C_m = \mu \omega \sqrt{2g} \quad (16-4)$$

— для дифференциального пьезометра,

$$C_m = \mu \omega \sqrt{2g \frac{\gamma_p - \gamma}{\gamma}} \quad (16-5)$$

— для ртутного дифференциального манометра.

Заметим, что для измерения перепада давления может быть использован и пружинный дифференциальный манометр.

Полученные зависимости справедливы также и для сопла (фиг. 16-2) и для трубы (фиг. 16-3). Только и для сопла и для трубы надо принять $\epsilon = 1$, так как сжатое живое сечение потока ω_c равно площади проходного отверстия дросселя ω .

Теоретически вычислить действительное значение коэффициента расхода μ и коэффициента дроссельного прибора C невозможно ввиду того, что на его значение оказывают влияние трудно учитываемые факторы:

а) коэффициенты α_1 и α_c ;

б) коэффициент сжатия ϵ (для диафрагмы);

в) коэффициент сопротивления прибора ζ ;

г) температура, изменения которой влияют на размеры проходных отверстий.

Кроме того, на практике замер давлений производится не в сечениях, совпадающих с расчетными по уравнению Бернулли, а в углах при помощи отверстий или кольцевых камер, как изображено на фиг. 16-1 и 16-2. Ввиду этого значение коэффициента расхода μ и коэффициента дроссельного прибора C определяют опытным путем.

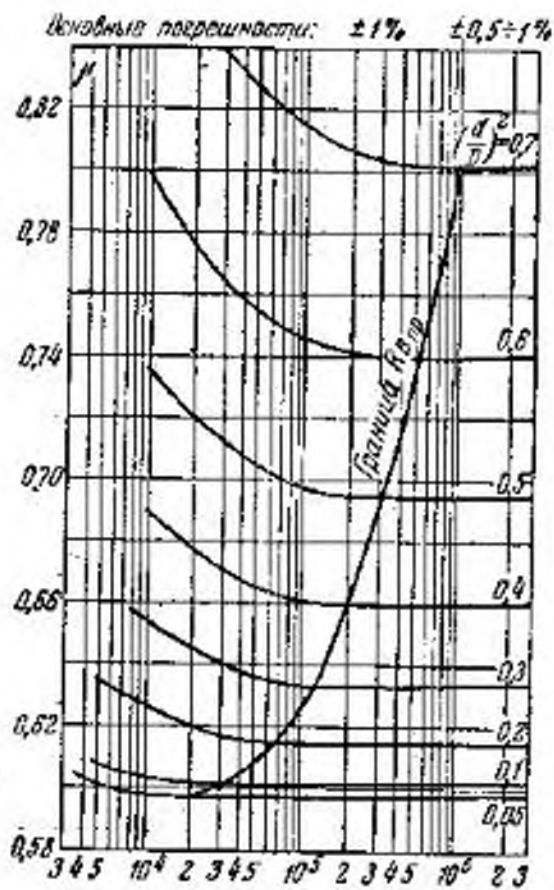
Для нормальных диафрагм и сопел, размеры которых нормализованы при условии их нормальной установки согласно руководящим указаниям¹, коэффициенты расхода μ в функции Re изображены на фиг. 16-5 и 16-6. Параметром каждой кривой является квадрат отношения диаметров, т. е. $\left(\frac{d}{D}\right)^2$, причем размеры прибора соответствуют температуре его $t = 20^\circ \text{C}$.

¹ Правила 27-54 по применению и поверке расходомеров с нормальными диафрагмами, соплами и трубами Вентури, Комитет стандартов, мер и измерительных приборов при Совете Министров СССР, Машгиз, 1955.

Для расходной трубы, показанной на фиг. 16-3, значение μ практически совпадает со значением μ для сопел. Для других форм смотри руководящие указания.

Из фиг. 16-5 и 16-6 следует, что, начиная с определенного значения числа Re , коэффициенты расхода достигают предельных значений (для диафрагмы минимальных, для сопла максимальных).

Назовем эти значения чисел Re предельными. Очевидно, режимы движения с $Re > Re_{пр}$ следует рассматривать как со-



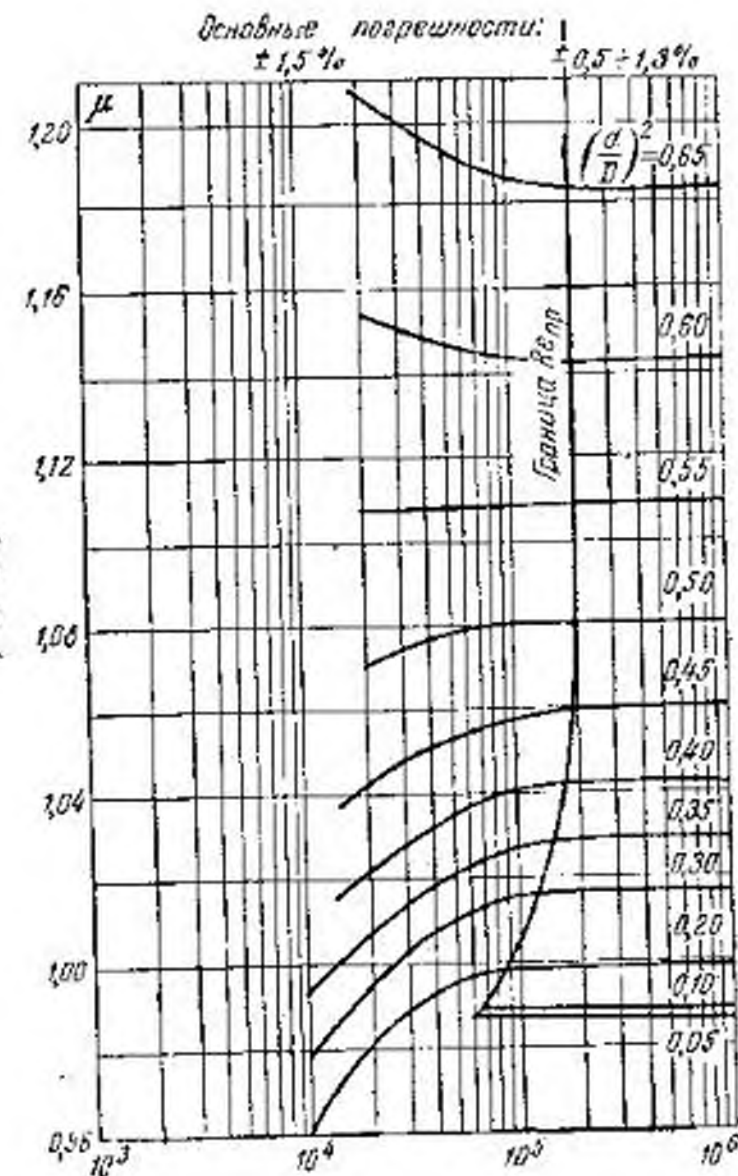
Фиг. 16-5. Зависимость коэффициента расхода μ от Re_D для нормальной диафрагмы. Каждая линия соответствует определенному значению $(\frac{d}{D})^2$.

ответствующие квадратичной области. Для квадратичной области коэффициенты расхода μ и коэффициенты дроссельного прибора S становятся постоянными, зависящими только от отношения d/D .

Приведенные на фиг. 16-5 и 16-6 данные о коэффициенте расхода соответствуют его некоторым средним значениям. Отклонение средних значений от действительных значений для приборов, в точности удовлетворяющих нормальным условиям, характеризуется так называемой основной погрешностью, являющейся неизбежной при обработке экспериментальных данных; эти основные погрешности указаны на фиг. 16-5 и 16-6.

В практических условиях к основной допускаемой погрешности должна быть присоединена погрешность за счет шероховатости трубопровода и за счет недостаточной остроты кромки отверстия (только для диафрагмы). Общая вероятная погрешность принимается равной корню квадратному из суммы квадратов вероятных погрешностей: основной, от шероховатости и от неостроты кромки (только для диафрагмы). Подробнее см. Правила¹.

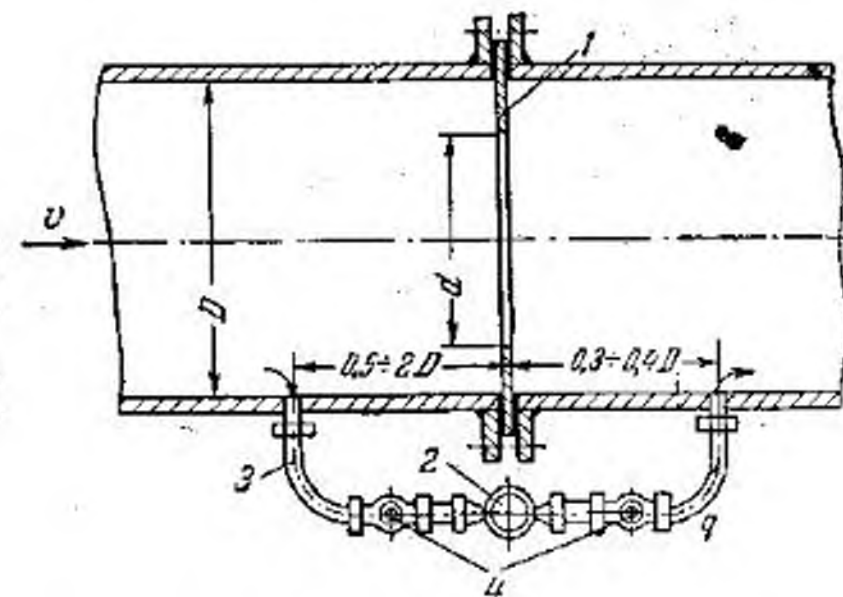
Главнейшим преимуществом дроссельных приборов является отсутствие на пути жидкости каких-либо механизмов. Потери энергии в них зависят главным образом от степени сужения потока. При одинаковом сужении наименьшие потери возникают в



Фиг. 16-6. Зависимость коэффициента расхода μ от Re_D для нормального сопла. Каждая линия соответствует определенному значению $(\frac{d}{D})^2$.

Фиг. 16-7. Скоростной водомер, установленный параллельно с диафрагмой.

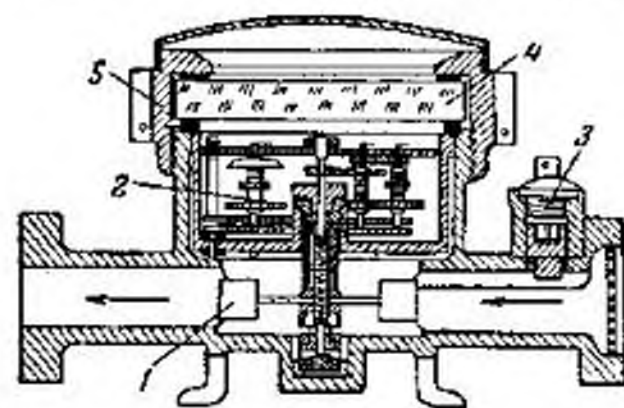
1 — диафрагма; 2 — скоростной водомер; 3 — отвод; 4 — крин.



расходомерной трубе, в которой благодаря диффузору преобразование большой скорости в суженном сечении в малую скорость в трубопроводе происходит в более благоприятных условиях. Наибольшие потери имеют место в диафрагме.

¹ См. сноску на стр. 275.

Для измерения общего количества жидкости, которое проходит через трубопровод за некоторый промежуток времени, может быть использована расходомерная установка, представляющая параллельное соединение дроссельного прибора с так называемым скоростным водомером

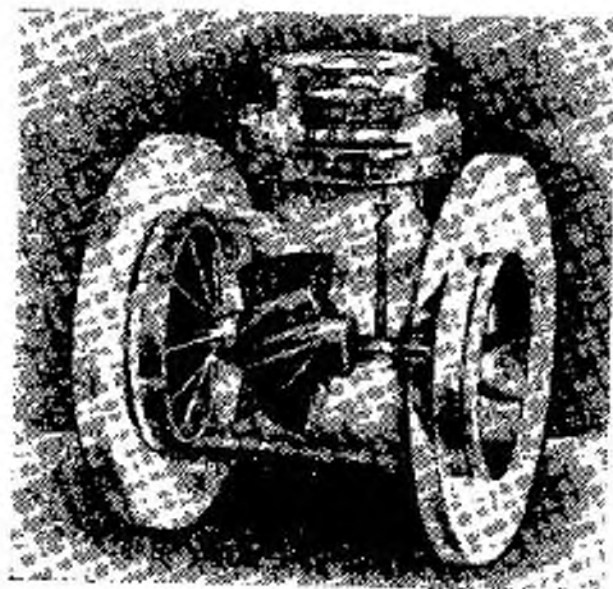


Фиг. 16-8. Крыльчатый водомер.
1 — крыльчатка; 2 — счетный механизм;
3 — регулятор; 4 — стекло; 5 — крышка.

фиг. 16-7. Скоростной водомер, рассчитываемый на пропуск малого количества жидкости, устанавливается в параллельном трубопроводе, присоединенном вместо дифференциального манометра. Благодаря разности давлений в точках приключения трубы небольшое количество жидкости, пропорциональное количеству жидкости в главной трубе, пойдет по параллельной трубе через ско-

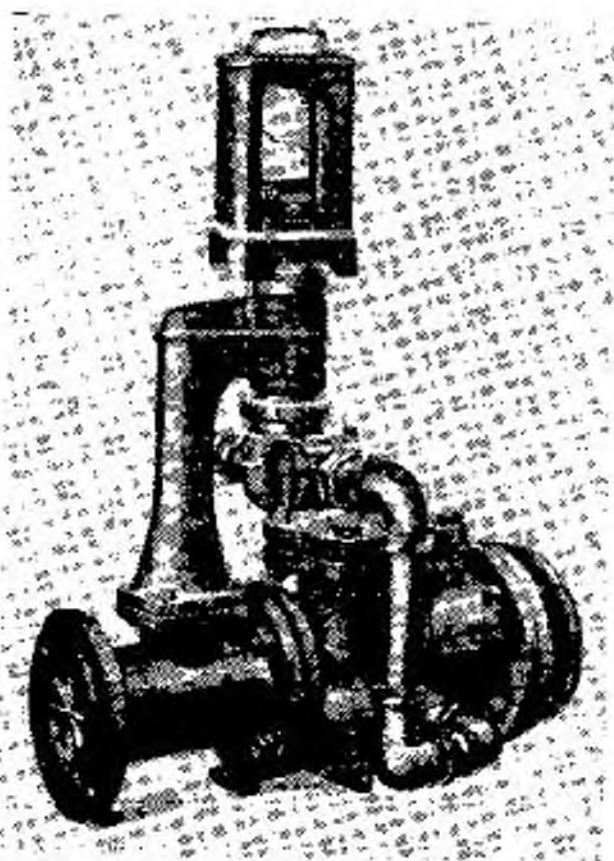
ростной водомер. Для определения всего количества показания скоростного водомера надо помножить на некоторый коэффициент, обычно указываемый изготовителем водомера.

В качестве скоростных водомеров применяются или крыльчатые водомеры (фиг. 16-8), или турбинные (фиг. 16-9).



Фиг. 16-9. Турбинный водомер.

Основной деталью этих водомеров является крыльчатка или турбинка (вертушка), изготавливаемая для холодной воды $t < 30^\circ \text{C}$ из пластмассы, а для горячей ($t > 90^\circ \text{C}$) из латуни. За-

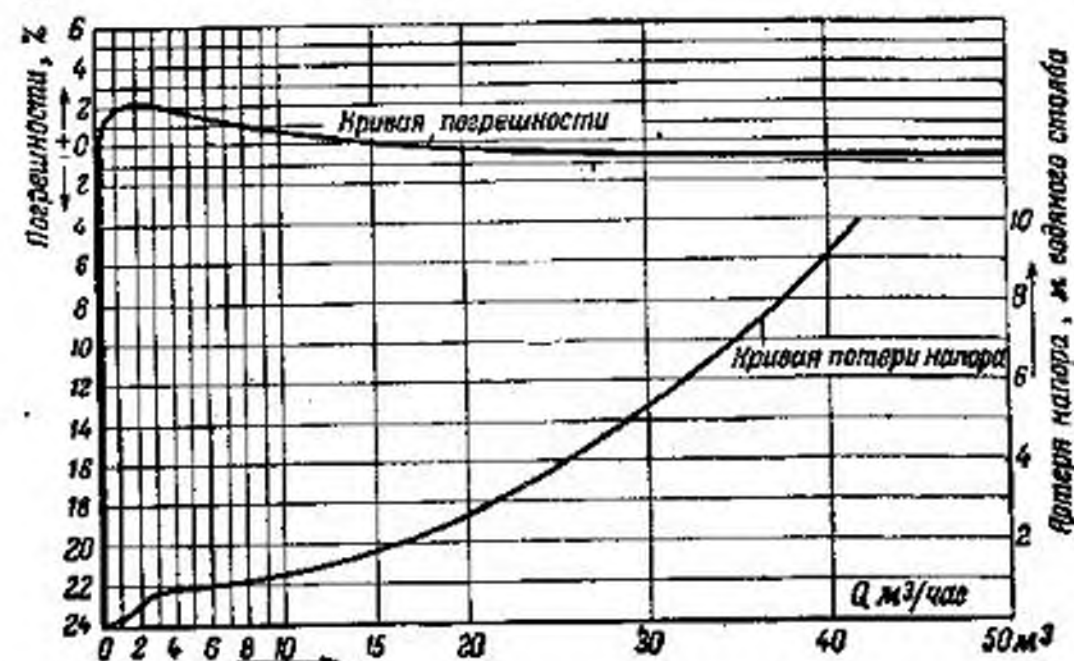


Фиг. 16-10. Установка двух последовательно работающих водомеров.

висимость между расходом и числом оборотов крыльчатки и вертушки устанавливается на основании опытных данных, соответственно с чем изготавливается и счетный механизм.

Одним из недостатков скоростных водомеров является то, что для каждого из них существует предельный минимальный расход, меньше которого он перестает его регистрировать. В табл. 16-1 приведены некоторые данные скоростных водомеров.

Иногда в систему последовательно включают два мерных устройства, одно из которых предназначено для регистрации малых расходов. На фиг. 16-10 показана последовательная установка двух турбинных водомеров с самопишущим устройством. График



Фиг. 16-11. Зависимость погрешностей турбинных водомеров от расхода.

на фиг. 16-11 указывает значение погрешностей этой установки и величину потерь удельной энергии (напора) для водомеров с диаметрами 50/30 мм. Если расход, соответствующий потере напора в 10 м вод. ст., принять за 100%, то этим графиком погрешности можно пользоваться и для других размеров турбинных водомеров.

Вертушки получили широкое распространение в гидрометрической практике также и для определения скоростей потока. В советской гидрометрической практике применяют вертушки с горизонтальной осью вращения (системы Грицока, Жестовского, Государственного гидрологического института, опытного судостроительного бассейна), а также вращающиеся на вертикальной оси (системы Института водного хозяйства Средней Азии).

Задача 16-1. Определить расход воды (см. фиг. 16-2) посредством расходомерного сопла $d = 0,6$, установленного на трубопроводе $D = 100$ мм, если ртутный дифференциальный манометр, присоединенный к расходомеру, показывает $h = 400$ мм рт. ст.

Объемный вес ртути в манометре $\gamma_p = 13550$ кг/м³. Вязкость воды $\nu = 1 \cdot 10^{-4}$ дм²/сек.

Таблица 16-1

Технические характеристики скоростных водомеров

Калибр водомера, мм	Тип водомера	Характерный расход, м ³ /час	Нижний предел измерения (пиковая нагрузка), м ³ /час	Наибольшая эксплуатационная нагрузка (при нормальной работе), м ³ /час	Допускаемая кратковременная (пиковая) нагрузка, м ³ /час	Коэффициент местного сопротивления	Область учета $Q_{\text{мин}}/Q_{\text{макс}}$
А. Крыльчатые водомеры							
15	ВК-3 (ВКМ-3)	3	0,10	0,9	1,5	8,80	1:9
20	ВК-5 (ВКМ-5)	5	0,15	1,5	2,5	10,00	1:10
30	ВК-10 (ВКМ-10)	10	0,25	3,0	5,0	12,70	1:12
40	ВК-20 (ВКМ-20)	20	0,50	6,0	10,0	10,00	1:12
Б. Турбинные водомеры							
50	ВВ-50	70	3	15	22	2,00	1:5
80	ВВ-80	250	6	45	80	1,02	1:7,5
100	ВВ-100	440	11	75	140	0,82	1:7
150	ВВ-150	1 000	15	160	380	0,80	1:10,5
200	ВВ-200	1 700	26	265	550	0,88	1:10

¹ Характерный расход соответствует потерям напора 10 м вод. ст.

Решение. Предполагая квадратичный режим движения, примем $\mu = 1,03$ (согласно фиг. 16-6).

Расход вычислим по формуле

$$Q = \mu \omega \sqrt{2g \frac{\gamma_p - \gamma}{\gamma} h} = 1,03 \cdot 0,2827 \sqrt{196,2 \cdot 12,55} = 29,4 \text{ л/сек.}$$

Найдем число Re :

$$Re = \frac{Q}{0,785 D v} = \frac{29,4}{0,785 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 10^{-4}} = 370 000.$$

Предположение о квадратичной зоне соответствует действительности. Расчет сделан правильно.

Глава семнадцатая

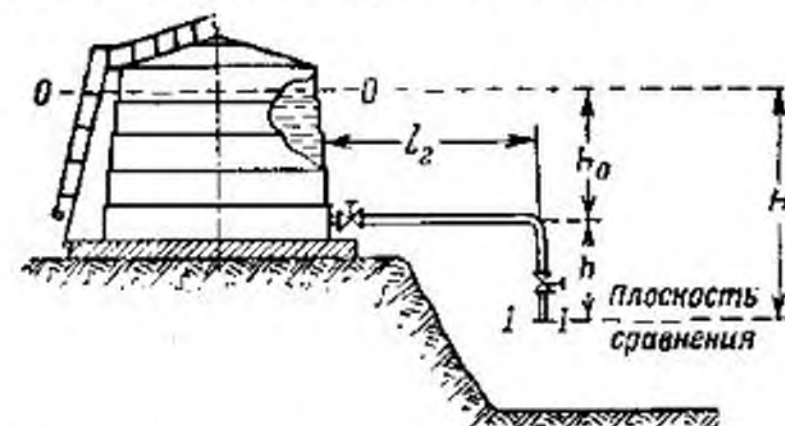
МЕТОДЫ РАСЧЕТА ТРУБОПРОВОДОВ, ПИТАЮЩИХСЯ ОТ РЕЗЕРВУАРОВ, УРОВЕНЬ ЖИДКОСТИ В КОТОРЫХ ОСТАЕТСЯ ПОСТОЯННЫМ

Гидравлические расчеты трубопроводов, питающихся от резервуаров, уровень жидкости в которых остается постоянным, могут встретиться при расчете трубопроводов, присоединенных к большим резервуарам. В этом случае весьма часто изменение уровня жидкости в резервуаре за время раздачи столь незначительно, что оно никакого практического влияния на величину

расхода не оказывает. Подобные трубопроводы могут быть или сложными (разветвленными), или простыми — не имеющими разветвлений. Существуют два метода гидравлических расчетов трубопроводов: аналитический и графоаналитический.

17-1. Самотечный трубопровод постоянного сечения (простой трубопровод)

Трубопровод называется самотечным, если все его части располагаются ниже уровня жидкости, находящейся в резервуаре, из которого жидкость вытекает. Расчет такого простого трубопровода в основном заключается или в определении необходимой величины снижения трубопровода $h_0 + h$ (фиг. 17-1) для обеспечения заданного расхода Q при известных l , d и Δ , или в определении необходимого диаметра трубопровода d для обеспечения требуемого расхода Q при заданном $h_0 + h$, l и Δ , или рассчитывается величина Q , если задано все остальное.



Фиг. 17-1. Схема самотечного трубопровода.

В общем случае гидравлический расчет длинного трубопровода, питающегося от проектируемой мощной насосной станции или высокой водонапорной башни, должен сочетаться и с экономическим расчетом. Проектирование мощных станций или высоких башен позволяет экономить на стоимости трубопроводов, которые получаются меньшего диаметра, и, наоборот, проектирование трубопроводов большого диаметра дает экономию на стоимости насосных станций и башен.

Для самотечных трубопроводов, когда представляется возможность использовать естественный рельеф местности для создания необходимого снижения трубопровода, нет почти никаких оснований для ограничения величин скорости и расхода какими-либо значениями, если только эти скорости и расходы обеспечивают нормальную работу трубопровода и всей установки. В таких случаях приходится считаться лишь с явлениями кавитации (что возникает, когда давление в жидкости падает до пределов парообразования) и с явлениями гидравлического удара (теория гидравлического удара будет изложена в гл. 19).

Для получения расчетных формул воспользуемся уравнением Бернулли, написанным для сечений $O-O$ и $I-I$, показанных на схеме, и для плоскости сравнения, выбранной на уровне конца трубопровода. В обоих сечениях существует гидростатический закон распределения давления

$$z_0 + \frac{p_0}{\gamma} + \frac{\alpha_0 v_0^2}{2g} = z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} + \left(\lambda \frac{l_2 + h}{d} + \Sigma \zeta \right) \frac{v_{mp}^2}{2g}.$$

В этом уравнении $z_0 - z_1 = h + h_0$, $v_0 \approx 0$, как скорость на свободной поверхности жидкости в резервуаре $v_1 = v_{mp}$. Таким образом,

$$h_0 + h + \frac{p_0 - p_1}{\gamma} = \frac{v_{mp}^2}{2g} \left(\alpha_1 + \lambda \frac{l_2 + h}{d} + \Sigma \zeta \right),$$

откуда

$$h_0 + h = \frac{Q^2}{2g\omega_{mp}^2} \left(\alpha_1 + \lambda \frac{l_2 + h}{d} + \Sigma \zeta \right) - \frac{p_0 - p_1}{\gamma}. \quad (17-1)$$

Это уравнение является основным. Оно просто разрешается относительно h . В этом случае

$$h = \frac{\frac{Q^2}{2g\omega_{mp}^2} \left(\alpha_1 + \lambda \frac{l_2 + h}{d} + \Sigma \zeta \right) - \frac{p_0 - p_1}{\gamma} - h_0}{1 - \frac{\lambda}{d} \cdot \frac{Q^2}{2g\omega_{mp}^2}}. \quad (17-2)$$

Диаметр трубопровода из уравнения (17-1), если все остальные величины известны, может быть найден только методом подбора. Для определения диаметра необходимо в этом случае задаться несколькими его значениями, добившись равенства левой и правой частей уравнения.

Решая уравнение (17-1) относительно v_{mp} , получим:

$$v_{mp} = \frac{\sqrt{2g \left(h_0 + h + \frac{p_0 - p_1}{\gamma} \right)}}{\sqrt{\alpha_1 + \lambda \frac{l_2 + h}{d} + \Sigma \zeta}}. \quad (17-3)$$

Расход Q найдем по формуле

$$Q = v_{mp} \omega_{mp} = \mu \omega_{mp} \sqrt{2g \left(h_0 + h + \frac{p_0 - p_1}{\gamma} \right)}, \quad (17-4)$$

где $h_0 + h + \frac{p_0 - p_1}{\gamma} = H_0$ называется напором истечения,

а $\mu = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1 + \lambda \frac{l_2 + h}{d} + \Sigma \zeta}}$ называется коэффициентом расхода. (17-5)

Если на поверхности жидкости в резервуаре и на конце трубопровода имеются одинаковые давления $p_1 = p_0$, то

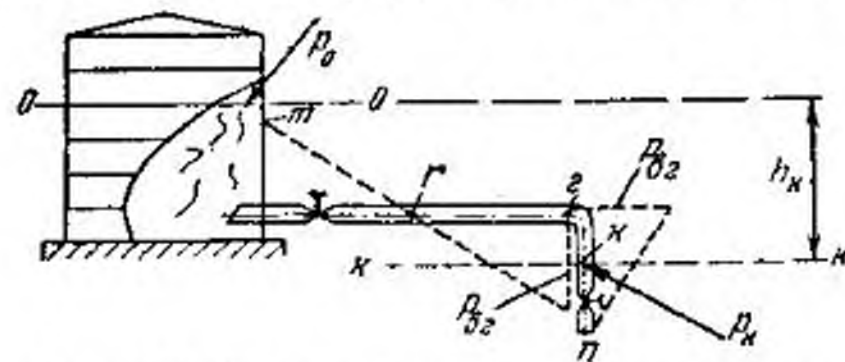
$$Q = \mu \omega_{mp} \sqrt{2g(h_0 + h)} = \mu \omega_{mp} \sqrt{2gH}. \quad (17-6)$$

Ввиду того, что коэффициенты α , λ и ζ являются в общем случае функцией числа Re , уравнения (17-4) и (17-6) могут быть решены также только методом последовательного приближения. Для предварительного определения Q необходимо предположить сперва движение, соответствующее квадратичной области. В этом случае коэффициенты α , λ и ζ принимаются постоянными.

Определив по найденному значению Q число Re , необходимо уточнить значения λ и ζ , а по ним найти новое значение Q , которое в конечном счете должно соответствовать Re .

17-2. Определение давления в произвольной точке трубопровода

Трубопровод должен быть так рассчитан, чтобы в любой его точке давление в жидкости было больше давления парообразования. Поэтому каждый расчет должен сопровождаться определением давления в сечениях, где оно может оказаться наимень-



Фиг. 17-2. Пьезометрическая линия простого трубопровода.

шим, и сопоставлением полученного значения с давлением, соответствующим давлению парообразования.

Для определения давления в произвольной точке потока k (фиг. 17-2) необходимо воспользоваться уравнением Бернулли, написанным для сечений: $O-O$ и $k-k$. В сечении $k-k$ давление принимаем распределяющимся по законам гидростатики. Решая это уравнение относительно давления, найдем:

$$\frac{p_k}{\gamma} = \frac{p_0}{\gamma} + h_k - \left[\frac{\alpha_k v_k^2}{2g} + \left(\lambda \frac{l_k}{d} + \Sigma \zeta \right) \frac{v_k^2}{2g} \right]. \quad (17-7)$$

В выражении, определяющем потери удельной энергии, индекс k указывает на то, что потери определяются до точки k .

Заметим, что, как и в гидростатике, давление в некоторой точке жидкости может быть найдено только в том случае, если известно давление в какой-либо другой, но в отличие от гидростатического давления на величину гидродинамического давления оказывают влияние гидравлическое сопротивление и значение скоростного напора.

Из формулы (17-7) следует, что давление p_k в какой-либо точке трубопровода тем меньше, чем меньше h_k , т. е. чем выше расположена точка. Давление p_k тем меньше, чем больше скорость в трубопроводе, т. е. чем больше H (напор истечения).

Распределение давлений по длине трубопровода весьма просто изображается графически, если можно принять падение давления подчиняющимся линейному закону (т. е. пренебречь местными сопротивлениями). В этом случае аналитически вычисляется давление в потоке (на конце горизонтального участка в точке g). В рассматриваемом примере в точке g оказывается вакуум. Величина этого вакуума откладывается в виде двух отрезков p_{g1} , концы которых соединяются прямой линией с точкой m , соответствующей давлению в начале участка, и точкой n (конец трубопровода, где избыточное давление равно нулю). Точка g определяет сечение в трубопроводе, избыточное давление в котором также равно нулю. Справа от точки g в трубопроводе находится область вакуума. Если длина горизонтальной части трубопровода значительно больше длины вертикального конца, можно достаточно точно давления для горизонтального участка получить, соединив точку m с концом трубопровода.

Для нормальной работы в любой точке должно быть

$$\frac{p_k}{\gamma} > \frac{p_n}{\gamma}. \quad (17-8)$$

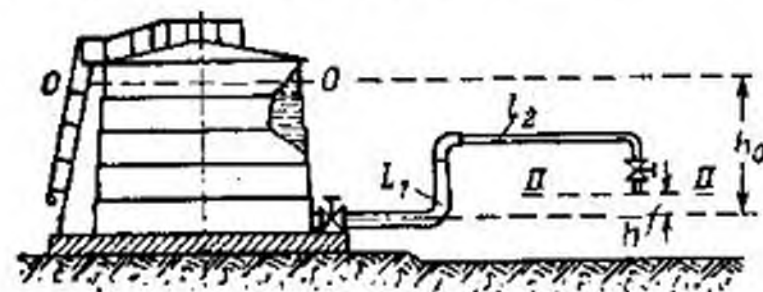
Если расчет дает для p_k давление, меньшее, чем давление парообразования, это значит, что в трубопроводе имеет место кавитация, благодаря которой нормальная работа невозможна.

Кавитацией называется явление местного образования пузырьков жидкости в виде сначала небольших пространств, заполненных парами жидкости и воздухом. Это явление имеет связь главным образом с объемной прочностью жидкостей. В практических условиях кавитация возникает в местах, где давление в жидкости делается равным давлению парообразования. В потоках кавитационные области возникают, как правило, в наиболее возвышенных местах или в местах наибольших скоростей, а также на поверхностях лопаток вращающихся рабочих колес насосов, турбин, винтов, в местах, особо неблагоприятных с точки зрения обтекания. Одним из наиболее опасных последствий кавитации является разрушение кавитационными пузырьками поверхности тел, расположенных в области кавитации. Это

объясняется следующими причинами. Кавитационный пузырек уносится потоком в область повышенного давления, где и конденсируется. Конденсация сопровождается быстрым смыканием поверхности окружающей его жидкости и появлением больших скоростей. Благодаря этому при конденсации на поверхности трубопровода или лопатки происходит удар жидкости о поверхность, в результате которого в месте удара весьма часто возникает давление, достигающее нескольких тысяч кг/см^2 . Такие удары разрушают поверхность в местах удара, создают в системе опасные вибрации и часто выводят систему из строя. Раньше было принято считать, что кавитационное разрушение материала обуславливается также температурными, химическими и электрическими явлениями, возникающими при этом. Однако современные исследования этого вопроса показали ошибочность такой точки зрения. Кавитационному разрушению, не зависящему от рода жидкости, подвержены, наряду с металлами, бакелит, резина, цемент, стекло и др.

17-3. Самотечный простой трубопровод переменного сечения

При расчете самотечного простого трубопровода переменного сечения потери удельной энергии необходимо определить на каждом участке трубопровода отдельно, так как ско-



Фиг. 17-3. Схема простого трубопровода переменного сечения.

рости движения жидкости на каждом участке неодинаковы. Уравнение Бернулли для случая, изображенного на фиг. 17-3, будет иметь вид:

$$z_0 + \frac{p_0}{\gamma} + \frac{\alpha_0 v_0^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + \left(\lambda \frac{l}{d} + \Sigma \zeta \right) \frac{v_{mp1}^2}{2g} + \left(\lambda \frac{l}{d} + \Sigma \zeta \right) \frac{v_{mp2}^2}{2g}. \quad (17-9)$$

Принимая $z_0 - z_2 = h_0 - h$, $v_0 \approx 0$ и $p_0 = p_2$, воспользовавшись уравнением неразрывности $v_{mp1} \omega_{mp1} = v_{mp2} \omega_{mp2}$, получим:

$$Q = v_{mp1} \omega_{mp1} = \omega_{mp1} \frac{\sqrt{2g(h_0 - h)}}{\sqrt{\left(\lambda \frac{l}{d} + \Sigma \zeta \right)_{mp1} + \left(\alpha_2 + \lambda \frac{l}{d} + \Sigma \zeta \right)_{mp2} \left(\frac{\omega_{mp1}}{\omega_{mp2}} \right)^2}} = v_{mp1} \omega_{mp1} \sqrt{2g(h_0 - h)}, \quad (17-10)$$

где

$$\mu_{mp1} = \frac{1}{\sqrt{\left(\lambda \frac{l}{d} + \Sigma \zeta\right)_{mp1} + \left(a_2 + \lambda \frac{l}{d} + \Sigma \zeta\right)_{mp2} \left(\frac{\omega_{mp1}}{\omega_{mp2}}\right)^2}} \quad (17-11)$$

В последней формуле μ_{mp1} — коэффициент расхода, отнесенный к первому трубопроводу.

Обратим внимание на то, что расход Q можно вычислить и через скорость v_{mp2} . Однако при этом выражение для коэффициента расхода, отнесенного к второму трубопроводу, будет иное. Величина расхода, конечно, должна быть одной и той же. Во втором случае получим:

$$Q = \mu_2 \omega_{mp2} \sqrt{2g(h_0 - h)}, \quad (17-12)$$

где

$$\mu_{mp2} = \frac{1}{\sqrt{\left(\lambda \frac{l}{d} + \Sigma \zeta\right)_{mp1} \left(\frac{\omega_{mp2}}{\omega_{mp1}}\right)^2 + \left(a_2 + \lambda \frac{l}{d} + \Sigma \zeta\right)_{mp2}} \quad (17-13)$$

Задача 17-1. Определить время наполнения бензином емкости $W = 3200$ л согласно следующим данным (фиг. 17-3): $h_0 = 8$ м, $h = 1$ м, $l_1 = 50$ м, $d_1 = 106$ мм, $\Delta_1 = 0,6$ мм, $l_2 = 50$ м, $d_2 = 80,5$ мм, $\Delta_2 = 0,6$ мм.

На трубопроводах установлены две задвижки. Трубопровод имеет три закругления. Кинематический коэффициент вязкости бензина $\nu = 0,008$ см²/сек.

Решение. Время наполнения определим по формуле

$$t = \frac{W}{Q},$$

где Q — расход жидкости в трубопроводе и вычисляется по формуле

$$Q = \mu_1 \omega_{mp1} \sqrt{2g(h_0 - h)}.$$

Коэффициент расхода, отнесенный к первому трубопроводу, равен:

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{\left(\lambda \frac{l}{d} + \Sigma \zeta\right)_{mp1} + \left(a_2 + \lambda \frac{l}{d} + \Sigma \zeta\right)_{mp2} \left(\frac{\omega_{mp1}}{\omega_{mp2}}\right)^2}}$$

Для определения коэффициентов λ , λ и ζ надо было бы знать число Re , которое неизвестно, так как не известен расход Q . Ориентировочно расчет можно было бы произвести, считая режим движения соответствующим квадратичной зоне. После этого, определив расход и вычислив число Re , следует, если это необходимо, произвести второй уточняющий расчет. Для данной задачи предварительные расчеты дают следующее значение:

для трубопровода $d_1 = 106$ мм $Re = 165\ 000$

для трубопровода $d_2 = 80,5$ мм $Re = 219\ 000$

Этим значениям Re по формуле (14-48) соответствуют значения

$$\lambda_1 = 0,0321; \quad \lambda_2 = 0,034.$$

Значения a_2 и ζ примем для турбулентного движения равными

$$a_2 = 1,1, \quad \zeta_s = 0,918;$$

$$\zeta_{задв} = 0,12; \quad \zeta_{ex} = 0,5; \quad \zeta_{пер} = 0,26 \left(\frac{d_2}{d_1} = 0,76\right).$$

Таким образом,

$$\mu_1 = \frac{1}{\left[\left(0,5 + 0,0321 \frac{50}{0,106} + 2 \cdot 0,918 + 0,12 \right) + \left(1,1 + 0,034 \frac{50}{0,0805} + 0,26 + 0,918 + 0,12 \right) \cdot 3,01 \right]^{1/2}} = 0,107;$$

$$Q = 0,107 \cdot 0,785 \cdot 1,06^2 \sqrt{195,2 \cdot 70} = 11 \text{ л/сек};$$

$$t = \frac{W}{Q} = \frac{3200}{11} = 291 \text{ сек.};$$

$$Re = \frac{Q}{0,785 d_1 \nu} = \frac{11}{0,785 \cdot 1,06 \cdot 0,00008} = 165\ 000;$$

$$Re = \frac{Q}{0,785 d_2 \nu} = \frac{11}{0,785 \cdot 0,805 \cdot 0,00008} = 219\ 000.$$

Эти значения совпадают с принятыми, поэтому уточнение расчета не требуется.

17-4. Сифонный трубопровод, особенности его работы. Определение производительности

Трубопровод называется сифонным (фиг. 17-4), если некоторые его участки располагаются выше уровня жидкости, находящейся в резервуаре, откуда происходит подача жидкости.

Поэтому сифонные трубопроводы требуют предварительной заливки. Расход в сифонном трубопроводе определяется по формулам, аналогичным простым трубопроводам.

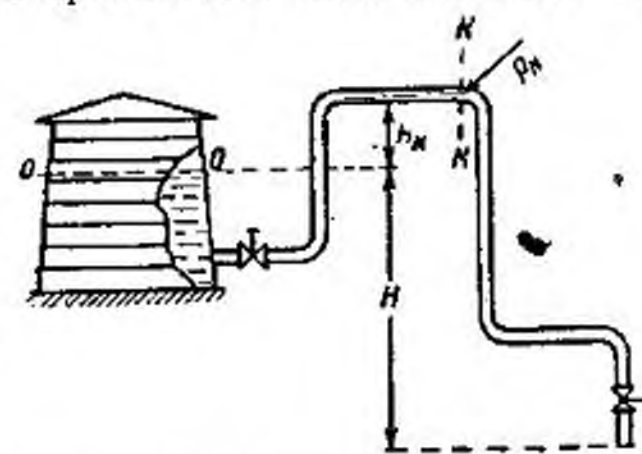
Для определения предельного возвышения сифонного трубопровода следует исходить из формулы (17-7).

При увеличении h_k [в этом случае h_k будет (фиг. 17-4) отрицательным], как это следует

из формулы, давление p_k уменьшается. Предельное возвышение $h_{kпр}$ будет достигнуто тогда, когда p_k упадет до p_{II} .

Прежде чем приступить к преобразованиям, выделим из выражения потерь удельной энергии члены, включающие высоту h_k , будем иметь:

$$\left(\lambda \frac{l}{d} + \Sigma \zeta\right) \frac{v^2}{2g} = \left(\lambda \frac{l}{d} + \Sigma \zeta\right)' \frac{v^2}{2g} + \lambda \frac{h_k}{d} \frac{v^2}{2g}.$$



Фиг. 17-4. Схема сифонного трубопровода.

Здесь штрих у скобки подчеркивает, что члены с h_x из потерь исключены и рассматриваются самостоятельно. Тогда

$$\frac{p_{II}}{\gamma} = \frac{p_0}{\gamma} - \left[h_{xnp} + \frac{\alpha_k v_k^2}{2g} + \left(\lambda \frac{l}{d} + \Sigma \zeta \right) \frac{v^2}{2g} + \lambda \frac{h_{xnp}}{d} \frac{v^2}{2g} \right],$$

откуда

$$h_{xnp} = \frac{\frac{p_0 - p_{II}}{\gamma} - \left[\frac{\alpha_k v_k^2}{2g} + \left(\lambda \frac{l}{d} + \Sigma \zeta \right) \frac{v^2}{2g} \right]}{1 + \lambda \frac{1}{d} \frac{v^2}{2g}}. \quad (17-14)$$

Выражая скорости через расход, определяемый по формуле (17-4), получим:

$$h_{xnp} = \frac{\frac{p_0 - p_{II}}{\gamma} - \left[\frac{\alpha_k}{\omega_k^2} + \left(\lambda \frac{l}{d} + \Sigma \zeta \right) \frac{1}{\omega_{mp}^2} \right] \mu^2 \omega_{mp}^2 H}{1 + \frac{\lambda}{d} \mu^2 H}. \quad (17-15)$$

17-5. Графоаналитический метод расчета производительности сифонного или самотечного трубопровода

В основу графоаналитического метода расчета положим формулу (17-1) для $p_0 = p_1$

$$z = \left(\alpha + \lambda \frac{l_2 + h}{d} + \Sigma \zeta \right) \frac{Q^2}{2g\omega^2}, \quad (17-16)$$

т. е.

$$z = aQ^2, \quad (17-17)$$

где

$$z = h_0 + h;$$

$$a = \frac{1}{2g\omega^2} \left(\alpha + \lambda \frac{l_2 + h}{d} + \Sigma \zeta \right). \quad (17-18)$$

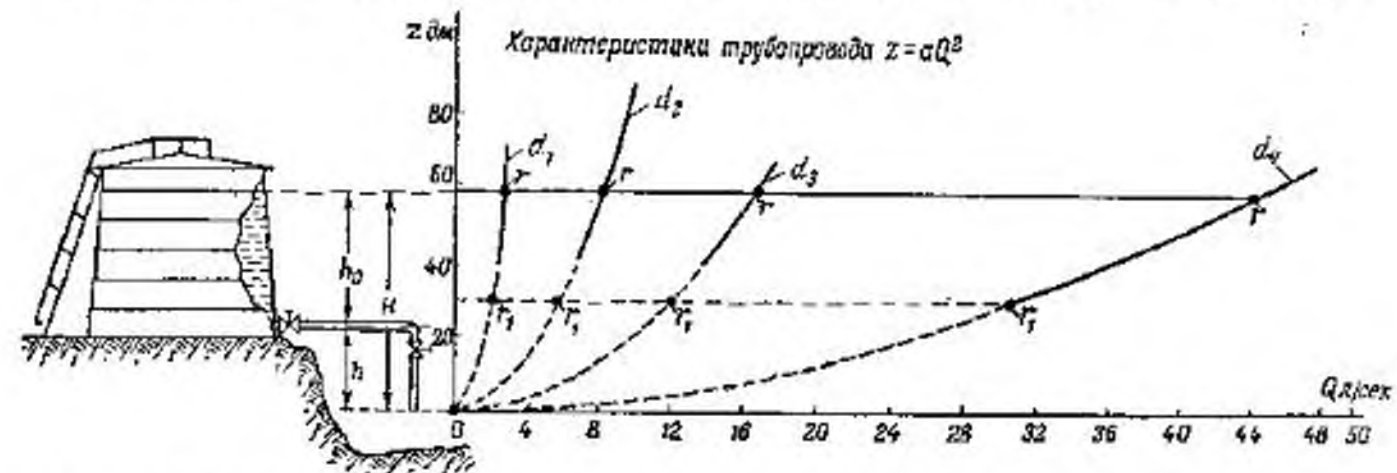
Если рассматривать z и Q как переменные величины, то зависимость между ними может быть изображена графически следующим образом (фиг. 17-5). Начало координат выберем на уровне конца сливного трубопровода.

Ось абсцисс примем за ось Q , а ось ординат за z .

Задаваясь значениями Q_1, Q_2, \dots и т. д., вычисляя λ и ζ для заданного диаметра в соответствии с режимом движения (Re) и определяя соответствующие значения z_1, z_2 и т. д., построим кривую, которую будем в дальнейшем называть характеристикой простого трубопровода. Коэффициент a в выражении $z = aQ^2$ будем называть коэффициентом характеристики.

Вид характеристики трубопровода будет зависеть от режимов движения, соответствующих расходам. При малых расходах, которым при заданной вязкости жидкости и размерах трубопровода будет соответствовать малое Re , движение может оказаться ламинарным во всем трубопроводе, в том числе и в местных сопротивлениях, и характеристика трубопровода для этих режимов будет изображаться прямой линией.

При переходе к турбулентному движению закон потерь будет изменяться. На первой стадии потери могут оказаться пропорциональными расходу в степени 1,47, а в дальнейшем, если движение происходит в шероховатых трубах, и квадрату расхода.



Фиг. 17-5. Графоаналитический способ определения производительности. Точки r определяют расходы, соответствующие определенным условиям и размерам трубопроводов.

Таким образом, характеристика трубопровода на всем своем протяжении может меняться, переходя от прямой линии к квадратичной параболе. При жидкостях маловязких, как правило, линейная зона отсутствует.

Если расчет относится к области квадратичной, то коэффициент характеристики трубопровода a есть величина постоянная. Во всех случаях конец пунктирных линий на фиг. 17-5 соответствует началу квадратичной зоны.

При каком-то уровне $h_0 + h = H$ производительность трубопровода определится точкой пересечения характеристики трубопровода с горизонталью, проведенной на уровне жидкости в резервуаре (точка r).

При изменении уровня производительность трубопровода также будет изменяться. Но при любых уровнях производительность будет определяться пересечением характеристики трубопровода с соответствующей горизонталью.

При изменении диаметра трубопровода будет изменяться коэффициент характеристики a , а значит и характеристика трубопровода. При уменьшении диаметра она будет подниматься круче, а при увеличении диаметра — положе. Вследствие этого будет также изменяться и производительность трубопровода.

Задача 17-2. Исследование производительности трубопровода. Определить графоаналитическим методом производительность самотечного трубопровода, изображенного на фиг. 17-5, и проанализировать влияние на производительность диаметра трубопровода и высоты налива бензина в резервуаре.

Длину трубопровода примем равной 100 м. Диаметр трубопровода $d_4 = 156$ мм, $d_3 = 106$ мм, $d_2 = 80,6$ мм, $d_1 = 53$ мм, шероховатость $\Delta = 0,6$ мм.

Для анализа необходимо построить характеристики трубопроводов.

При построении характеристик трубопроводов примем λ соответствующими квадратичной зоне.

Характеристика трубопровода диаметром 53 мм будет выражена уравнением

$$z_1 = \left(\alpha + \lambda \frac{l}{d} + \zeta_{ex} + 2\zeta_{вент} + \zeta_3 \right) \frac{Q^2}{2g\omega^2};$$

$$z_1 = \left(1,1 + 0,04 \frac{100}{0,053} + 0,5 + 2 \cdot 0,8 + 0,134 \right) \frac{Q^2}{9,55} = 8,24Q^2 \text{ д.м.}$$

Характеристики других трубопроводов будут выражены аналогичными уравнениями:

$$z_2 = \left(1,1 + 0,034 \frac{100}{0,0805} + 0,5 + 2 \cdot 1,2 + 0,134 \right) \frac{Q^2}{196,2 \cdot 0,259} = 0,91Q^2;$$

$$z_3 = \left(1,1 + 0,031 \frac{100}{0,106} + 0,5 + 2 \cdot 1,2 + 0,134 \right) \frac{Q^2}{196,2 \cdot 0,779} = 0,217Q^2;$$

$$z_4 = \left(1,1 + 0,0028 \frac{100}{0,156} + 0,5 + 2 \cdot 1,2 + 0,134 \right) \frac{Q^2}{196,2 \cdot 3,65} = 0,0306Q^2.$$

Данные для построения характеристик трубопроводов приведены в таблице.

Q , л/сек	2	4	6	8	10	12	16	18	20	30	40
z_1	32,96	132	297	—	—	—	—	—	—	—	—
z_2	3,64	14,6	32,8	58	91	—	—	—	—	—	—
z_3	0,87	3,47	7,81	13,88	21,7	31,25	55,6	70,0	—	—	—
z_4	0,12	0,49	1,10	1,96	3,06	4,4	7,84	9,9	12,24	27,54	76

Точка r пересечения характеристик трубопроводов с горизонтальной прямой, проведенной на уровне свободной поверхности жидкости в резервуаре, определяет расход в трубопроводе.

При изменении уровня с б до 3 м расход изменяется:

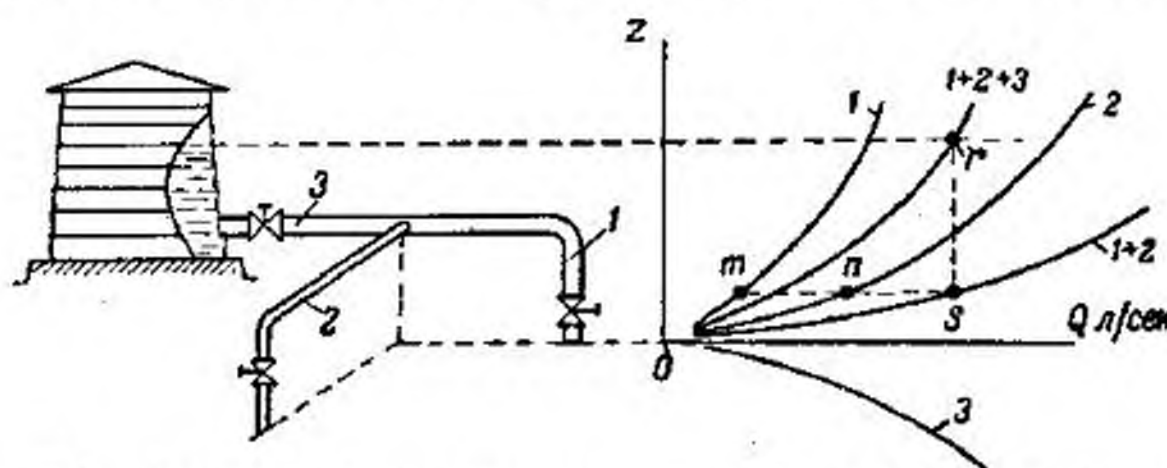
для трубопроводов d_1 с	2,72 л/сек	до	1,91 л/сек
d_2 с	8,1	·	5,74
d_3 с	16,6	·	11,80
d_4 с	44,3	·	31,3

Здесь следует обратить внимание на увеличение производительности трубопровода с увеличением диаметра. Так, например, производительность трубопровода диаметром $d = 156$ мм в 6,1 раза больше производительности трубопровода $d = 53$ мм. Это соотношение получено для $l = 100$ м. При этом надо иметь в виду, что увеличение производительности происхо-

дит не только за счет увеличения площади сечения трубопровода (в рассматриваемом случае площадь возросла всего лишь в 4 раза), но также и за счет уменьшения гидравлического сопротивления трубопровода. В разбираемом примере это дало увеличение производительности в 1,53 раза. В турбулентном движении приближенно можно считать, что производительность трубопровода пропорциональна диаметру в степени 2,5, в ламинарном движении — пропорциональна диаметру в четвертой степени.

17-6. Графоаналитический метод расчета самотечного разветвленного трубопровода

Рассматриваемая схема (фиг. 17-6) представляет систему последовательно-параллельных трубопроводов. Параллельно работают трубопроводы 1 и 2. Последовательно с ними работает трубопровод 3. Уровни концов трубопроводов 1 и 2 совпадают.



Фиг. 17-6. Схема графоаналитического способа расчета разветвленного трубопровода.

Определение производительности рассматриваемой системы произведем графоаналитически следующим способом. Систему трубопроводов разобьем на три участка: первый — трубопровод 1, второй — трубопровод 2 и третий — трубопровод 3. Характеристика трубопровода соответствующего участка будет выражаться на основании предыдущего следующими уравнениями:

$$z_1 = \left(\alpha + \lambda \frac{l}{d} + \Sigma \zeta \right)_1 \frac{Q^2}{2g\omega_{m1}^2};$$

$$z_2 = \left(\alpha + \lambda \frac{l}{d} + \Sigma \zeta \right)_2 \frac{Q^2}{2g\omega_{m2}^2};$$

$$z_3 = \left(\lambda \frac{l}{d} + \Sigma \zeta \right)_3 \frac{Q^2}{2g\omega_{m3}^2}.$$

Эти характеристики построим на графике, задаваясь значениями Q и определяя соответствующие значения z . Значение z_3 будем откладывать вниз от оси расходов, величины z_2 и z_1 — вверх от оси расходов. Так будет удобнее.

Результирующую характеристику трубопроводов, работающих последовательно-параллельно, построим следующим образом.

Суммарная характеристика двух параллельных трубопроводов 2 и 1 находится способом горизонтального сложения, т. е. складываются абсциссы (расходы), соответствующие одним и тем же ординатам, характеристик 2 и 1. Полученная таким образом характеристика 1+2 складывается с характеристикой последовательно работающего трубопровода 3 по способу вертикального сложения, т. е. складываются ординаты, соответствующие одним и тем же абсциссам (расходам) характеристик 1+2 и 3. Полученная характеристика 1+2+3 и является результирующей характеристикой всей системы трубопроводов.

Точка пересечения r результирующей характеристики с горизонталью, проведенной на уровне свободной поверхности, определяет производительность трубопровода 3 (т. е. всей системы).

Чтобы определить производительность каждого из трубопроводов 2 и 1, необходимо через точку r провести вертикаль до пересечения ее в точке s с суммарной характеристикой трубопроводов 1+2. Из точки s провести горизонталь, которая пересечет характеристики трубопроводов 2 и 1 в точках m и n . Эти точки и определяют производительность каждого из трубопроводов.

Графоаналитический метод расчета значительно упрощается, если можно считать все режимы соответствующими квадратичной области. В этом случае графическое сложение характеристик трубопроводов можно заменить аналитическим. Легко показать, что в этом случае коэффициент характеристики двух параллельных трубопроводов (имеющих одинаковое снижение) определяется по формуле

$$a_{12} = \frac{a_1 a_2}{(\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2})^2} \quad (17-19)$$

Коэффициент характеристики трех параллельно работающих трубопроводов (имеющих одинаковое снижение) определяется по формуле

$$a_{123} = \frac{a_1 a_2 a_3}{(\sqrt{a_1 a_2} + \sqrt{a_1 a_3} + \sqrt{a_2 a_3})^2} \quad (17-20)$$

Для трубопроводов, работающих последовательно,

$$a_{1+2+3} = a_1 + a_2 + a_3, \quad (17-21)$$

т. е. при последовательном соединении трубопроводов разных диаметров коэффициент характеристики всего трубопровода складывается из суммы коэффициентов характеристик отдельных трубопроводов.

Задача 17-3. Требуется определить время, в течение которого скорость жидкости в трубопроводе при быстром открытии запорного устройства достигает нормального значения. Трубопровод присоединен к резервуару (фиг. 17-1), уровень жидкости в котором поддерживается постоянным.

Давление на свободной поверхности жидкости в резервуаре равно атмосферному. Жидкость вытекает также в атмосферу.

Скорость в трубопроводе при установившемся движении $v_0 = 1,5$ м/сек; общая длина $l = 250$ м; $H = 6$ м.

Решение. Исходной формулой для данного случая будет служить уравнение Бернулли для неустановившегося движения (труба постоянного сечения):

$$H = \left(a + \lambda \frac{l}{d} + \Sigma \zeta \right) \frac{v^2}{2g} + \frac{\beta l}{g} \frac{\partial v}{\partial t}.$$

Согласно формуле (17-3)

$$\left(a + \lambda \frac{l}{d} + \Sigma \zeta \right) \frac{1}{2g} = \frac{H}{v_0^2},$$

где v_0 — средняя скорость установившегося движения, соответствующая напору H .

Подставляя это значение в исходную формулу, получим:

$$H = \frac{v^2}{v_0^2} H + \frac{\beta l}{g} \frac{\partial v}{\partial t}.$$

В рассматриваемом случае (труба постоянного сечения)

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{dv}{dt}.$$

Разделяя переменные, найдем:

$$\frac{gH}{\beta l v_0^2} \int_0^t dt = \int_0^v \frac{dv}{v_0^2 - v^2}.$$

Интегрируя, будем иметь:

$$\frac{gH}{\beta l v_0^2} t = \frac{1}{2v_0} \ln \frac{v_0 + v}{v_0 - v}.$$

или

$$t = \frac{\beta l v_0}{2gH} \ln \frac{v_0 + v}{v_0 - v}.$$

Из этой формулы следует, что скорость v достигает значения $v = v_0$ при $t = \infty$.

Закон изменения скорости можно получить, разрешив полученную формулу относительно v :

$$v = v_0 \frac{e^{\frac{2gH}{\beta l v_0} t} - 1}{e^{\frac{2gH}{\beta l v_0} t} + 1}.$$

Определим время, в течение которого скорость достигнет значения

$$\frac{v}{v_0} = 0,99.$$

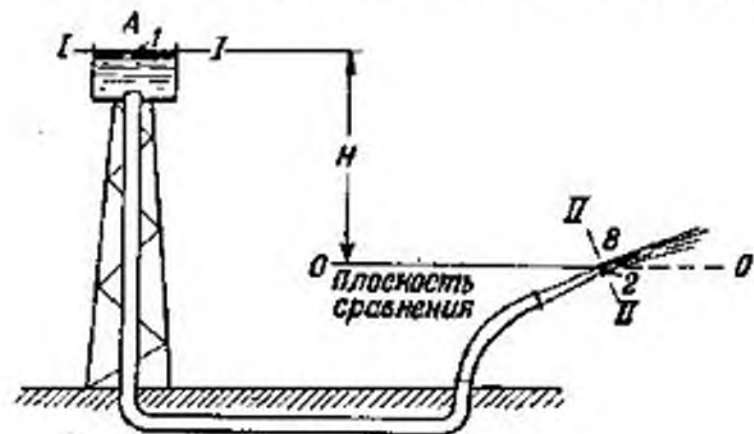
Вспользуемся формулой для t , заменив в ней l_0 через l_g и принимая $\beta = 1,05$, получим

$$t = \frac{1,05 \cdot 250 \cdot 1,5 \cdot 2,3}{2 \cdot 9,81 \cdot 6} \lg \frac{1,99}{0,01} = 17,6 \text{ сек.}$$

Глава восемнадцатая

МЕТОДЫ РАСЧЕТА ПРОСТЕЙШИХ ВОДОПРОВОДНЫХ ЛИНИЙ

Водопроводом называется система трубопроводов, служащая для транспортировки воды. Методы гидравлического расчета водопроводов, излагаемые в настоящей главе, отличаются от мето-



Фиг. 18-1. Схема простого водопровода с одной водонапорной башней.

дов расчета трубопроводов, изложенных в гл. 17 только тем, что в расчет не вводятся местные сопротивления, учитываемые при необходимости увеличением расчетной длины трубопровода на длину, эквивалентную местным сопротивлениям.

Несколько схем простых и сложных водопроводов¹ показано на фиг. 18-1—18-3, 18-6.

18-1. Последовательное соединение трубопроводов

В связи с указанным основной расчетной формулой для водопровода будет формула (18-1), аналогичная формуле (17-1), но без членов, учитывающих потери удельной энергии в местных сопротивлениях.

¹ Определение простого и сложного трубопроводов было дано в начале гл. 17.

Рассматривая случай, когда $p_1 = p_2$, будем иметь:

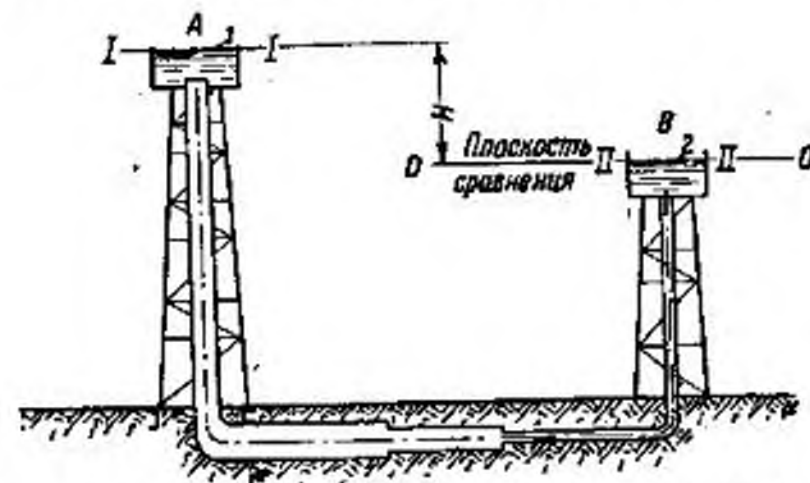
$$H = \frac{a_2 v_2^2}{2g} + \Sigma \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}. \quad (18-1)$$

Выражая скорости через расход, найдем:

$$H = \frac{a_2 Q^2}{2g \omega_2^2} + \frac{Q^2}{2g} \Sigma \lambda \frac{l}{d} \frac{1}{\omega^2}. \quad (18-2)$$

Величину H назовем напором водопровода.

Из формулы (18-2) следует, что напор H затрачивается на преодоление гидравлических сопротивлений, а также для создания скоростного напора в сечении II.



Фиг. 18-2. Схема простого водопровода с двумя водонапорными башнями.

В том случае, если скоростной напор $\frac{a_2 v_2^2}{2g}$ мал по сравнению с потерями по длине, что имеет место в водопроводе согласно схеме фиг. 18-2, то расчетной формулой будет:

$$H = \frac{Q^2}{2g} \Sigma \lambda \frac{l}{d} \frac{1}{\omega^2}. \quad (18-3)$$

Из этой формулы следует, что в этом случае весь напор затрачивается только на преодоление гидравлических сопротивлений.

В обеих формулах величина

$$\frac{Q^2}{2g} \lambda \frac{l}{d} \frac{1}{\omega^2}$$

определяет потерю напора h_d по длине на соответствующем участке. Если в длину l включена и длина, эквивалентная местным сопротивлениям, то этот член определяет потерю

удельной энергии с учетом и местных сопротивлений. Обозначим через K^2 величину

$$K^2 = \frac{\pi^2 g d^5}{8\lambda} \quad (18-4)$$

При этом формулы (18-1) и (18-3) можно привести к виду:

$$H = Q^2 \Sigma \frac{l}{K^2} + \frac{a_2 v_2^2}{2g}; \quad (18-5)$$

$$H = Q^2 \Sigma \frac{l}{K^2} \quad (18-6)$$

В этих формулах $K = \sqrt{\frac{\pi^2 g d^5}{8\lambda}}$ называется модулем расхода. Модуль расхода имеет размерность расхода, т. е. измеряется в $м^3/сек$, если d вычислено в $м$ и g — в $м/сек^2$, или $дм^3/сек$, если d вычислено в $дм$ и g — в $дм/сек^2$.

Таблица 18-1

Значения квадрата модуля расхода $K^2 = \frac{\pi^2 g d^5}{8\lambda} [дм^6/сек^2]$, вычисленного для квадратичной зоны по формуле

$$\lambda = \frac{0,25}{\left[\lg \frac{3,7}{\Delta} d \right]^2}$$

$d, мм$	$\Delta = 0,1 мм$	$\Delta = 0,2 мм$	$\Delta = 0,3 мм$	$\Delta = 0,5 мм$
27	6,2498	5,058	4,4196	3,6764
35,75	27,546	22,490	19,770	16,590
41	56,750	46,503	41,004	34,549
53	219,47	181,18	160,48	136,180
68	814,01	676,29	601,63	513,780
80,5	1975,1	1647,7	1469,9	1260,2
81	2040,4	1702,4	1518,8	1302,4
100	6163,8	5167,7	4625,5	3985,3
106	8366,2	7023,2	6292,3	5427,9
125	18520	16720	15015	12996
131	25368	21392	19225	16658
158	67569	57198	51530	44807
159	69910	59189	53331	46388
205	263850	224480	202910	177340
207	277580	236230	213560	186670
257	858720	733680	665070	583490
259	894380	764150	692880	607920
307	2171200	1861050	1669300	1487210
309	2246000	1925100	1748800	1538900
357	4767200	4096100	3727400	3287200
361	5052300	4342000	3951200	3485200
402	8856600	7625800	6947200	6139200
408	9603800	8230400	7499000	6628000

Величина модуля расхода K зависит от диаметра трубы и, кроме того, от значения коэффициента λ . Поэтому даже для труб одного и того же диаметра величина модуля K будет определяться в зависимости от режима движения той формулой, по которой производится подсчет λ .

Сопоставляя формулы (18-6) и (17-17), можно заметить зависимость между коэффициентом характеристики трубопровода и модулями расхода, а именно:

$$a = \Sigma \frac{l}{K^2} \quad (18-7)$$

При этом коэффициент характеристики каждого трубопровода может быть также определен через модуль расхода

$$a = \frac{l}{K^2} \quad (18-8)$$

где l — уже эквивалентная длина соответствующего трубопровода с учетом местных сопротивлений; для конечного участка надо учитывать также и скоростной напор на конце.

В табл. 18-1 и 18-2 даны значения модуля расхода, вычисленные для квадратичной зоны в соответствии с формулами (14-41) и (14-53).

Таблица 18-2

Значения квадрата модуля расхода $K^2, дм^6/сек^2$, вычисленного по формуле Павловского

Диаметр, $дм$	$n = 1/70$			$n = 1/80$			$n = 1/90$		
	$n = 1/70$	$n = 1/80$	$n = 1/90$	$n = 1/70$	$n = 1/80$	$n = 1/90$	$n = 1/70$	$n = 1/80$	$n = 1/90$
0,27	2,0291	3,2008	4,6831	2,0291	3,2008	4,6831	2,0291	3,2008	4,6831
0,3575	9,0932	14,1777	20,8699	9,0932	14,1777	20,8699	9,0932	14,1777	20,8699
0,41	18,8874	28,5806	42,6718	18,8874	28,5806	42,6718	18,8874	28,5806	42,6718
0,53	74,4509	114,2840	165,2870	74,4509	114,2840	165,2870	74,4509	114,2840	165,2870
0,68	281,9700	428,2570	613,1540	281,9700	428,2570	613,1540	281,9700	428,2570	613,1540
0,805	694,6320	1047,85	1494,39	694,6320	1047,85	1494,39	694,6320	1047,85	1494,39
0,810	717,5260	1082,55	1544,22	717,5260	1082,55	1544,22	717,5260	1082,55	1544,22
1,000	2213,95	3308,43	4686,97	2213,95	3308,43	4686,97	2213,95	3308,43	4686,97
1,060	3036,93	4506,82	6400,78	3036,93	4506,82	6400,78	3036,93	4506,82	6400,78
1,310	9369,84	13854,50	19443,70	9369,84	13854,50	19443,70	9369,84	13854,50	19443,70
1,580	25832,5	37398,6	52178,2	25832,5	37398,6	52178,2	25832,5	37398,6	52178,2
1,590	26367,9	38559,2	53948,7	26367,9	38559,2	53948,7	26367,9	38559,2	53948,7
2,050	102443,0	148749,0	205761,0	102443,0	148749,0	205761,0	102443,0	148749,0	205761,0
2,070	107792,0	156866,0	216471,0	107792,0	156866,0	216471,0	107792,0	156866,0	216471,0
2,570	342623,0	492751,0	676559,0	342623,0	492751,0	676559,0	342623,0	492751,0	676559,0
2,590	368424,0	513566,0	704635,0	368424,0	513566,0	704635,0	368424,0	513566,0	704635,0
3,070	886705,0	1264650,0	1726210,0	886705,0	1264650,0	1726210,0	886705,0	1264650,0	1726210,0
3,570	1983050,0	2808380,0	3820290,0	1983050,0	2808380,0	3820290,0	1983050,0	2808380,0	3820290,0
3,610	2101510,0	2982050,0	4048380,0	2101510,0	2982050,0	4048380,0	2101510,0	2982050,0	4048380,0
4,020	3752250,0	5276800,0	7139960,0	3752250,0	5276800,0	7139960,0	3752250,0	5276800,0	7139960,0
4,680	8412720,0	11813200,0	15001700,0	8412720,0	11813200,0	15001700,0	8412720,0	11813200,0	15001700,0

Расчетные формулы значительно упрощаются, если водопровод выполнен из труб одного диаметра. В этом случае применительно к схеме (фиг. 18-1) будем иметь:

$$H = \frac{Q^2 l}{K^2} + \frac{\alpha v^2}{2g}, \quad (18-9)$$

применительно к схеме фиг. 18-2

$$H = \frac{Q^2}{K^2} l = h_0, \quad (18-10)$$

Последняя формула может служить также для определения расхода

$$Q = K \sqrt{\frac{H}{l}}, \quad (18-11)$$

Если учесть, что $\frac{H}{l}$ является гидравлическим уклоном

$$J = \frac{H}{l},$$

то формулу (18-11) можно представить в виде:

$$Q = K \sqrt{J}. \quad (18-12)$$

18-2. Последовательно-параллельное соединение трубопроводов

Последовательно-параллельное соединение трубопроводов показано на фиг. 18-3. Вода поступает из резервуара А. В узле В разветвляется на три потока соответственно количеству разветвлений и за узлом С движется одним потоком в резервуар D. В узлах В и С происходит отбор воды в количестве Q_B и Q_C [л/сек]. Q_B и Q_C называются узловыми расходами.

Потери удельной энергии между узловыми пунктами В и С на любых участках равны.

Потери удельной энергии на каждом участке могут быть определены по формуле (18-10).

Таким образом, для каких-нибудь двух участков разветвления будем иметь следующее равенство:

$$\frac{Q_1^2 l_1}{K_1^2} = \frac{Q_2^2 l_2}{K_2^2},$$

откуда

$$Q_2 = Q_1 \frac{K_2}{K_1} \sqrt{\frac{l_1}{l_2}}. \quad (18-13)$$

Подставляя значения K , будем иметь:

$$Q_2 = Q_1 \sqrt{\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^5} \sqrt{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}} \sqrt{\frac{l_1}{l_2}}. \quad (18-14)$$

Формулу (18-14) можно представить и в виде:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \sqrt{\frac{\theta_1}{\theta_2}} \sqrt{\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^5} \sqrt{\frac{\lambda_{1кв}}{\lambda_{2кв}}} \sqrt{\frac{l_1}{l_2}}, \quad (18-15)$$

где θ_1 и θ_2 можно определить согласно формуле (14-50).

Ввиду того, что в общем случае коэффициент λ является функцией Re , уравнение (18-15) относительно Q_1/Q_2 может быть легко разрешено для ламинарного движения или для турбулентного движения в гладких трубах, когда λ определяется по формуле вида (14-37). Для водопровода эти случаи исключаются, так как в большинстве случаев λ является сложной функцией

$$\lambda = f\left(\frac{\Delta}{d}, Re\right).$$

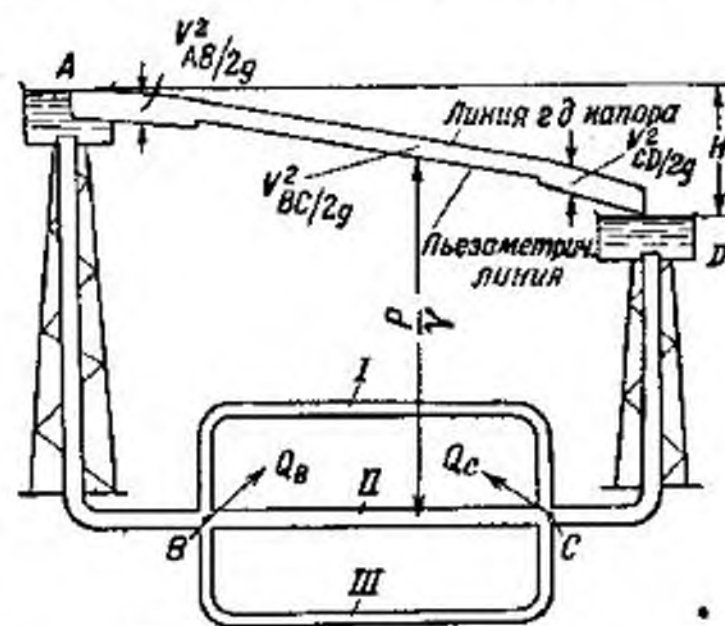
Поэтому отношение Q_1/Q_2 из уравнения (18-15) может быть найдено только путем последовательных приближений.

Просто находится отношение Q_1/Q_2 при квадратичных режимах в обеих ветвях. В этом случае $\theta_1 = \theta_2 = 1$ и расходы каждого из участков разветвления прямо пропорциональны корням квадратным из пятых степеней диаметров труб и обратно пропорциональны корням квадратным из длины участков и коэффициентов λ .

При заданных узловых расходах, длинах участков, диаметрах труб и напоре H для определения расходов на отдельных участках, т. е. Q_{AB} , Q_1 , Q_2 , Q_3 и Q_{CD} , могут служить следующие (для данной схемы) пять уравнений:

1, 2) Потери удельной энергии на участках разветвления равны между собой:

$$\frac{Q_1^2 l_1}{K_1^2} = \frac{Q_2^2 l_2}{K_2^2} = \frac{Q_3^2 l_3}{K_3^2}. \quad (18-16)$$



Фиг. 18-3 Схема разветвленного водопровода.

3) Расход Q_{AB} на участке AB складывается из расходов на участках BIC , $BIIIC$, $BIIIC$ и узлового Q_B :

$$Q_{AB} = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_B. \quad (18-17)$$

4) Расход на участке CD складывается из расходов на участках BIC , $BIIIC$, $BIIIC$ за вычетом узлового расхода Q_C :

$$Q_{CD} = Q_1 + Q_2 + Q_3 - Q_C. \quad (18-18)$$

5) Потери удельной энергии на участке AD определяются напором H и складываются из потерь на участке AB , на одном (любом) из участков разветвления BC и на участке CD :

$$H = \frac{Q_{AB}^2 l_{AB}}{K_{AB}^2} + \frac{Q_1^2 l_1}{K_1^2} + \frac{Q_{CD}^2 l_{CD}}{K_{CD}^2} = h_{\partial AD}. \quad (18-19)$$

По причинам, указанным выше, эта система уравнений решается просто лишь для квадратичного режима. В этом случае из уравнения (18-16) определяем Q_2 и Q_3 через Q_1 . Затем выражаем Q_{AB} и Q_{CD} через Q_1 и эти значения представляем в уравнение (18-19), откуда и находим Q_1 .

После определения расходов можно определить на каждом участке потери удельной энергии и построить энергетические линии, что сделано на фиг. 18-3 для магистральной линии $ABIIICD$. Пьезометрическая линия соответствует избыточному давлению.

Расчет для квадратичного режима можно было бы также произвести, вводя в расчетные уравнения коэффициенты характеристик соответствующих трубопроводов. При этом уравнения (18-16) и (18-19) надо было бы заменить следующими:

$$a_1 Q_1^2 = a_2 Q_2^2 = a_3 Q_3^2; \quad (18-20)$$

$$H = (aQ^2)_{AB} + a_1 Q_1^2 + (aQ^2)_{CD} = h_{\partial AD}. \quad (18-21)$$

Определение расходов в этом случае можно упростить, если заменить разветвление одним трубопроводом с расходом $Q_{123} = Q_1 + Q_2 + Q_3$, коэффициент характеристики которого определим по формуле (17-20)

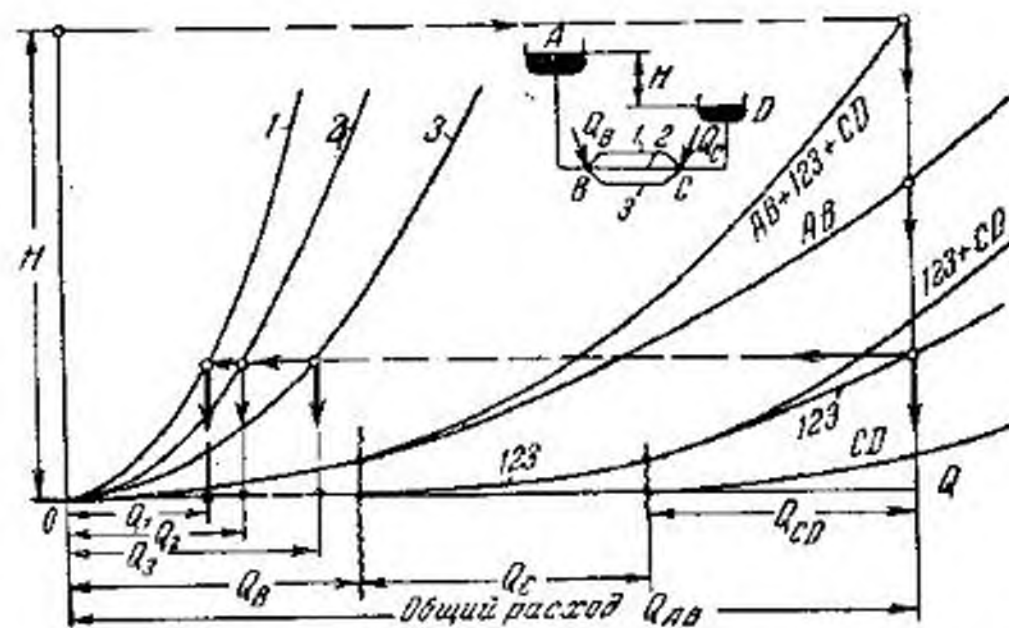
$$a_{123} = \frac{a_1 a_2 a_3}{(\sqrt{a_1 a_2} + \sqrt{a_1 a_3} + \sqrt{a_2 a_3})^2}. \quad (18-22)$$

В этом случае вместо (18-21) будем иметь уравнение

$$H = (aQ^2)_{AB} + a_{123} (Q_{AB} - Q_B)^2 + a_{CD} (Q_{AB} - Q_B - Q_C)^2, \quad (18-23)$$

откуда при заданных H и узловых расходах сначала найдем Q_{AB} , а затем из уравнений (18-17), (18-18), (18-20) и (18-21) — и другие расходы.

Точно этот случай может быть решен только графоаналитически. Для этого строим характеристики (фиг. 18-4) для каждого участка трубопровода по формулам вида (17-17). Характеристики трубопроводов 1, 2 и 3 складываются по методу параллельного сложения. Для построения характеристик всей



Фиг. 18-4. Схема графоаналитического способа расчета разветвленного водопровода.

системы начало характеристики параллельных трубопроводов 1, 2 и 3 надо сдвинуть вправо на Q_B . Начало характеристики участка CD надо сдвинуть вправо на $(Q_B + Q_C)$.

Полученные таким образом характеристики складываются по методу последовательно работающих трубопроводов. Общий расход и расходы по каждому участку определяются, как показано на фигуре.

18-3. Водопровод с равномерным путевым расходом

Во многих случаях приходится рассчитывать такие водопроводные линии, в которых вода расходуется равномерно по длине в большом количестве пунктов. Такой случай водопровода и носит название водопровода с равномерным путевым расходом (фиг. 18-5).

Для расчета такого водопровода оказывается возможным с достаточной для практики точностью полагать, что разбор воды в пути осуществляется не только равномерно, но и непрерывно с интенсивностью путевого расхода q [л/сек] на 1 пог. м.

В общем случае, кроме путевого расхода, данный участок пропускает некоторый транзитный расход Q_{α} , следующий на участке, примыкающие к рассматриваемому.