

Общий расход в начальном сечении участка будет равен сумме транзитного расхода Q_m и путевого $Q_n = ql$, т. е.

$$Q = Q_m + ql.$$

Определим потерю удельной энергии на участке l . Для этого рассмотрим сначала элемент участка dx , расположенный на расстоянии x от начала.

Через рассматриваемый элемент проходит весь транзитный расход Q_m , а также та часть путевого расхода, которая следует на участок длиной $(l-x)$.

Таким образом, в рассматриваемом сечении расход будет равен:

$$Q_x = Q_m + (l-x)q.$$

Для определения потери удельной энергии на участке воспользуемся формулой (18-10), представив ее в виде:

$$dh_a = \frac{[Q_m + (l-x)q]^2}{K^2} dx.$$

Общая потеря энергии на участке длиной l будет равна интегралу

$$h_a = \int_0^l \frac{[Q_m + (l-x)q]^2}{K^2} dx.$$

Интеграл легко находится только для квадратичного режима.

В этом случае $K = \text{const}$. Имея, кроме того, в виду, что

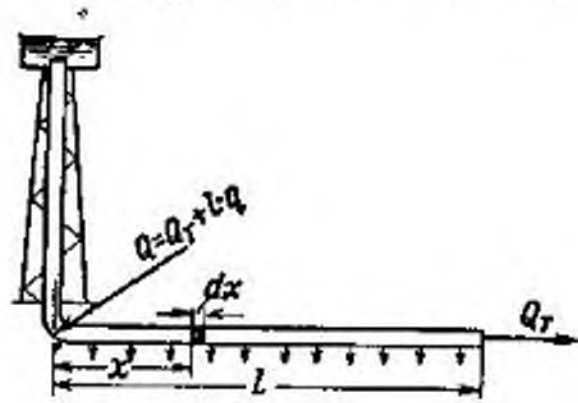
$$Q_n = ql,$$

получим:

$$h_a = \frac{l}{K^2} \left(Q_m^2 + \frac{Q_n^2}{3} + Q_m Q_n \right). \quad (18-24)$$

Таким образом, при наличии, кроме путевого расхода, еще и транзитного смешанное питание при квадратичном режиме эквивалентно питанию, сосредоточенному на конце данного участка, с расходом, равным:

$$Q_s = \sqrt{Q_m^2 + \frac{Q_n^2}{3} + Q_m Q_n}. \quad (18-25)$$



Фиг. 18-5. Схема водопровода с путевым расходом.

В том случае, если транзитный расход отсутствует,

$$h_a = \frac{Q_n^2 l}{3K^2}. \quad (18-26)$$

Таким образом, при отсутствии транзитного расхода непрерывное питание при квадратичном режиме эквивалентно питанию, сосредоточенному на конце данного участка, с расходом, равным:

$$Q_s = \frac{1}{\sqrt{3}} Q_n. \quad (18-27)$$

Заметим, что вследствие уменьшения скорости движения жидкости по длине трубопровода будет происходить также и восстановление давления, частично компенсирующее его падение, обусловленное гидравлическими сопротивлениями.

18-4. Задача о трех резервуарах

Сложный водопровод, осуществляющий питание одного резервуара из двух резервуаров или двух резервуаров из одного, показан на фиг. 18-6—18-12.

Та или иная схема работы разбираемого водопровода будет зависеть от соотношений гидродинамического напора.

Схема I. Жидкость движется в направлениях, как показано на фиг. 18-7, если

$$h_1 > h_B > h_3; \quad h_B > h_2.$$

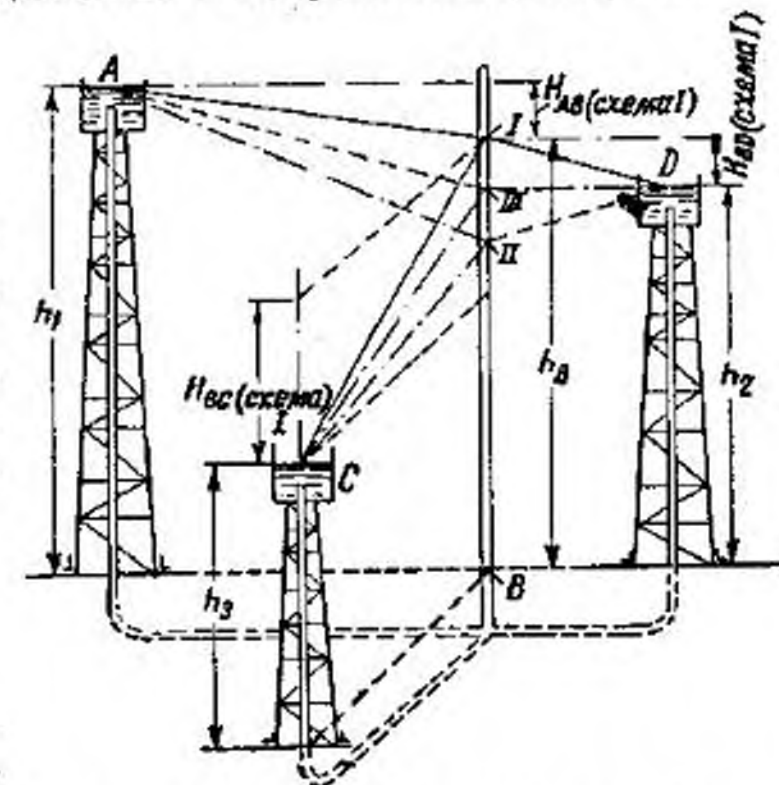
В этом случае резервуар А оказывается питающим резервуаром, а С и D — питаемыми.

Схема II. Жидкость движется в направлении, как показано на фиг. 18-8, если

$$h_1 > h_B > h_3;$$

$$h_2 > h_B.$$

В этом случае резервуары А и D будут питающими, резервуар С — питаемым.

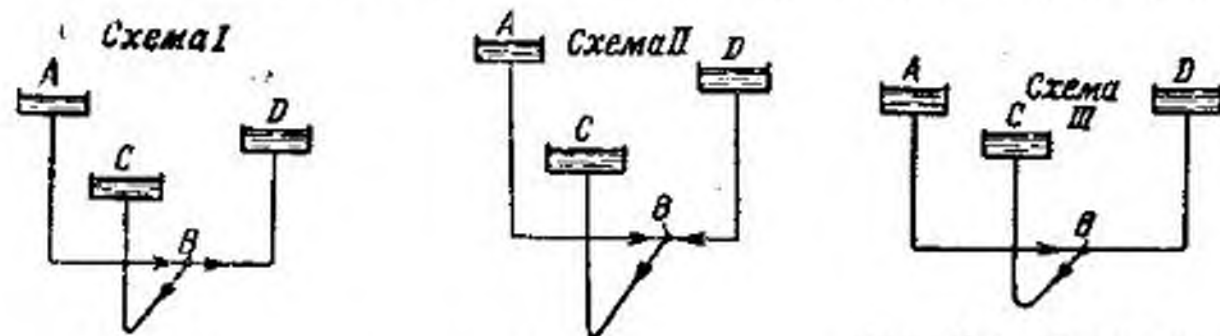


Фиг. 18-6. Схема водопровода с тремя водонапорными башнями.

Схема III (простой трубопровод). Жидкость движется в направлении, как показано на фиг. 18-9, если

$$h_1 > h_B > h_3; h_2 = h_B.$$

В этом случае резервуар D окажется бездействующим. Другие комбинации с гидравлической точки зрения не будут отличаться от рассмотренных. Соответственно той или иной



Фиг. 18-7. Схема потока в водопроводе с тремя башнями. Резервуар A питает резервуары C и D. Фиг. 18-8. Схема потока в водопроводе с тремя башнями. Резервуары A и D питают резервуар C. Фиг. 18-9. Схема потока в водопроводе с тремя башнями. Резервуар A питает резервуар C. Резервуар D не работает.

схеме будет иметься и соответствующее распределение потока. Если обозначить расход на участке AB через Q_A , на участке BC — Q_C , на участке BD — Q_D , получим следующие зависимости между расходами:

Схема I	Схема II	Схема III
$Q_A = Q_D + Q_C$ $Q_A > Q_C$	$Q_A = Q_C - Q_D$ $Q_A < Q_C$	$Q_D = 0$ $Q_A = Q_C$

Полученные три зависимости позволят определить условия существования той или иной схемы в зависимости от диаметров труб, длин участков и напоров h_1, h_2 и h_3 , т. е. в зависимости от величин, которые обычно бывают известны.

Воспользуемся формулой

$$Q^2 = K^2 \frac{h}{l} \text{ или } Q^2 = \frac{h}{a}.$$

Применительно к соответствующей схеме будем иметь:

Схема I

$$K_{AB}^2 \frac{h_1 - h_B}{l_{AB}} > K_{BC}^2 \frac{h_B - h_3}{l_{BC}}.$$

Так как в этом случае $h_B > h_2$, то неравенство не нарушится от замены h_B на h_2 . Получим, что

$$K_{AB}^2 \frac{h_1 - h_2}{l_{AB}} > K_{BC}^2 \frac{h_2 - h_3}{l_{BC}}.$$

Схема II

$$K_{AB}^2 \frac{h_1 - h_B}{l_{AB}} < K_{BC}^2 \frac{h_B - h_3}{l_{BC}}.$$

В этом случае уже $h_2 > h_B$ и поэтому неравенство также не нарушится от замены h_B на h_2 . Найдем, что

$$K_{AB}^2 \frac{h_1 - h_2}{l_{AB}} < K_{BC}^2 \frac{h_2 - h_3}{l_{BC}}.$$

Схема III

$$K_{AB}^2 \frac{h_1 - h_B}{l_{AB}} = K_{BC}^2 \frac{h_B - h_3}{l_{BC}}.$$

В этом случае $h_B = h_2$ и поэтому

$$K_{AB}^2 \frac{h_1 - h_2}{l_{AB}} = K_{BC}^2 \frac{h_2 - h_3}{l_{BC}}.$$

Полученные условия можно объединить в следующее:

$$K_{AB}^2 \frac{h_1 - h_2}{l_{AB}} \begin{cases} \geq & \text{— I схема);} \\ < & \text{— II схема);} \\ = & \text{— III схема),} \end{cases} \quad (18-28)$$

где, как следует из вывода,

$$h_1 > h_2 > h_3.$$

Следует обратить внимание, что водопровод будет работать по той или другой схеме в зависимости не только от значений напоров h_1, h_2 и h_3 , но также и в зависимости от соответствующих значений модулей расхода $K^2 = \frac{\pi^2 g d^5}{8\lambda}$ и в зависимости от длин участков. В то же время при существовании неравенств $h_1 > h_2 > h_3$ ни длина, ни модуль расхода участка BD никакого влияния на схему работы водопровода не оказывают. Влияние этих величин лишь скажется на пропускной способности всей системы.

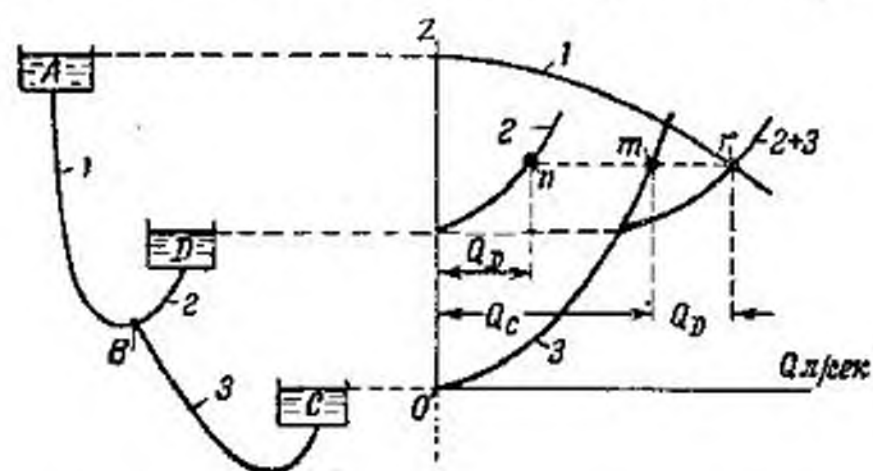
Считая заданными $h_1, h_2, h_3, l_{AB}, l_{BC}, l_{BD}, d_{AB}, d_{BC}$ и d_{BD} , определение соответствующих потерь напора и расходов может быть произведено по следующим формулам, образующим систему уравнений (см. таблицу), в которые введены коэффициенты характеристик трубопроводов.

20 Н. Э. Френкель.

Таблица расчетных формул задачи о трех резервуарах

Участок	Схема I	Схема II	Схема III
AB		$h_1 - h_B = a_{AB} Q_A^2$	
BC		$h_B - h_C = a_{BC} Q_C^2$	
BD или DB	$h_B - h_2 = a_{BD} Q_D^2$	$h_2 - h_B = a_{BD} Q_D^2$	
Зависимость между расходами	$Q_A = Q_C + Q_D$	$Q_C = Q_A + Q_D$	$Q_A = Q_C$
Неизвестные	h_B, Q_A, Q_C и Q_D	h_B и $Q_A = Q_C$	

Полученная система уравнений решается просто только для квадратичного режима. В общем случае точное решение может быть получено только графоаналитическим методом, как показано на фиг. 18-10 для схемы I, на фиг. 18-11 для схемы II и на фиг. 18-12 для схемы III. По схеме I трубопроводы 2 и 3 работают параллельно. По схеме II параллельно работают тру-

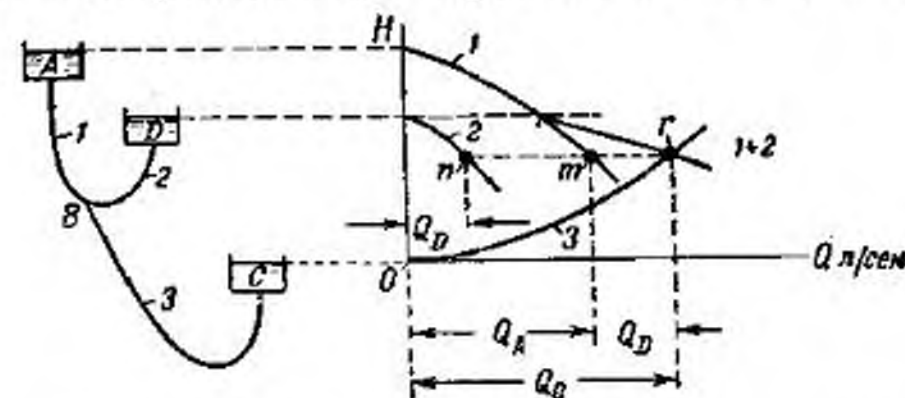


Фиг. 18-10. Графоаналитический способ расчета водопровода с башнями. Точка g определяет расход в трубопроводе 1, точка n — в трубопроводе 2 и точка m — в трубопроводе 3.

бопроводы 1 и 2. Следует обратить внимание, что по схеме I характеристика трубопровода 3 пересекает характеристику трубопровода 1 в точке, расположенной выше уровня резервуара D, а по второй схеме ниже. Случай расположения точки пересечения характеристик на уровне резервуара D будет соответствовать третьей схеме (в этом случае расчет можно произвести и точно так, как указано в § 17-5). Этими признаками полезно руководствоваться, проверяя неравенства (18-28).

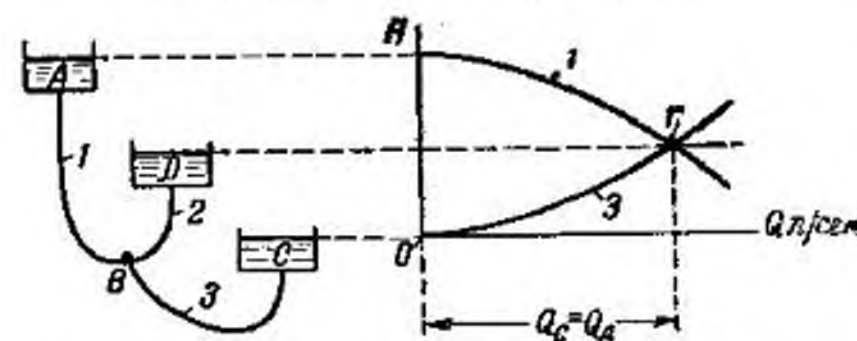
Следует обратить внимание, что в том случае, если расходы на отдельных участках известны, а требуется определить соот-

ветствующие диаметры труб, то задача теряет свою определенность ввиду того, что возможно значительное число вариантов, которые удовлетворяют гидравлическим требованиям. В этом случае при подборе диаметров приходится считаться с экономи-



Фиг. 18-11. Графоаналитический способ расчета водопровода с тремя башнями.

Точка g определяет расход в трубопроводе 3, точка n — в трубопроводе 1 и точка m — в трубопроводе 2.



Фиг. 18-12. Графоаналитический способ расчета водопровода с тремя башнями.

Точка g определяет расход в трубопроводах 1 и 3. Расход в трубопроводе 2 равен нулю.

ческими соображениями, допустимыми скоростями движения жидкости в трубах и требуемыми свободными напорами на концах. Метод подбора диаметров труб для задач отмеченного типа будет показан на соответствующем примере (задача 18-1).

Задача 18-1. Рассчитать водопроводную сеть завода (фиг. 18-13). Напор в начале сети принять равным $H_A = 30$ м, а шероховатость трубопроводов $\Delta = 0,5$ мм.

Решение.

Принимаем необходимый напор на концах сети в пунктах C, E, F, M равным $H = 20$ м.

В данном расчете предполагаем в различных пунктах пожар, поэтому к потребному количеству воды (табл. А) следует прибавить: а) 20 л/сек в пункте F при расчете участка DF, в пункте C — при расчете участка BC, в пункте E — при расчете участка DE; б) 10 л/сек в пункте M при расчете участка DM при одновременном пожаре в пункте F с подачей 10 л/сек.

В соответствии с данными табл. А с учетом пожара расход воды на каждом участке определится суммированием соответствующих расходов и выразится цифрами, приведенными в табл. Б.

Потребление воды заводом

Таблица А

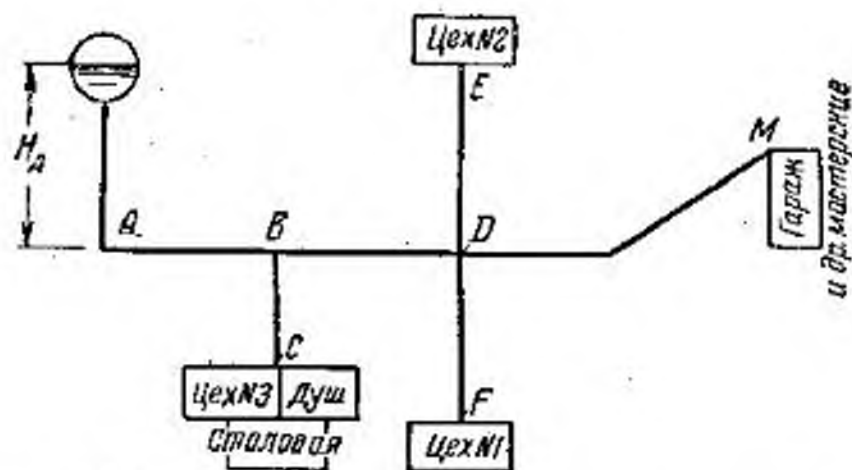
Наименование объекта	Суточный расход, л	В какие часы суток	Расход в секунду, л	Наименование объекта	Суточный расход, л	В какие часы суток	Расход в секунду, л
Цех № 1 . . .	360 000	6—20	7,15	Гараж и другие мастерские	80 000	6—20	1,58
№ 2 . . .	135 000	6—20	2,68				
№ 3 . . .	100 000	6—20	2,00				
Столовая . . .	25 000	6—20	0,50	Душ	97 500	6—20	1,93

Таблица Б

Наименование участка	AB	BC	CD	DE	DF	DM
Расход, л/сек	35,84	24,43	31,41	22,68	27,15	11,58

Переходим к определению диаметров. Ориентировочно предполагают, что потеря напора вдоль главной магистрали AF происходит равномерно. На этом основании определяют среднюю допустимую потерю напора на 1 пог. м этого участка (т. е. гидравлический уклон) по формуле

$$J_{cp} = \frac{H_A - H_F}{l_{AF}}$$



Фиг. 18-13. Схема водопроводной сети. К задаче 18-1.

После этого приступают к подбору диаметров различных участков, пользуясь формулой

$$Q = K \sqrt{I}$$

Зная, например, расход Q_{AB} на участке AB , определяют величину требуемого модуля расхода K^2 для данного участка

$$K_{AB}^2 = \frac{Q_{AB}^2}{J_{cp}}$$

имея в виду, что

$$K^2 = \frac{\pi^2 g d^5}{8 \lambda}$$

Для определения d , предполагая квадратичный режим движения, воспользуемся уже готовыми данными табл. 18-1, выбрав по соответствующему значению K^2 ближайший диаметр трубы.

Итак, в данном случае мы имеем:

$$\frac{H_A - H_F}{l_{AF}} = \frac{30 - 20}{900} = 0,0111;$$

$$K_{AB}^2 = \frac{Q_{AB}^2}{J_{cp}} = 116 727.$$

Этому значению K^2 согласно табл. 18-1 соответствует диаметр, лежащий между $d = 0,159$ м и $d = 0,205$ м.

Остаиваемся на $d = 0,205$ м.

Этому диаметру соответствует $K^2 = 177 340$.

Благодаря тому, что диаметр трубы нами выбран больше расчетного на участке AB потери будут меньше, чем предполагалось ранее. Действительная потеря напора на участке AB определяется по формуле

$$h_{d AB} = \left(\frac{Q}{K} \right)_{AB}^2 = \frac{35,84^2 \cdot 400}{177 340} = 2,9 \text{ м.}$$

Действительный напор, имеющийся в точке B , равен:

$$H_B = H_A - h_{d AB} = 30 - 2,9 = 27,1 \text{ м.}$$

Аналогично предыдущему определяем диаметры труб и на прочих участках, каждый раз исходя из допустимой для данного участка потери напора.

Результаты вычислений сводим в табл. В.

Таблица В

№ п/п	Наименование участка	Длина участка, м	Расход на участке Q , л/сек	Напор в начале участка, м	Требуемый напор в конце участка, м	Допустимая потеря напора, м	Средний гидравлический уклон	Расчетный модуль $(\text{л}^2/\text{сек}^2)$	Принятый диаметр трубы, м	Табличный модуль $(\text{л}^2/\text{сек}^2)$	Действительная потеря напора, м	Напор в конце участка действительный, м
1	AF	900	—	30	20	10	0,0111	—	—	—	—	—
2	AB	400	35,84	30	—	—	0,0111	116 606	0,205	177 340	2,90	27,10
3	BC	600	24,43	27,10	20	7,10	—	50 436	0,205	177 340	2,12	25,08
									0,158	44 867	7,99	19,11
4	CD	200	31,41	27,10	—	—	0,0111	88 793	0,205	177 340	1,11	25,99
5	DE	400	22,68	25,99	20	5,99	—	34 349	0,158	44 867	4,60	21,40
6	DF	300	27,15	25,99	20	5,99	—	36 917	0,158	44 867	4,93	21,06
7	D	800	11,58	25,99	20	5,99	—	17 909	0,131	16 658	6,44	19,55

18-5. Гидроэнергетический баланс насосной установки

До сих пор рассматривались такие потоки, в которых происходила только потеря энергии жидкости. В настоящем параграфе рассматривается случай насосной установки (фиг. 18-14). В этом случае в систему трубопроводов, направляющих поток, включается насос. Его основное назначение — сообщить жидкости необходимую дополнительную мощность (эффективную мощность) $N_{эфф}$ для того, чтобы обеспечить движение ее по заданным трубопроводам в требуемом количестве. Эффективная мощность, отнесенная к единице весового расхода насоса (производительность насоса) γQ [кг/сек], называется эффективным напором насоса или просто напором насоса и обозначается через

$$H_{эфф} = \frac{N_{эфф}}{\gamma Q}. \quad (18-29)$$

Мощность, которую двигатель подводит к насосу, больше $N_{эфф}$, так как часть мощности затрачивается на преодоление гидравлических и механических сопротивлений как в самом насосе, так и в приводном механизме. Этот вопрос подробно изучается в курсе насосов.

Если обозначить к. п. д. насоса через η_p а к. п. д. привода через η_n , то мощность двигателя, например мощность на валу электромотора, вычисляется по формуле

$$N_{дв} = \frac{N_{эфф}}{\eta_n} = \frac{\gamma Q H_{эфф}}{\eta_n} \text{ [кГм/сек]}. \quad (18-30)$$

Из определения следует, что $H_{эфф}$ измеряется в метрах столба перекачиваемой жидкости.

Таким образом, напор насоса $H_{эфф}$ следует рассматривать как дополнительное количество удельной энергии (удельной мощности), которая воспринимается каждым килограммом жидкости, протекающей через насос.

Поэтому напор насоса можно определить как разность удельных энергий: E_2 в напорном и E_1 во всасывающем патрубках насоса:

$$H_{эфф} = E_2 - E_1. \quad (18-31)$$

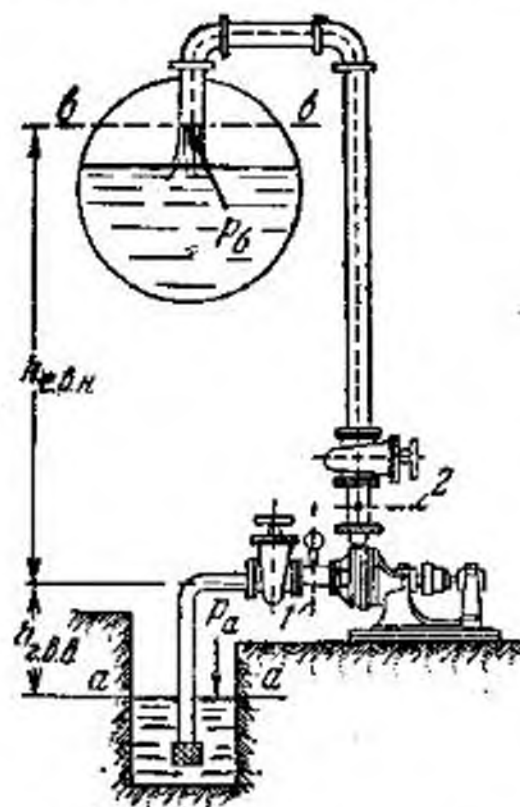
Введем в рассмотрение элементы всасывающей и напорной линии. Для этого при помощи уравнения Бернулли составим два уравнения, представив их в таком виде:

для всасывающей линии

$$E_1 = z_a + \frac{p_a}{\gamma} + \frac{\alpha_a v_a^2}{2g} - \sum \left(\lambda \frac{l}{d} + \Sigma \zeta \right) \frac{Q^2}{2g\omega_{вс}^2};$$

для напорной линии

$$E_2 = z_b + \frac{p_b}{\gamma} + \frac{\alpha_b v_b^2}{2g} + \sum \left(\lambda \frac{l}{d} + \Sigma \zeta \right) \frac{Q^2}{2g\omega_{нап}^2}.$$



Фиг. 18-14. Схема насосной установки.

$h_{г.в.к.}$ — геометрическая высота нагнетания.

Подставляя значения E_1 и E_2 в уравнение (18-31), получим:

$$H = (h_{г.в.к.} + h_{г.в.н.}) + \frac{p_b - p_a}{\gamma} + \frac{\alpha_b v_b^2 - \alpha_a v_a^2}{2g} + \sum \left(\lambda \frac{l}{d} + \Sigma \zeta \right) \frac{Q^2}{2g\omega_{вс}^2} + \sum \left(\lambda \frac{l}{d} + \Sigma \zeta \right) \frac{Q^2}{2g\omega_{нап}^2}, \quad (18-32)$$

где сумма двух первых членов равна общей высоте подъема жидкости, а сумма двух последних равна потерям удельной энергии во всасывающем и напорном трубопроводах. В частном случае может оказаться, что $v_b = v_a = 0$, а $p_b = p_a$.

Из уравнения следует, что в условиях установившегося движения требующийся от насоса напор необходим: 1) для подъема жидкости с уровня всасывания на уровень нагнетания; 2) для преодоления разности давлений на поверхности нагнетания и всасывания; 3) на создание разности скоростных наворов на конце напорной и всасывающей линии; 4) на преодоление гидравлических сопротивлений во всасывающем и напорном трубопроводах. Полученное выражение напора является самым общим. В частных случаях некоторые члены этого выражения могут быть равны нулю.

18-6. Элементы экономического расчета трубопровода

При заданном расходе жидкости Q [л/сек] выбор скорости течения жидкости v [м/сек] определяет диаметр трубопровода d . Между тем, выбор диаметра имеет большое экономическое значение, потому что, если взять трубу излишне большого диаметра, то увеличится стоимость трубопровода, который составляет главную часть стоимости сооружения. Если принять трубу малого диаметра (что соответствует большей скорости), то хотя величина первоначальных затрат на трубопровод и уменьшится, но зато вследствие большего гидравлического сопротивления придется соорудить более высокие водонапорные башни и резервуары (а значит, и более дорогие), а если подача жидкости осуществляется насосами, иметь более мощные насосы и затрачивать больше энергии на транспортировку жидкости, что может иногда оказаться неэкономичным.

За экономичный диаметр трубопровода следует принять такой, при котором общая стоимость сооружения всей системы (трубопроводов, напорных башен и насосных станций) и стоимость ее эксплуатации (куда должна войти стоимость содержания персонала, ремонта, стоимость затрачиваемой энергии, амортизационные отчисления за полное время эксплуатации) были бы наименьшими. При этом полное время эксплуатации — это время, в течение которого происходит «моральный» износ установки. Это время обычно устанавливается в законодательном порядке.

Произведем элементарный экономический расчет для трех трубопроводов диаметром 158, 205 и 257 мм, каждый из которых должен пропускать один и тот же расход $Q = 30$ л/сек воды. Примем стоимость 1 квтч электроэнергии равной 10 коп., а к. п. д. насосной установки $\eta = 0,67$. В год трубопровод работает $t_0 = 7200$ час. Результаты расчета приведены в табл. 18-2.

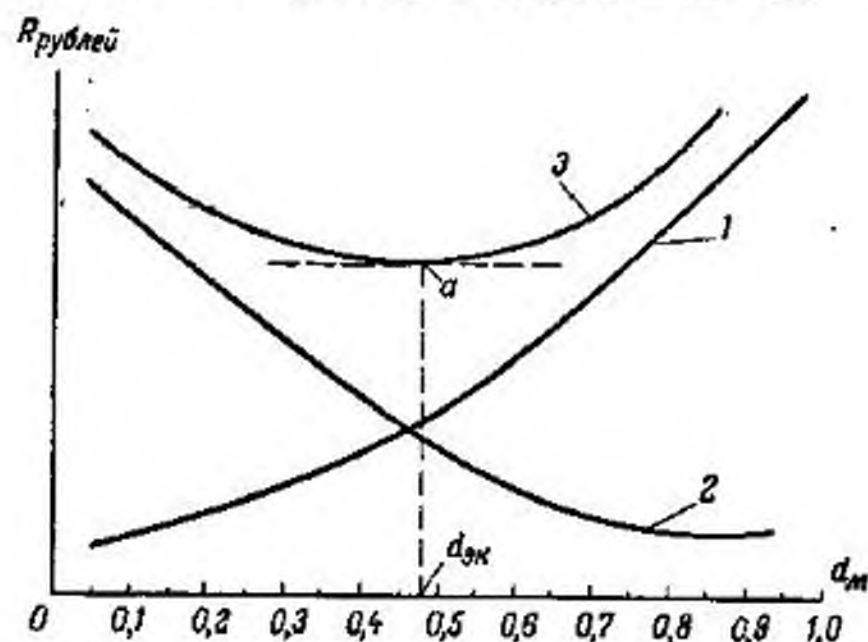
Из полученного расчета следует, что при укладке трубопровода $d = 158$ мм экономия по сравнению с $d = 205$ мм на первоначальных затратах будет 9 тыс. руб. на 1 км. Зато перерасход на эксплуатацию ежегодно выразится в сумме 5169 руб., главным образом за счет стоимости перерасходованной электроэнергии (5709 руб. в год). Экономия в 801 руб. на общих годовых расходах при укладке трубопровода $d = 257$ мм по сравнению с трубопроводом $d = 205$ мм покроет перерасход на стоимости укладки 9000 руб. только через 12 лет.

Таблица 18-2

Таблица подсчетов к определению экономического диаметра трубопровода

Диаметр трубопровода, d_m	1,58	2,05	2,57
Средняя скорость движения v , м/сек	1,53	0,909	0,579
Ориентировочная стоимость укладки 1 км трубопровода, руб.	40 000	49 000	58 000
Амортизационные отчисления и стоимость ремонта из расчета 6% в год к первоначальной стоимости, руб.	2 400	2 940	3 480
Потери удельной энергии на 1 км согласно табл. 18-2 для $1/n = 80$ $h_n = \frac{Q^2 l}{K^2}$, м вод. ст.	24,06	6,05	1,82
Стоимость потерь энергии, руб. $R = \frac{\gamma Q h_n}{102 \eta} t s$	7 627	1 918	577
Общая годовая сумма стоимости энергии и отчислений	10 027	4 858	4 057

Поэтому, если время морального износа установки T будет больше 12 лет, экономичным диаметром будет $d = 2,57$ дм.
 При $T = 12$ лет — варианты с $d = 2,05$ дм и $d = 2,57$ дм будут равноценны, при $T < 12$ лет экономичным диаметром будет $d = 2,05$ дм.



Фиг. 18-15. Горизонтальная касательная к линии общей стоимости в точке касания определяет экономичный диаметр.

Определение экономического диаметра трубопровода лучше всего произвести графоаналитически. Для этого надо построить (фиг. 18-15) график 1 зависимости общей стоимости сооружения в функции диаметра трубопровода и график 2 — стоимости эксплуатации (включая и все виды отчислений) также в функции диаметра трубопровода. Полная стоимость сооружения изобразится суммарным графиком 3. Экономичный диаметр будет соответствовать минимуму кривой 3.

К вопросу определения экономического диаметра трубы можно было бы подойти и аналитически, хотя в общем виде аналитическое решение представляет известные трудности.

При определении стоимости укладки l_m трубопроводов будем пользоваться предлагаемой нами формулой:

$$R_1 = l b d^m.$$

В этой формуле l коэффициенты b и m имеют значение в зависимости от глубины укладки трубы в грунт и характера грунта, а d — диаметр трубы.

Например, при укладке чугунных труб в сухом грунте на глубину 3 м эти коэффициенты (если диаметр выражать в дециметрах) имели значения:

$$\begin{aligned} \text{для } 1,5 \leq d \leq 3,5 \text{ дм } & b = 29, \text{ а } m = 0,775; \\ \text{для } 3,5 \leq d \leq 10 \text{ дм } & b = 12,8, \text{ а } m = 1,42, \end{aligned}$$

что с достаточной точностью соответствовало стоимости укладки труб, приведенной в табл. 18-3.

Таблица 18-3

Стоимость укладки 1 м чугунных труб в сухом грунте на глубину 3 м

Диаметр, d_m	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	6	7	8	9	10
Стоимость, руб.	40	49	58	69	77	95	106	128	156	200	241	291	341

Если k — число годовых процентов на амортизационные отчисления, включающие проценты на капитальный ремонт², то за T лет эксплуатации сумма амортизационных отчислений будет равна:

$$R_2 = \frac{kT}{100} l b d^m.$$

Потери удельной энергии могут быть определены по формуле

$$h_n = \frac{Q^2 l}{K^2} = \frac{8\lambda}{\pi^2 g} \frac{Q^2 l}{d^5} = 0,00827 \frac{Q^2 l}{d^5} \lambda \text{ [м]},$$

где Q [дм³/сек], d [дм], а l [м].

Полная потеря энергии в киловаттчасах за t час. эксплуатации за T лет

$$W = \frac{\gamma Q h_n}{102 \eta} t = \frac{8,1 \cdot 10^{-5}}{\eta} \frac{Q^3 l}{d^5} \gamma \lambda t \text{ [квтч]},$$

где γ [кг/дм³], а η — к. п. д. насосной установки.

¹ Эта формула была предложена автором еще в 1939 г. См. Д. Л. Гурвич и Н. З. Френкель, Гидравлика, 1940, стр. 258.

² Постановление Совета Народных Комиссаров Союза ССР от 8 января 1938 г. «Об использовании амортизационных отчислений и об улучшении ремонта в промышленных предприятиях».

Принимая стоимость 1 *квтч* *s* руб., найдем, что стоимость потерянной энергии будет:

$$R_3 = \frac{8,1 \cdot 10^{-5} Q^3}{\eta} \frac{1}{d^5} \gamma \lambda s t \text{ руб.}$$

Полная стоимость сооружения, включая отчисления и стоимость энергии, затраченной на преодоление гидравлических сопротивлений, будет равна:

$$R = l b d^m \left(1 + \frac{kT}{100} \right) + \frac{Q^3}{d^5} \frac{8,1 \cdot 10^{-5}}{\eta} \gamma \lambda s t.$$

Для экономических расчетов и для квадратичных режимов вполне допустимо для коэффициента λ принять зависимость (14-54).

Экономичный диаметр найдем, приравняв нулю производную от R по диаметру

$$\frac{dR}{d(d)} = l b m d^{m-1} \left(1 + \frac{kT}{100} \right) - \frac{8,1 \cdot 10^{-5}}{\eta} (5+v) \gamma \lambda s t \frac{Q^3}{d^{5+v}} = 0,$$

откуда

$$d_{\text{э}} = \sqrt[5+m+v]{\frac{8,1 (5+v) \gamma \lambda s t}{\left(1 + \frac{kT}{100} \right) 10^5 \eta b m} Q^{\frac{3}{5+m+v}}}. \quad (18-33)$$

Зная экономичный диаметр, легко получить формулу и для экономичной скорости

$$v_{\text{э}} = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4}{\pi} \sqrt{\frac{\left(1 + \frac{kT}{100} \right) 10^5 \eta b m}{(5+v) 8,1} Q^{\frac{m+v-1}{m+v+5}}}. \quad (18-34)$$

Глава девятнадцатая

ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ УДАР В ТРУБАХ

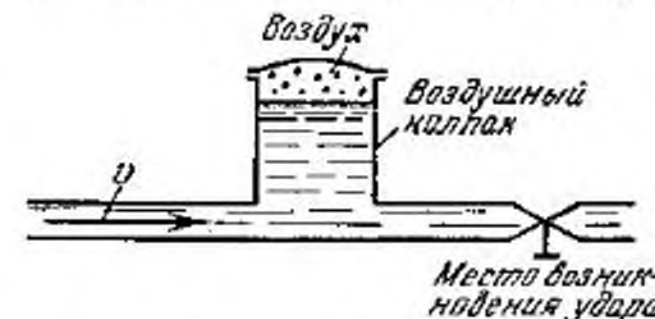
19-1. Определение гидравлического удара

Выдающуюся роль в исследовании гидравлического удара сыграла работа основоположника этой теории Н. Е. Жуковского «О гидравлическом ударе в трубах»¹. Со времени опубликования этой работы развитие теории гидравлического удара шло по пути, указанному Н. Е. Жуковским. Большой вклад в развитие теории гидравлического удара был внесен итальянским инженером Л. Алливи, получившим так называемые «цепные уравнения», используемые в настоящей главе. Из фундаментальных работ советских ученых следует отметить работы Н. А. Картвелишвили, А. А. Морозова, М. А. Мосткова, А. А. Сурина, И. А. Чарного и др.

¹ Н. Е. Жуковский, О гидравлическом ударе в трубах, Бюллетень Политехнического общества, 1899, № 5, стр. 255-290.

Гидравлическим ударом называется комплекс явлений, происходящих в капельной жидкости при резком уменьшении ее скорости движения, благодаря чему в жидкости возникает колебательный затухающий процесс, сопровождающийся чередующимся резким повышением и понижением давления.

Удар происходит и тогда, когда в покоящейся жидкости, находящейся в трубопроводе, закрытом только с одной стороны (гидравлический тупик), внезапно создается давление у открытого конца. Это приложенное давление в виде удара распространяется по трубопроводу. В начальной стадии удара одновременно с распространением по длине трубопровода приложенного давления происходит в движение вследствие сжатия заключенная в трубопроводе жидкость. Вторичное повышение давления происходит после того, как жидкость, пришедшая в движение, вынуждена будет начать останавливаться ввиду того, что трубопровод в конце тупика перекрыт. Такой случай удара происходит в трубопроводах, подводящих топливо от топливных насосов к форсункам бескомпрессорных двигателей или в тупиковых трубопроводах водопроводных систем.



Фиг. 19-1. Воздушный колпак локализует распространение гидравлического удара.

Колебательный процесс изменения давления возникает и при внезапном открытии задвижки, т. е. при быстром сообщении жидкости скорости, что вызывает уменьшение давления. В тех случаях, в которых явление удара не используется, а его действие вредно отражается на нормальной работе трубопровода или на его прочности, система должна быть оборудована устройствами, которые не позволили бы осуществить мгновенное уменьшение скорости (запорные устройства вентильного типа), или должны быть установлены приспособления, которые ограничивали бы распространение удара (например, воздушные колпаки, как показано на фиг. 19-1). Воздушный колпак локализует распространение удара, если трубопровод прерывается колпаком. Гидравлический удар используется в водоподъемном механизме — гидравлическом таране.

19-2. Формула Н. Е. Жуковского для давления при мгновенном закрытии задвижки

Процесс изменения давления в жидкости при перекрытии трубопровода осуществляется следующим образом. Сначала повышается давление в остановившемся слое жидкости непосредственно у закрытой задвижки. Остановка жидкости и повышение

давления в трубопроводе происходят постепенно от слоя к слою. Одновременно с постепенной остановкой отдельных слоев в остановившихся слоях происходит увеличение давления. Таким образом, возникшая у задвижки волна повышения давления, или ударная волна, распространяется по трубопроводу длиной l к его открытому концу.

Скорость распространения ударной волны, если трубопровод и жидкость по длине однородны, будет постоянна; обозначим ее через a . Через время $t = \frac{l}{a}$, в течение которого ударная волна достигнет открытого конца трубопровода, вся жидкость в трубопроводе остановится.

Так как емкость, к которой присоединен трубопровод, велика, то явление удара на жидкость в емкости не распространится. Поэтому к моменту подхода ударной волны к началу трубопровода у емкости создается граница, на которой соприкасаются две среды: первая среда — жидкость в емкости, находящаяся в нормальном состоянии, вторая среда — жидкость в трубопроводе, находящаяся в сжатом состоянии. Совершенно очевидно, что сжатая в трубопроводе жидкость не может оставаться там в состоянии покоя. Как сжатая пружина, свободная с одного конца, жидкость в трубопроводе начнет перемещаться в сторону емкости, приобретая при этом в том же направлении и скорость. Благодаря этому начинается спад давления, который будет распространяться уже от резервуара в сторону задвижки. Причем вместе со спадом давления будет приходить в движение жидкость в трубопроводе со скоростью, направленной в сторону, противоположную начальной. Явление происходит так, как если бы у свободного конца в тот самый момент, когда к нему подошла волна повышения давления, возникла вторая волна — волна понижения давления. Эта волна перемещается в направлении к задвижке с той же скоростью a и гасит давление, которое создала первая ударная волна. Когда волна понижения давления ко времени T

$$T = \frac{2l}{a}, \quad (19-1)$$

называемом фазой удара, достигнет закрытой задвижки, вся масса жидкости будет иметь начальное давление и скорость, направленную к резервуару. Ввиду последнего обстоятельства жидкость в трубопроводе в дальнейшем будет стремиться оторваться от задвижки. Вследствие этого давление у задвижки, ставшее начальным, при подходе волны гашения будет продолжать падать, становясь меньшим того, чем оно было до удара. Падение давления прекратится, когда слой жидкости у задвижки, «разжавшись» вследствие падения давления, остановится. После этого произойдет падение давления у смежного слоя и его оста-

новка. Падение давления, сопровождающееся остановкой слоев жидкости, будет распространяться в сторону резервуара. Явление может быть описано так, как если бы у задвижки возникла третья волна — волна снижения давления до значений, ниже нормального.

Когда волна снижения достигнет резервуара, в этот момент ($3t = \frac{3l}{a}$) вся жидкость в трубопроводе будет неподвижна и иметь пониженное давление. В этом состоянии жидкость в трубопроводе не может оставаться в покое. Так как давление в резервуаре больше, чем давление в трубопроводе, то вследствие своей упругости жидкость начнет перемещаться, но теперь уже от открытого конца в сторону задвижки. При этом в трубопроводе начнется процесс восстановления начального давления и начальной скорости.

Явление будет происходить так, как если бы у открытого конца трубопровода возникла четвертая волна — волна восстановления начальной скорости и начального давления. Поэтому, когда волна восстановления ко времени $2T = \frac{4l}{a}$ достигнет задвижки, во всем трубопроводе будут восстановлены и начальная скорость и начальное давление. Но так как задвижка продолжает оставаться закрытой, а жидкость движение свое продолжать не может, то у задвижки вновь возникает удар.

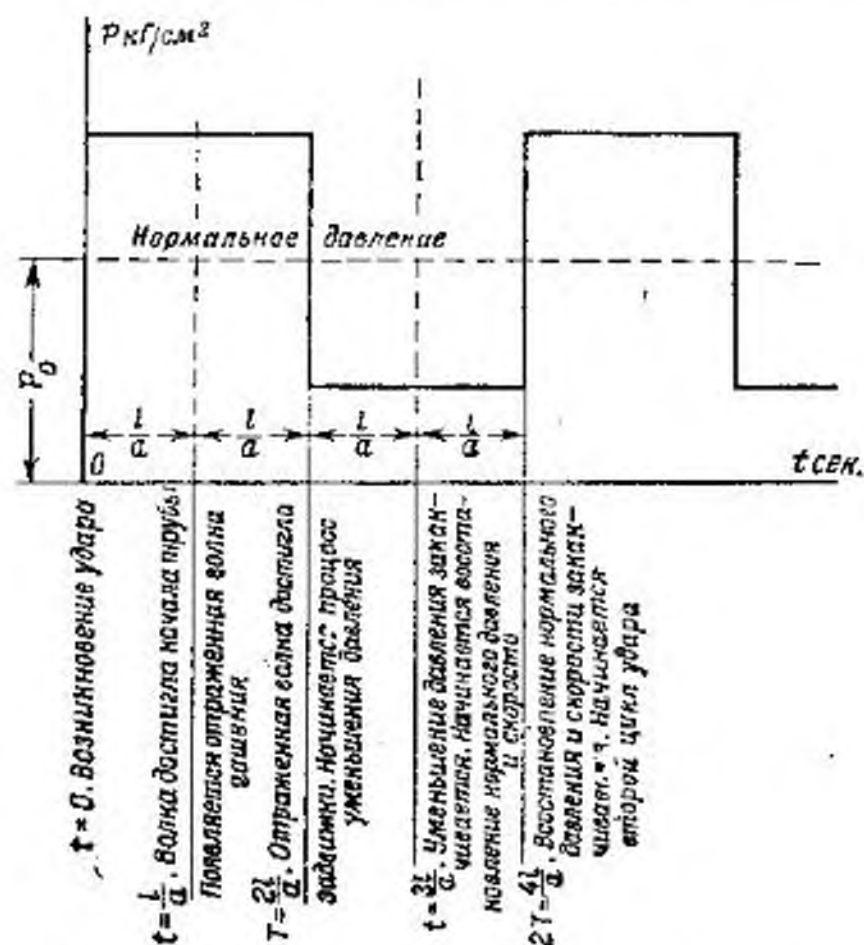
Если пренебречь рассеянием (диссипацией) энергии потока, обусловленной работой сил трения и деформацией трубопровода, то вновь возникший удар будет повторять предыдущий. Удар будет иметь периодический характер. В этом случае колебательный процесс будет продолжаться бесконечно долго, а давление у задвижки в зависимости от времени будет изменяться так, как показано на фиг. 19-2. Такой удар называется прямым.

Для определения величины давления, которое возникает при ударе в случае мгновенного перекрытия задвижки, рассмотрим явление у задвижки. За время dt после возникновения удара прекратится движение жидкости и возрастет давление только на длине $dl = a dt$ (фиг. 19-3), где a — скорость волны.

В потоке левее сечения A еще будут начальное давление p и начальная скорость v . У задвижки (в сечении B) давление будет равно давлению удара; часть трубопровода будет деформирована, как показано пунктиром.

Воспользуемся уравнением Эйлера (8-28), распространив его на поток аналогично тому, как это было сделано в § 10-6. Для горизонтального трубопровода ($z = \text{const}$) будем иметь:

$$\frac{1}{\gamma} \frac{\partial p}{\partial l} = -\frac{\beta}{g} \frac{dv}{dt}. \quad (19-2)$$

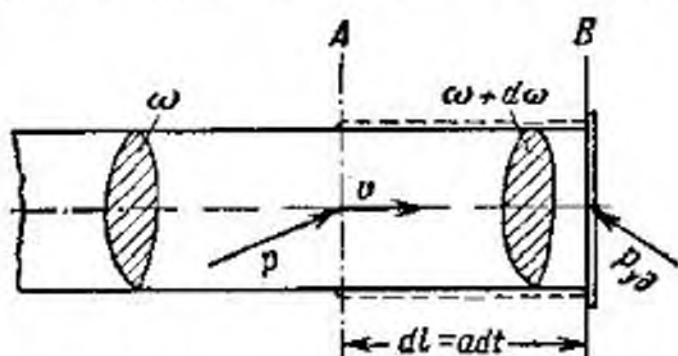


Фиг. 19-2. Зависимость давления у задвижки при прямом гидравлическом ударе.

Умножив обе части уравнения (19-2) на $dl = a dt$, получим:

$$dp = -\rho \beta a dv.$$

Пренебрегая перемещением частиц за время удара, можно рассматривать dv как изменение скорости в некотором живом сечении, т. е. отнести это изменение к точке поля. Таким образом, интегрирование надо произвести в пределах от p до $p_{уд}$ и от v до 0. При этом получим:



Фиг. 19-3. Пунктиром показано расширение трубопровода, вызванное ударом.

В том случае, если бы скорость упала с v до v' , при неполном мгновенном закрытии формула имела бы следующий вид:

$$p_{уд} - p = \beta \rho a (v - v'). \quad (19-4)$$

¹ В формуле (19-3) Н. Е. Жуковский принимал $\beta = 1$. (Этот вопрос в настоящее время является дискуссионным.)

Это и есть формула Н. Е. Жуковского¹.

$$p_{уд} - p = \beta \rho a v. \quad (19-3)$$

Это и есть формула Н. Е. Жуковского¹.

19-3. Скорость распространения ударной волны в жидкости по Н. Е. Жуковскому

Для определения скорости распространения ударной волны a рассмотрим отсек объемом $dW = \omega a dt$, ограниченный сечением, находящимся от задвижки на расстоянии $dl = a dt$. За время dt , в течение которого давление в жидкости увеличится на dp , этот объем станет больше вследствие деформации трубопровода на величину $dld\omega$, где ω — площадь сечения трубопровода. Вместе с давлением увеличивается и плотность жидкости на dp . Это вызывает уменьшение объема жидкости, находившейся в начальном объеме, на величину $\frac{dp}{\rho} \omega dl$.

В результате расширения объема рассматриваемого отсека и сжатия находившейся там жидкости образуется пространство, в которое за время удара dt втечет дополнительный объем жидкости $\omega a dt$. Этот объем может быть приравнен двум, ранее вычисленным:

$$\omega a dt = dld\omega + \frac{dp \omega dl}{\rho},$$

откуда следует:

$$v = a \frac{d\omega}{\omega} + a \frac{dp}{\rho}, \quad (19-5)$$

где $\frac{dl}{dt} = a$;

$$\frac{dp}{\rho} = \beta_c dp = \frac{1}{K} dp \text{ согласно формуле (2-32);}$$

$$\frac{d\omega}{\omega} = \frac{2\pi r dr}{\pi r^2} = 2 \frac{dr}{r} = 2i;$$

ω и r — площадь сечения и радиус трубы;

$i = \frac{\sigma}{E}$ — дополнительное относительное удлинение периметра трубопровода, вызванное его деформацией благодаря добавочному повышению давления на $p_{уд} - p$;

$\sigma = \frac{p_{уд} - p}{2s} d$ — дополнительное напряжение в материале трубопровода (см. задачу 4-16);

E — модуль упругости материала трубопровода.

Подставляя найденные величины в уравнение (19-5) и принимая в дальнейшем $dp = p_{уд} - p$, получим:

$$v = (p_{уд} - p) a \left(\frac{1}{K} + \frac{d}{sE} \right).$$

Заменяя в последнем выражении $p_{уд} - p$ согласно формуле (19-3), будем иметь:

$$a = \frac{\sqrt{\frac{K}{\beta\rho}}}{\sqrt{1 + \frac{K}{E} \frac{d}{s}}}. \quad (19-6)$$

В связи с формулой (19-6) формулу Жуковского можно представить в виде¹:

$$p_{уд} - p = \rho v \frac{\sqrt{\frac{K\beta}{\rho}}}{\sqrt{1 + \frac{K}{E} \frac{d}{s}}}. \quad (19-7)$$

При постепенном перекрытии трубопровода явление удара будет происходить более сложно.

Если закрытие задвижки происходит не мгновенно, а постепенно, для приближенного определения $p_{уд}$ может служить формула

$$p_{уд} - p = \rho v a \frac{T}{t_{зак}}, \quad (19-8)$$

где T — фаза удара;

$t_{зак}$ — время закрытия задвижки.

19-4. Дифференциальные уравнения гидравлического удара

Для более подробного исследования явлений, возникающих при гидравлическом ударе, рассмотрим одномерное движение жидкости в горизонтальной прямой трубе (см. фиг. 19-4).

Исходными уравнениями для исследования удара будут:

1) уравнение Эйлера (в котором весом пренебрегаем, а гидравлическое сопротивление не учитываем), принимаем $u_y = u_z = 0$, $u_x \approx v$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} v;$$

в этом уравнении пренебрегаем величиной $\frac{\partial v}{\partial x}$, малой по сравнению с $\frac{\partial v}{\partial t}$, тогда получим:

$$\frac{\partial p}{\partial x} + \rho \frac{\partial v}{\partial t} = 0; \quad (19-9)$$

2) уравнение неразрывности для сжимаемой жидкости

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho v) = 0,$$

¹ См. сноску на стр. 318.

в котором пренебрегаем величиной $\frac{\partial \rho}{\partial x}$, малой по сравнению с $\frac{\partial v}{\partial t}$, при этом будем иметь:

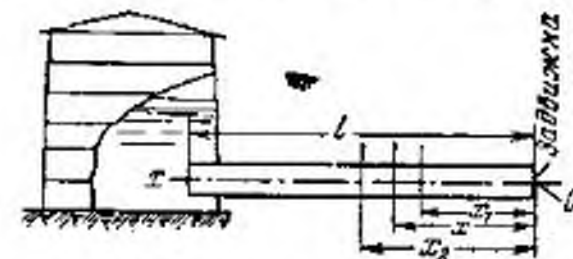
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial v}{\partial x} = 0,$$

что в связи с уравнением сжимаемости жидкости (2-31), которое представим в виде:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \beta_c \rho \frac{\partial p}{\partial t},$$

может быть записано и так:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + K \frac{\partial v}{\partial x} = 0. \quad (19-10)$$



Фиг. 19-4. Схема трубопровода с задвижкой на конце.

Дифференцируя уравнение (19-9) по x , а уравнение (19-10) по t и вычитая одно из другого, получим (обозначая $a^2 = \frac{K}{\rho}$):

$$a^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0. \quad (19-11)$$

Дифференцируя уравнение (19-10) по x , а уравнение (19-9) по t и вычитая одно из другого, найдем:

$$a^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0. \quad (19-12)$$

Интеграл уравнения (19-11) может быть представлен в виде:

$$p = p_0 + \theta \left(t - \frac{x}{a} \right) + \Phi \left(t + \frac{x}{a} \right), \quad (19-13)$$

где θ и Φ — любые произвольные функции от $\left(t - \frac{x}{a} \right)$ и

$\left(t + \frac{x}{a} \right)$, выражающие закон изменения давления по длине трубопровода и во времени;

p_0 — начальное давление до удара.

Интеграл уравнения (19-12) при выбранном направлении осей координат может быть представлен в виде:

$$v = -v_0 + \varphi \left(t - \frac{x}{a} \right) + \psi \left(t + \frac{x}{a} \right), \quad (19-14)$$

где v — проекция скорости;

v_0 — начальная скорость;

φ и ψ — любые произвольные функции от $\left(t - \frac{x}{a} \right)$ и $\left(t + \frac{x}{a} \right)$,

выражающие закон изменения скорости по длине трубопровода и во времени.

В том, что интегралы для v и p удовлетворяют дифференциальным уравнениям (19-11) и (19-12), можно убедиться простой подстановкой их значений в эти уравнения.

Установим зависимость между функциями φ , ψ , θ и Φ . Для этого вычислим их частные производные. Из уравнений (19-13) и (19-14) получим:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \theta' + \Phi';$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{1}{a} \varphi' + \frac{1}{a} \psi'.$$

Подставляя эти значения в (19-10), будем иметь:

$$\theta' + \Phi' - K \left(+\frac{1}{a} \varphi' - \frac{1}{a} \psi' \right) = 0,$$

или

$$\theta' + \Phi' = \frac{K}{a} (\varphi' - \psi'),$$

откуда

$$\theta + \Phi = \frac{K}{a} (\varphi - \psi).$$

Таким образом, уравнение (19-13) можно представить в виде:

$$p = p_0 + \rho a \left[\varphi \left(t - \frac{x}{a} \right) - \psi \left(t + \frac{x}{a} \right) \right]. \quad (19-15)$$

В уравнении (19-14) заменим $(-v)$ на v и представим его в виде:

$$v = v_0 - \left[\varphi \left(t - \frac{x}{a} \right) + \psi \left(t + \frac{x}{a} \right) \right]. \quad (19-16)$$

Выясним физический смысл функции φ и ψ и величины a . Так как φ и ψ являются частными решениями уравнений удара, то в частном случае может оказаться, что или $\varphi = 0$, или $\psi = 0$. Рассмотрим сначала случай, когда $\psi = 0$.

Допустим, что в некоторый момент времени t_1 в трубопроводе (фиг. 19-4) на расстоянии x_1 установилось ударное давление p . Выясним, в какой момент времени t_2 и в каком другом месте x_2 давление также делается равным p . Очевидно, в этом случае согласно уравнению (19-15)

$$\varphi \left(t_1 - \frac{x_1}{a} \right) = \varphi \left(t_2 - \frac{x_2}{a} \right),$$

откуда

$$t_1 - \frac{x_1}{a} = t_2 - \frac{x_2}{a},$$

или

$$(x_2 - x_1) = (t_2 - t_1) a. \quad (19-17)$$

Из формулы (19-17) следует (так как $t_2 > t_1$), что ударное давление распространяется по трубопроводу с постоянной скоростью a . Следовательно, a является скоростью распространения ударной волны вдоль трубопровода, что следует также из формулы (19-6), если пренебречь деформацией трубопровода и принять $\beta = 1$.

Так как положительное направление оси x взято в направлении, совпадающем с распространением удара, то функция φ характеризует ударную волну, движущуюся в направлении распространения удара.

Аналогичное исследование функции ψ даст:

$$\psi \left(t_1 + \frac{x_1}{a} \right) = \psi \left(t_2 + \frac{x_2}{a} \right),$$

откуда

$$t_1 + \frac{x_1}{a} = t_2 + \frac{x_2}{a},$$

или

$$x_1 - x_2 = (t_2 - t_1) a. \quad (19-18)$$

Из полученного следует (так как $t_2 > t_1$), что $x_1 > x_2$. Это значит, что функция ψ характеризует волну, движущуюся в сторону, обратную распространению ударной волны, т. е. волну гашения. Таким образом, согласно уравнению (19-15) давление в любой точке трубопровода, в котором происходит гидравлический удар, складывается из алгебраической суммы трех значений: начального давления (давления до удара), давления, создаваемого ударной волной, и давления, создаваемого волной гашения.

19-5. Общий случай гидравлического удара

Рассмотрим первый этап удара для $t < \frac{l}{a}$. Ударная волна, возникая у закрытой задвижки, распространяется от задвижки по трубопроводу к его открытому концу.

Для этого периода волна гашения отсутствует и

$$\psi = 0.$$

Для сечений $x > at$, т. е. для сечений, до которых ударная волна еще не успела дойти, $p = p_0$ и из уравнения (19-15) следует, что

$$\varphi \left(t - \frac{x}{a} \right) = 0.$$

Во входном сечении у резервуара ($x = l$) всегда $p = p_0$, поэтому для этого сечения в любое время $t \geq \frac{l}{a}$, как следует из уравнения (19-15),

$$\psi \left(t + \frac{l}{a} \right) = \varphi \left(t - \frac{l}{a} \right). \quad (19-19)$$

Подставляя сюда $t = \frac{l}{a}$, получим:

$$\psi\left(\frac{2l}{a}\right) = \varphi(0), \quad (19-20)$$

откуда следует, что функция ψ волны гашения, возникающей при $t = \frac{l}{a}$ в трубопроводе у резервуара, численно равна функции φ ударной волны, возникшей при $t = 0$ и $x = 0$, т. е. в начале удара у задвижки. Как было раньше установлено, волна гашения с постоянной скоростью a перемещается по трубопроводу к задвижке, накладываясь на ударную волну.

Уравнение (19-19), поскольку оно справедливо для любого момента времени ($t > \frac{l}{a}$), можно, заменив t на $t_1 = t - \frac{l-x}{a}$, представить и в виде:

$$\psi\left(t + \frac{x}{a}\right) = \varphi\left(t - 2\frac{l-x}{a} - \frac{x}{a}\right). \quad (19-21)$$

Из уравнения (19-21) следует, что функция гашения ударной волны — волны гашения ψ в любом сечении x повторяет значение функции ударной волны, существовавшее там раньше на время

$$\delta t = 2\frac{l-x}{a}. \quad (19-22)$$

Например, у входа в трубопровод ($x = l$) волна гашения впервые возникает при

$$\delta t = 0,$$

т. е. одновременно с приходом ко входу в трубопровод ударной волны. Явление происходит так, как будто бы ударная волна отражается от конца трубопровода и движется в обратную сторону в виде волны гашения давления.

У задвижки $x = 0$ волна гашения появляется от начала удара через время

$$\delta t = \frac{2l}{a} = T,$$

имея при этом значение

$$\psi(t) = \varphi\left(t - \frac{2l}{a}\right). \quad (19-23)$$

Так как функция гашения ψ в уравнение (19-15) входит со знаком, противоположным знаку ударной функции φ , то в местах появления волна гашения будет создавать эффект, противоположный ударной волне. Например, появившись через

время δt после прихода ударной волны в отрезке времени $\frac{l}{a} \leq t \leq \frac{2l}{a}$ в любом сечении трубопровода, в том числе и у задвижки, она будет гасить давление, созданное ударной волной. Проверим это для сечения у задвижки.

Из уравнения (19-15) для $x = 0$ и $t = \frac{2l}{a}$ получим:

$$p = p_0 + \rho a \left[\varphi\left(\frac{2l}{a}\right) - \psi\left(\frac{2l}{a}\right) \right],$$

но согласно (19-21)

$$\psi\left(\frac{2l}{a}\right) = \varphi(0),$$

а для сечения у задвижки при $\frac{l}{a} < t < \frac{2l}{a}$

$$\psi(t) = \varphi(0),$$

поэтому

$$p = p_0,$$

т. е. через время $t = \frac{2l}{a}$ давление у задвижки станет равным начальному. Но на этом явление удара, как было описано вначале, не прекратится.

В связи с зависимостью (19-21) уравнения (19-15) и (19-16) позволяют выразить давления и скорости у задвижки в любой фазе в виде:

$$p_n - p_0 = \rho a (\varphi_n - \varphi_{n-1}), \quad (19-24)$$

$$v_n - v_0 = -\varphi_n - \varphi_{n-1}. \quad (19-25)$$

Решая эту систему уравнений, найдем:

$$2\varphi_n \rho a = (p_n - p_0) - \rho a (v_n - v_0);$$

$$2\varphi_{n-1} \rho a = -(p_n - p_0) - \rho a (v_n - v_0).$$

Подставляя в предыдущее уравнение $n-1$ вместо n , будем иметь:

$$2\varphi_{n-1} \rho a = (p_{n-1} - p_0) - \rho a (v_{n-1} - v_0).$$

Приравнявая правые части двух выражений для $2\varphi_{n-1}$, найдем, что

$$p_{n-1} + p_n - 2p_0 = \rho a (v_{n-1} - v_n),$$

или

$$(p_n - p_0) + (p_{n-1} - p_0) = \rho a (v_{n-1} - v_n);$$

$$(p_n - p_0) - (p_{n-1} - p_0) = \rho a (v_{n-1} - v_n) - 2(p_{n-1} - p_0),$$

откуда следует:

$$\left. \begin{aligned} p_1 - p_0 &= \rho a (v_0 - v_1); \\ (p_2 - p_0) - (p_1 - p_0) &= \rho a (v_1 - v_2) - 2(p_1 - p_0); \\ (p_3 - p_0) - (p_2 - p_0) &= \rho a (v_2 - v_3) - 2(p_2 - p_0); \\ (p_n - p_0) - (p_{n-1} - p_0) &= \rho a (v_{n-1} - v_n) - 2(p_{n-1} - p_0). \end{aligned} \right\} (19-26)$$

Решая полученные уравнения, найдем:

$$\left. \begin{aligned} p_1 - p_0 &= \rho a (v_0 - v_1); \\ p_2 - p_0 &= \rho a (v_1 - v_2) - \rho a (v_0 - v_1); \\ p_3 - p_0 &= \rho a (v_2 - v_3) - \rho a (v_1 - v_2) + \rho a (v_0 - v_1); \\ p_4 - p_0 &= \rho a (v_3 - v_4) - \rho a (v_2 - v_3) + \rho a (v_1 - v_2) - \\ &\quad - \rho a (v_0 - v_1); \\ p_n - p_0 &= \rho a (v_{n-1} - v_n) - \\ &\quad - \rho a (v_{n-2} - v_{n-1}) \dots \pm \rho a (v_0 - v_1). \end{aligned} \right\} (19-27)$$

Кроме первого уравнения, все остальные получены соответствующим суммированием левых и правых частей уравнений системы (19-26). Члены, стоящие в правых частях полученных уравнений со знаком «+», могут рассматриваться как ударные волны, а с отрицательным — как волны гашения давления.

Чем больше время удара, тем большее число волн (ударных и гашения) накладывается друг на друга. Результирующее повышение или понижение давления в любой фазе удара определяется как алгебраическая сумма выражений

$$p_n - p_0 = \rho a \sum_{n=1}^n \pm (v_{n-1} - v_n). \quad (19-28)$$

Если задвижка закрывается еще в первой фазе (мгновенное закрытие), то $v_1 = v_2 = v_3 = \dots = v_n = 0$, а

$$\left. \begin{aligned} p_1 - p_0 &= \rho a v_0; \\ p_2 - p_0 &= -\rho a v_0; \\ p_3 - p_0 &= +\rho a v_0; \\ p_n - p_0 &= (-1)^{n+1} \rho a v_0. \end{aligned} \right\} (19-29)$$

Этим соотношениям удовлетворяет график, изображенный на фиг. 19-2.

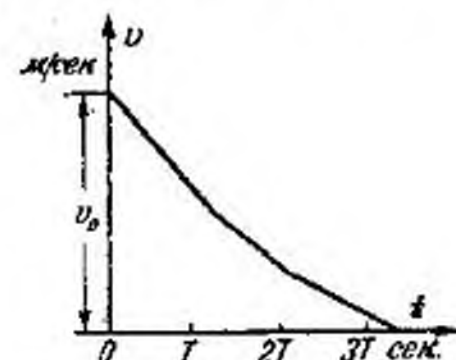
Исследование гидравлического удара для случая, когда задвижка закрывается не мгновенно, наглядно осуществляется графоаналитическим методом.

Рассмотрим случай, когда скорость потока в трубопроводе за время закрытия изменяется по закону, показанному на фиг. 19-5.

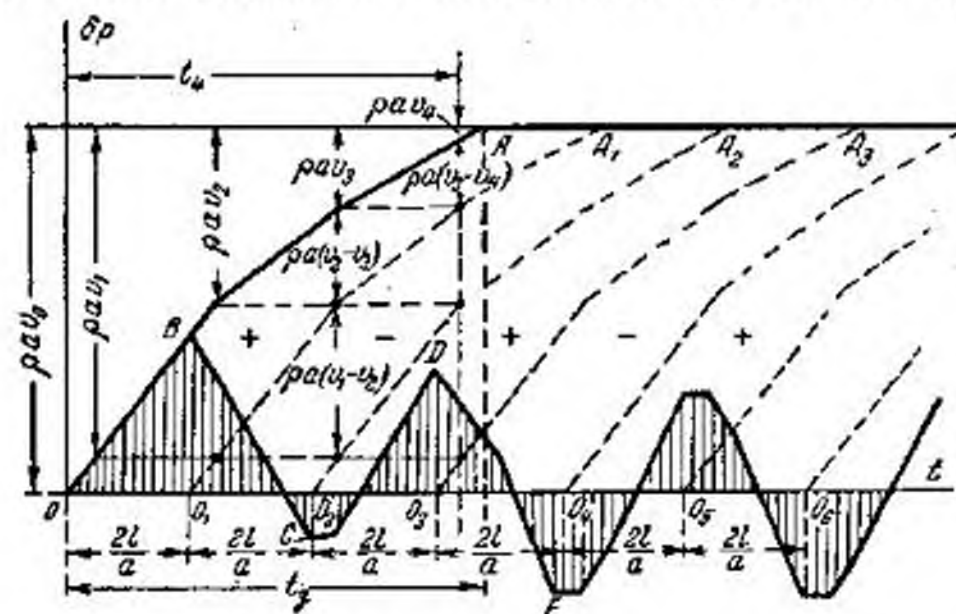
В этом случае давление, возникающее у задвижки, определяется системой уравнений (19-27) и графически может быть определено, как показано на фиг. 19-6.

Сначала построим график (фиг. 19-6), удовлетворяющий уравнению (19-4) (линия $ОВА$). Затем строятся аналогичные графики, каждый из которых сдвигается вправо на время T (пунктирные линии). Построенные линии делят плоскость графика на полосы, которым присваивается знак «+» для ударных волн и знак «-» для волн гашения¹. На фиг. 19-6 принято $\beta = 1$.

Вертикаль, проведенная через точку, соответствующую некоторому моменту времени, например t_4 , пересечет положительные и отрицательные полосы, отсекая на них отрезки $\rho a (v_{n-1} - v_n)$,



Фиг. 19-5. К исследованию гидравлического удара.



Фиг. 19-6. Графоаналитический метод расчета гидравлического удара.

равные членам, входящим в уравнения (19-27). В этом можно убедиться путем сравнения отрезков с членами уравнений, соответствующими, например, $p_4 - p_0$.

В течение первой фазы согласно уравнениям (19-27) давление изменяется по линии $ОВ$. В течение второй фазы ударная волна создает давление $\rho a (v_1 - v_2)$, а волна гашения гасит да-

¹ Фиг. 19-6 заимствована из учебника: И. И. Агроскин, Г. Д. Дмитриев и Ф. И. Пикалов, Гидравлика, Госэнергоиздат, 1954.

вление, равное $\rho a(v_0 - v_1)$. Графически давление изображается отрезком BC . В течение третьей фазы действуют две ударные волны $\rho a(v_2 - v_3) + \rho a(v_0 - v_1)$ и одна волна гашения $\rho a(v_1 - v_2)$. График давления изображается линией CD . В течение четвертой фазы действуют две ударные волны и две волны гашения. Давление изображается линией DE . После момента закрытия диаграмма давлений принимает периодический характер с периодом $2T$.

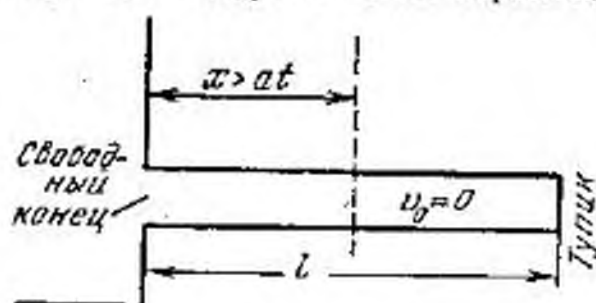
19-6. Применение уравнений удара для тупикового трубопровода (гидравлический тупик)

Как указывалось выше, подобный случай (фиг. 19-7) возникает в трубопроводах топливного насоса, питающего бескомпрессорные двигатели. Будем исходить из уравнений (19-15) и (19-16).

Для гидравлического удара в тупике φ и ψ имеют попеременно тот же физический смысл, но другие начальные и граничные условия обуславливают между ними другие зависимости. Начальные условия таковы. Жидкость во всем трубопроводе в начале удара находится в покое

$$v_0 = 0.$$

Первый этап удара $t < \frac{l}{a}$. Удар возникает у свободного конца трубопровода. Ударная волна перемещается к закрытому концу тупика. В этом случае



$$\psi = 0,$$

а для

$$x > at \quad \varphi \left(t - \frac{x}{a} \right) = 0,$$

т. е. область с $x > at$ ударом еще не охвачена.

При $x = l$, т. е. в конце тупика, всегда скорость $v = 0$. На этом основании для конца тупика

$$-\varphi \left(t - \frac{l}{a} \right) = \psi \left(t + \frac{l}{a} \right). \quad (19-30)$$

Из этого следует, что в тупике функция ψ будет иметь такое же численное значение, как и функция φ , но по знаку ей противоположна.

А так как в формулу давления она входит со знаком минус, то в отличие от явления в трубопроводе не тупиковом волна, характеризующаяся функцией ψ , будет не гасить ударную волну, а ее удваивать. Этим удар в тупике отличается от удара в трубе, рассмотренного в § 19-5.

19-7. Гидравлический таран

Явление гидравлического удара находит себе практическое применение в особом водоподъемнике, называемом гидравлическим тараном (фиг. 19-8—19-10).

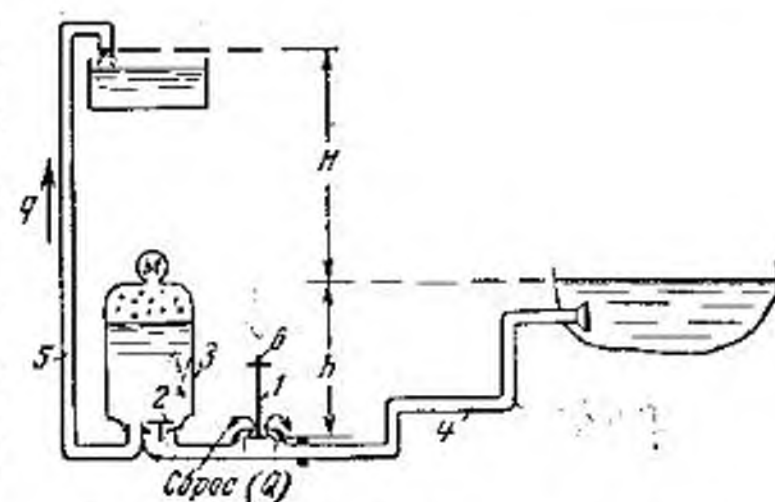
Основными частями гидравлического тарана являются сбросной клапан 1, напорный клапан 2 и напорный воздушный колпак 3.

Работа гидравлического тарана происходит следующим образом.

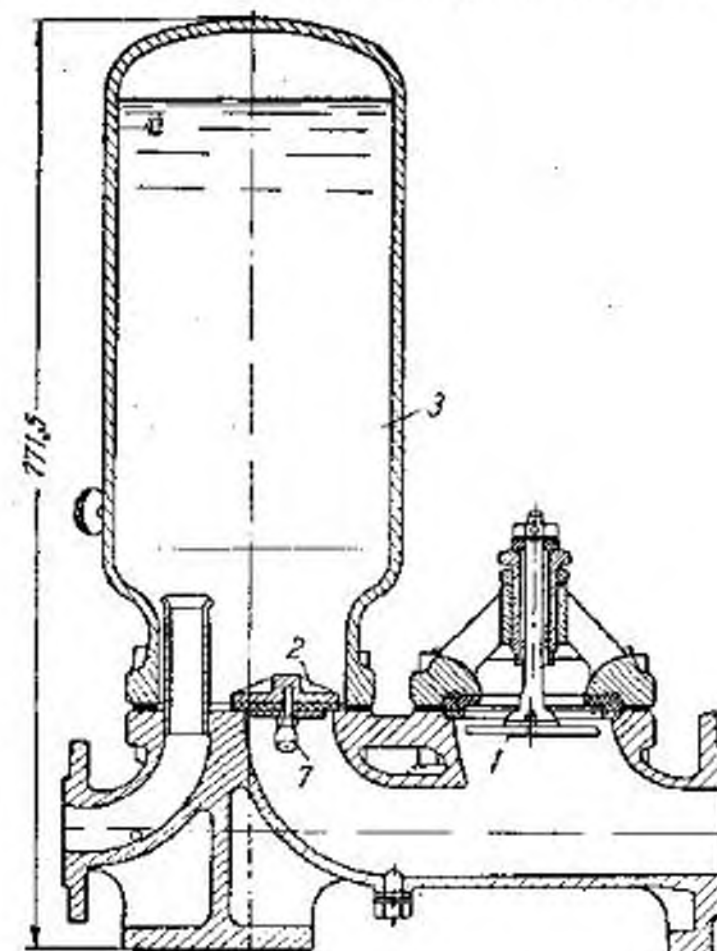
Вода из водоема течет по питающей трубе 4 к тарану в среднем в количестве $(Q+q)$ [л/сек]. Большая ее часть Q [л/сек] вытекает через сбросной клапан 1 наружу. Под давлением струи сбросной клапан закрывается, благодаря чему в трубе происходят быстрая остановка жидкости и увеличение давления. Вследствие повышения давления открывается напорный клапан 2 и меньшая часть воды, в среднем q , поступает в напорный воздушный колпак. Вслед за этим давление в трубе 4 падает; вновь открывается клапан 1, и вода, приходя в движение, выливается опять наружу. С этого момента явление повторяется вновь¹.

По мере заполнения водой воздушного колпака давление в нем увеличивается ввиду того, что уменьшается объем, занимаемый воздухом, и вода из тарана по напорной трубе 5 подается к потребителю. Непременным условием исправного действия таранов является наличие воздуха в колпаке, который и является до известной степени регулятором давления.

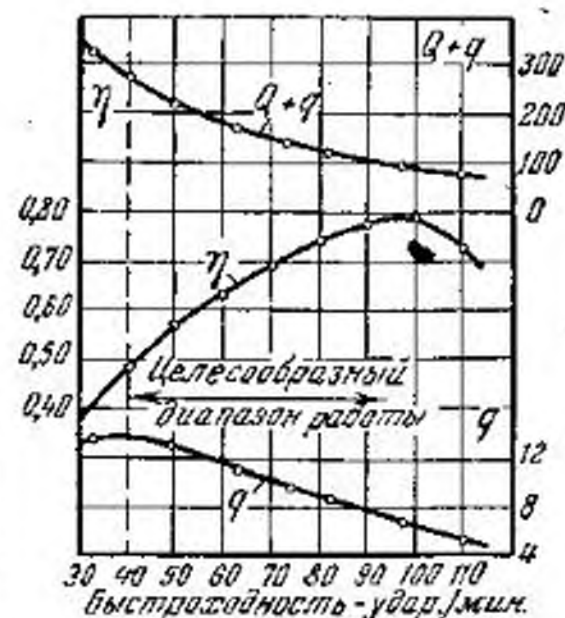
На фиг. 19-9 показан таран системы ТГ-1. Калиброванное



Фиг. 19-8. Схема таранной установки.



Фиг. 19-9. Гидравлический таран системы ТГ-1.



Фиг. 19-10. Характеристика тарана системы ТГ-1.

отверстие 7 (форсунка) служит для непрерывного автоматического пополнения

¹ Ввиду того, что при нерабочем положении жидкость прижимает сбросной клапан, который перекрывает отверстие, для пуска тарана сбросной клапан необходимо принудительно открыть. В дальнейшем он работает автоматически.

воздухом воздушного колпака. Таран этой конструкции выполняется для диаметров питательной трубы $d=50$ мм и $d=76$ мм и напорной трубы $d=36$ мм. На производительность тарана q , кроме его размеров, существенное влияние оказывает число ударов ударного клапана. Чем тяжелее ударный клапан, тем больше воды Q сбрасывается наружу, тем меньше к. п. д. тарана. Число ударов ударного клапана регулируется грузами b и устанавливается в зависимости от длины и диаметра питающей трубы, высоты падения жидкости h и высоты подъема H . Так, например, опыт показывает, что при питающей трубе диаметром в 76 мм и длиной 13,5 м при высоте падения $h=3$ м и высоте подъема $H=27$ м число ударов, соответствующее максимальному к. п. д. (фиг. 19-10), в минуту должно быть 100. При этом производительность тарана $q=6,4$ л/мин, а расход $Q=73,6$ л/мин.

Коэффициент полезного действия тарана определяется по формуле

$$\eta = \frac{qH}{Qh} \quad (19-31)$$

В приведенном примере

$$\eta = \frac{6,4 \cdot 27}{73,6 \cdot 3} = 0,78.$$

Задача 19-1. Требуется определить напряжение в материале трубы (задача 4-16) при мгновенной остановке воды, двигавшейся со скоростью $v=2$ м/сек. Дано $K = \frac{1}{\beta_c} = 21\,000$ кг/см²; $E = 10^6$ кг/см²; давление перед задвижкой до закрытия $p_0 = 15$ кг/см².

Решение. Определим по формуле (19-7) повышение давления, принимая $\beta = 1,04$,

$$\delta p = p_{уд} - p_0 = 102 \cdot 2 \cdot \frac{1\,463}{\sqrt{1 + \frac{0,205 \cdot 21\,000}{0,0105 \cdot 10^6}}} = 24,37 \text{ кг/см}^2,$$

где

$$\rho = \frac{\gamma}{g} = \frac{1\,000}{9,81} = 102 \text{ кг} \cdot \text{сек}^2/\text{м}^4;$$

$$\sqrt{\frac{K \cdot \beta}{\rho}} = \sqrt{\frac{210 \cdot 10^3 \cdot 1,04}{102}} = 1\,463 \text{ м/сек.}$$

Давление в жидкости

$$p_{уд} = p_0 + \delta p = 39,37 \text{ кг/см}^2.$$

Напряжение в трубе

$$\sigma = \frac{pd}{2s} = \frac{39,37 \cdot 20,5}{2 \cdot 1,05} = 375 \text{ кг/см}^2.$$

При нормальной работе

$$\sigma = \frac{pd}{2s} = \frac{15 \cdot 20,5}{2 \cdot 1,05} = 143 \text{ кг/см}^2.$$

Глава двадцатая

ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ ИЗ ОТВЕРСТИЙ И НАСАДКОВ ПРИ ПОСТОЯННОМ НАПОРЕ

Отверстиям и насадкам, через которые происходит истечение жидкости в зависимости от их назначения, придают различные формы.

Иногда отверстие служит только для пропуска определенного расхода. В этом случае характер струи и форма отверстия часто не имеют существенного значения; при любой форме отверстия (круглое, прямоугольное и т. п.) всегда можно рассчитать его размеры так, чтобы оно обеспечило нужные условия. В других случаях характер и форма струи вытекающей жидкости являются весьма важными элементами, определяющими качество струи. Например, струя, вытекающая из пожарного брандспойта, из гидромонитора, должна не только нести достаточное количество жидкости, но, кроме того, быть сильной и компактной на значительной части своей длины. Это требование может обеспечить не всякое отверстие.

В свою очередь компактная и сильная струя не может соответствовать условиям, при которых требуется распыленная струя: распыл топлива в двигателях внутреннего сгорания, искусственное дождевание, моечные устройства на заводах, автомобильных парках и т. п. Таким образом, требования, предъявляемые к отверстиям и их формам, различны. Этим объясняется широкое разнообразие форм отверстий и насадков, используемых в инженерном деле.

20-1. Истечение жидкости из отверстия при постоянном напоре

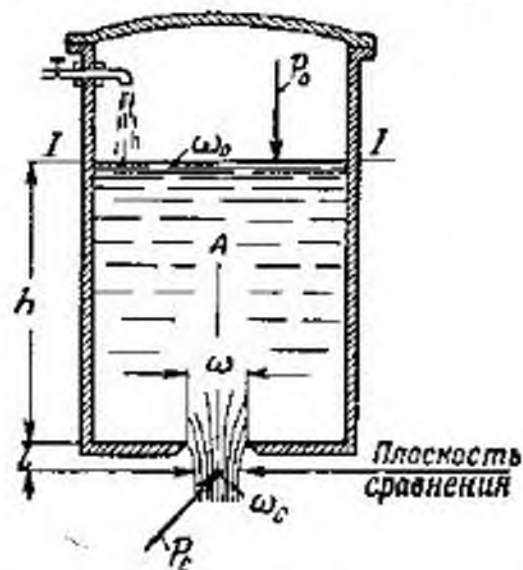
Рассмотрим сначала истечение жидкости из резервуара через отверстие, сделанное в дне. К отверстию жидкость подтекает со всех сторон, поэтому в плоскости отверстия частицы движутся по криволинейным траекториям (фиг. 20-1).

При выходе жидкости из отверстия образуется струя. Благодаря криволинейности траекторий у отверстия площадь горизонтальных сечений струи оказывается меньше площади отверстия. Происходит сжатие струи. Струя в дальнейшем сохраняет на некоторой длине форму отверстия только в том случае, если отверстие горизонтальное и круглое.

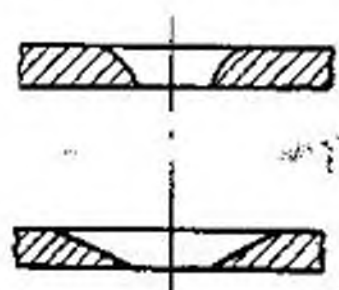
Большое влияние на сжатие оказывает форма отверстия. Например, для отверстия с фаской или с закруглением, очерченным по форме струи (фиг. 20-2), сжатие струи получается значительно меньшим. Влиянием стенок определяется характер сжатия струи. Сжатие называется совершенным, если на него не оказывают влияние стенки резервуара. Это имеет место, если стенки

удалены от отверстия на расстояние c (фиг. 20-3), большее утроенной длины соответствующей стороны отверстия (для круглого отверстия $c > 3d$, где d — диаметр отверстия).

В случае совершенного сжатия сжатое сечение струи получается наименьшим. Сжатие называется несовершенным, если на него влияет близость стенок (фиг. 20-3). В этом случае сечение струи оказывается большее, чем при совершенном сжатии.

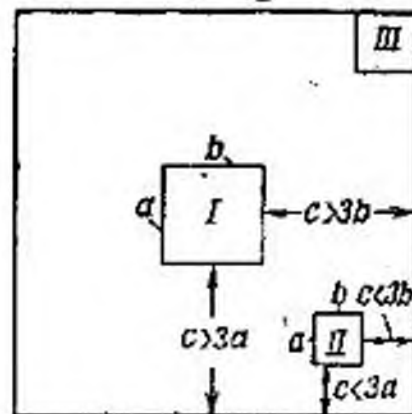


Фиг. 20-1. Струя при истечении из круглого отверстия.



Фиг. 20-2. Отверстия с фаской.

Существенное влияние на сжатие струи оказывает наличие около отверстия с одной или нескольких сторон направляющих козырьков (фиг. 20-3), устраняющих сжатие на некоторой части периметра отверстия. В этом случае сжатие называют непол-



Фиг. 20-3. Расположение отверстий при неполном и несовершенном сжатии.



Фиг. 20-4. Инверсия струи.

ным в отличие от полного, при котором козырьки отсутствуют. Сечение струи сильно преобразуется при вытекании из прямоугольного или треугольного отверстия (фиг. 20-4). Это явление называется инверсией струи.

Сжатие струи является одной из важнейших особенностей, характеризующих истечение жидкости из отверстий.

На небольшом расстоянии от круглого отверстия $l = (0,5 - 1)d$ (где d — диаметр отверстия) происходит выпрямление траек-

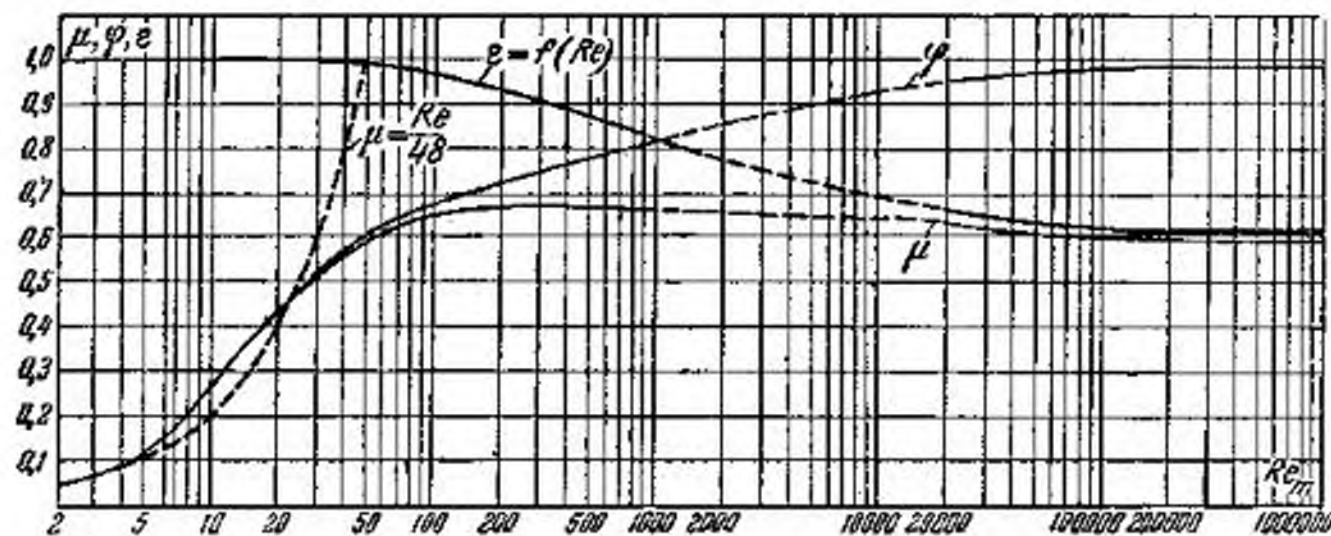
торий частиц и за указанным сечением частицы практически движутся почти параллельно. Площадь живого сечения струи ω_c в этом месте

$$\omega_c = \epsilon \omega, \quad (20-1)$$

где ω — площадь отверстия;

ϵ — коэффициент сжатия струи, равный отношению площади сжатого сечения к площади отверстия и определяемый в большинстве случаев опытным путем.

Коэффициент сжатия в первую очередь зависит от формы отверстия, от положения отверстия относительно стенок резервуара и в общем случае от чисел Рейнольдса, Фруда, Вебера. В случаях, представляющих практический интерес, влиянием чисел Фруда и Вебера можно пренебречь и коэффициент ϵ считать



Фиг. 20-5. Зависимость коэффициентов ϵ , ϕ и μ от Re_m для отверстия с острой кромкой.

функцией только числа Re . На фиг. 20-5 приведены значения ϵ по данным А. Д. Альтшуля для совершенного сжатия при истечении из круглого отверстия с острой кромкой¹.

Для определения скорости истечения применим уравнение Бернулли для потока. За живые сечения, ограничивающие рассматриваемый участок потока, примем свободную поверхность жидкости в резервуаре и сжатое сечение струи. В обоих этих горизонтальных сечениях давления постоянны и поэтому соответствуют гидростатическому закону.

За плоскость сравнения примем горизонтальную плоскость, проходящую через сжатое сечение струи. Будем иметь:

$$z_0 + \frac{p_0}{\gamma} + \frac{a_0 v_0^2}{2g} = z_c + \frac{p_c}{\gamma} + \frac{a_c v_c^2}{2g} + \zeta \frac{v_c^2}{2g},$$

¹ А. Д. Альтшуль, Истечение из отверстий жидкостей с повышенной вязкостью, «Нефтяное хозяйство», 1950, № 2.

где ζ — коэффициент сопротивления при истечении, отнесенный к скорости в расчетном сечении струи.

Подставляя вместо

$$z_0 = h + l, \text{ а } z_c = 0,$$

получим:

$$v_c = \frac{\sqrt{2g\left(h + l + \frac{p_0 - p_c}{\gamma} + \frac{\alpha_0 v_0^2}{2g}\right)}}{\sqrt{\alpha_c + \zeta}} \quad (20-2)$$

В тех случаях, когда можно пренебречь l по сравнению с h ,

$$v_c = \frac{\sqrt{2g\left(h + \frac{p_0 - p_c}{\gamma} + \frac{\alpha_0 v_0^2}{2g}\right)}}{\sqrt{\alpha_c + \zeta}} \quad (20-3)$$

или

$$v_c = \varphi \sqrt{2gH_{ист}}, \quad (20-4)$$

где

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{\alpha_c + \zeta}} \text{ — коэффициент скорости;} \quad (20-5)$$

$$H_{ист0} = h + \frac{p_0 - p_c}{\gamma} + \frac{\alpha_0 v_0^2}{2g} \text{ — полный напор истечения.} \quad (20-6)$$

Напор истечения следует рассматривать как удельную энергию потока в сечении на уровне свободной поверхности, вычисленную относительно уровня сжатого сечения и давления p_c .

Неудобство формулы (20-2) или (20-3) состоит в том, что скорость v_c определяется по ней только методом подбора.

Преобразуем эту формулу, заменив в ней согласно уравнению неразрывности

$$v_0 = \frac{v_c \omega_c}{\omega_0} = \frac{v_c \omega_c}{\omega_0}$$

Будем иметь:

$$v_c = \varphi \frac{\sqrt{2g\left(h + \frac{p_0 - p_c}{\gamma}\right)}}{\sqrt{1 - \alpha_0 \left(\frac{\omega_c}{\omega_0} \cdot \varepsilon \varphi\right)^2}} \quad (20-7)$$

где

$$h + \frac{p_0 - p_c}{\gamma} = H_{ист}$$

называется напором истечения.

Если площадь отверстия ω мала по сравнению с площадью свободной поверхности ω_0 , то можно пренебречь вторым членом в знаменателе. В этом случае отверстие называется малым.

Для малого отверстия будем иметь:

$$v_c = \varphi \sqrt{2gH_{ист}} \quad (20-8)$$

Пренебрегая неравномерностью распределения скоростей в расчетном сечении струи и гидравлическими сопротивлениями, т. е. принимая $\alpha_c = 1$ и $\zeta = 0$, получим формулу для скорости, которую будем называть теоретической скоростью v_m ,

$$v_m = \sqrt{2g\left(h + \frac{p_0 - p_c}{\gamma}\right)} \quad (20-9)$$

При $p_0 = p_c$ эта формула превращается в формулу Торричелли.

Коэффициент скорости φ согласно формуле (20-5) учитывает влияние на скорость истечения степени неравномерности распределения скоростей в сжатом сечении и гидравлических сопротивлений. Коэффициент скорости представляет отношение действительной скорости истечения к теоретической

$$\varphi = \frac{v_c}{v_m} \quad (20-10)$$

Теоретически коэффициент скорости φ может быть найден только для ламинарного истечения. Для этого случая интегрирование дифференциальных уравнений движения реальной жидкости приводит для скорости к формуле Сэмсона, имеющей вид¹:

$$v_c = \frac{gd}{24\nu} \left(h + \frac{p_0 - p_c}{\gamma}\right), \quad (20-11)$$

где ν — кинематический коэффициент вязкости, а d — диаметр отверстия. Сопоставляя формулу (20-11) с формулой (20-8), получим:

$$\varphi = \frac{Re_m}{48}, \quad (20-12)$$

где

$$Re_m = \frac{v_m d}{\nu}$$

Экспериментальная проверка формулы (20-12), выполненная автором, показывает, что хорошее совпадение с опытом получается при $Re_m < 5$.

¹ М. А. Великанов, Динамика русловых потоков, т. 1, ГИТТЛ, 1954.

Для других значений Re_m при истечении в атмосферу из отверстия с острой кромкой и совершенном сжатии график значений φ приведен на фиг. 20-5. При числах $Re_m > 10^5$ величина коэффициента φ изменяется от $\varphi = 0,96$ до $\varphi = 0,995$. Практически эту область можно рассматривать как квадратичную. Стремление к единице коэффициента φ свидетельствует об исчезающем влиянии на коэффициент скорости при больших числах Re_m гидравлических сопротивлений.

Расход вычислим по формуле

$$Q = v_c \omega_c; \quad (20-13)$$

$$Q = \varphi \omega \frac{\sqrt{2g \left(h + \frac{p_0 - p_c}{\gamma} \right)}}{\sqrt{1 - \alpha_v \left(\frac{\omega}{\omega_0} \varphi \right)^2}}, \quad (20-14)$$

Введем в рассмотрение коэффициент расхода μ , равный

$$\mu = \varphi \varepsilon. \quad (20-15)$$

Для малых отверстий будем иметь:

$$Q = \mu \omega \sqrt{2g \left(h + \frac{p_0 - p_c}{\gamma} \right)}. \quad (20-16)$$

Назовем теоретическим расходом (для малого отверстия) величину

$$Q_m = \omega \sqrt{2g \left(h + \frac{p_0 - p_c}{\gamma} \right)}. \quad (20-17)$$

В этом случае коэффициент расхода можно рассматривать как отношение действительного расхода к теоретическому

$$\mu = \frac{Q}{Q_m}. \quad (20-18)$$

В частном случае, когда давление на поверхности жидкости в резервуаре равно атмосферному и истечение происходит в атмосферу, т. е. когда p_0 и p_c равны, будем иметь:

$$v_c = \varphi \sqrt{2gh}; \quad (20-19)$$

$$Q = \mu \omega \sqrt{2gh}. \quad (20-20)$$

Полученные результаты в общем случае нельзя распространить на истечение из отверстий в вертикальной стенке.

При истечении жидкости из отверстия в вертикальной стенке в сжатом сечении ω_c давления во всех точках практически являются постоянными: $p = \text{const}$. Поэтому в сечении ω_c давления уже не распределяются по законам гидростатики:

$$z + \frac{p}{\gamma} \neq \text{const}$$

и уравнение Бернулли (10-23) для этого случая оказывается неприменимым. Здесь надо было бы применить уравнение (10-26).

Однако если вертикальные размеры отверстия малы, выводы этого параграфа можно распространить на них. Как будет следовать из дальнейшего, это можно будет делать для прямоугольных отверстий (см. фиг. 20-9) при $a \leq 0,5h_T$, а для круглых отверстий (фиг. 20-10) при $r \leq 0,3h_T$, что практически обычно имеет место. На значения коэффициента расхода влияют те же факторы, что и на коэффициенты ε и φ . Поэтому в общем случае

$$\mu = f(Re, Fr, We). \quad (20-21)$$

В случаях, представляющих практический интерес,

$$\mu = f(Re).$$

В квадратичной области для данного отверстия

$$\mu = \text{const}.$$

На фиг. 20-5 приведены значения коэффициента μ по данным автора и табл. 20-1—20-3.

Таблица 20-1

Значения коэффициента расхода μ при истечении из прямоугольного отверстия в тонкой вертикальной стенке

Напор над верхним краем отверстия, м	Ширина отверстия, м							
	b = 0,20				b = 0,60			
	Высота отверстия, м							
	0,01	0,02	0,03	0,05	0,10	0,20	0,02	0,20
0,10	0,667	0,655	0,637	0,630	0,611	0,592	0,639	0,602
0,20	0,655	0,649	0,634	0,631	0,615	0,598	0,635	0,605
0,30	0,650	0,645	0,632	0,630	0,616	0,600	0,633	0,607
0,40	0,646	0,642	0,631	0,629	0,617	0,602	0,631	0,607
0,50	0,643	0,640	0,631	0,628	0,617	0,603	0,630	0,607
0,70	0,638	0,637	0,629	0,627	0,616	0,604	0,628	0,607
0,80	0,635	0,635	0,628	0,626	0,616	0,605	0,628	0,606
0,90	0,632	0,634	0,627	0,625	0,615	0,605	0,627	0,606
1,00	0,629	0,632	0,627	0,625	0,615	0,605	0,626	0,605
1,50	0,617	0,620	0,621	0,619	0,611	0,602	0,623	0,602
2,00	0,613	0,613	0,613	0,613	0,607	0,601	0,620	0,602
3,00	0,609	0,608	0,607	0,606	0,603	0,601	0,615	0,601

Таблица 20-2

Значения коэффициента расхода μ при истечении из квадратных отверстий в тонкой вертикальной стенке

Напор в центре отверстия, м	Ширина квадратного отверстия, м					
	0,01	0,02	0,03	0,06	0,12	0,18
0,20	0,648	0,624	0,617	0,605	0,598	—
0,30	0,636	0,619	0,613	0,605	0,601	0,599
0,50	0,628	0,618	0,610	0,605	0,602	0,601
1,00	0,620	0,610	0,607	0,605	0,604	0,603
1,50	0,618	0,609	0,606	0,604	0,603	0,602
2,00	0,614	0,608	0,605	0,604	0,603	0,602
3,00	0,611	0,606	0,604	0,603	0,602	0,601
6,00	0,605	0,603	0,602	0,602	0,601	0,600
15,00	0,601	0,601	0,600	0,600	0,599	0,599
30,00	0,598	0,598	0,598	0,598	0,598	0,598

Таблица 20-3

Значения коэффициента расхода μ при истечении из круглых отверстий в тонкой вертикальной стенке

№ п/п	Напор в центре отверстия, м	Диаметр отверстия, м						
		0,01	0,02	0,03	0,05	0,1	0,2	0,3
1	0,20	0,635	0,616	0,611	0,602	0,595	0,593	0,590
2	0,30	0,629	0,612	0,608	0,601	0,597	0,595	0,592
3	0,50	0,622	0,608	0,605	0,600	0,599	0,596	0,594
4	1,00	0,614	0,604	0,602	0,599	0,599	0,597	0,596
5	1,50	0,610	0,602	0,601	0,598	0,598	0,596	0,595
6	2,00	0,608	0,601	0,600	0,598	0,598	0,596	0,596
7	3,00	0,605	0,599	0,598	0,597	0,597	0,596	0,595
8	6,00	0,600	0,597	0,596	0,596	0,596	0,595	0,594
9	30,00	0,593	0,592	0,592	0,592	0,592	0,592	0,592

Анализ фигур и таблиц показывает, что в широком диапазоне значений $Re = 10^4 \div 2 \cdot 10^6$ в прямоугольных отверстиях μ изменяется всего в пределах $10^0/0$, а в круглых — в пределах $7^0/0$; поэтому не будет большой ошибкой принять для этого диапазона средние значения

$$\mu_{np} = 0,634;$$

$$\mu_{кр} = 0,615.$$

Для прямоугольного отверстия шириной $b = 200$ мм и высотой $a = 10 \div 200$ мм и для квадратного $a = b = 10 \div 180$ мм

для $Re_m > 10\,000$ коэффициент расхода можно определять по формулам автора:

$$\mu_{np} = 0,5915 + \frac{8,9}{\sqrt{Re_m}}; \quad (20-22)$$

$$\mu_{кр} = 0,581 + \frac{8,9}{\sqrt{Re_m}}; \quad (20-23)$$

где

$$Re_m = \frac{d \sqrt{2gH_{ист}}}{\nu}; \quad (20-24)$$

Данные табл. 20-3 для круглых отверстий укладываются весьма хорошо в формулу А. Д. Альтшуля¹ для $Re_m > 10\,000$:

$$\mu = 0,592 + \frac{5,5}{\sqrt{Re_m}}; \quad (20-25)$$

где

$$Re_m = \frac{d \sqrt{2gH_{ист}}}{\nu}.$$

Изложенное выше относилось к совершенному сжатию струи.

В случае несовершенного, но полного сжатия имеются данные для определения коэффициента расхода, полученные при исследовании истечения воды.

Академик Н. Н. Павловский в своем гидравлическом справочнике приводит следующие формулы, которые можно применять и для других жидкостей для квадратичной области:

а) для круглых отверстий

$$\mu_{кр} = \mu(1 + k_1); \quad (20-26)$$

б) для прямоугольных отверстий

$$\mu_{np} = \mu(1 + k_2); \quad (20-27)$$

где μ — коэффициент расхода при совершенном сжатии; k_1 и k_2 — коэффициенты, зависящие от отношения площади отверстия ω к площади поперечного сечения потока перед отверстием Ω . Эти коэффициенты вычисляются по формулам Вейсбаха:

$$k_1 = 0,0456 \left(14,8 \frac{\omega}{\Omega} - 1 \right); \quad (20-28)$$

$$k_2 = 0,076 \left(9 \frac{\omega}{\Omega} - 1 \right); \quad (20-29)$$

¹ А. Д. Альтшуль, Истечение из отверстий жидкостей с повышенной вязкостью, «Нефтяное хозяйство», 1950, № 2.

действительным по указанию Н. Н. Павловского только для $\frac{\omega}{\Omega} < 0,7 \div 0,8$. Значения k_1 и k_2 приведены в табл. 20-4.

Таблица 20-4

Значения коэффициентов k_1 и k_2 в формулах (20-28) и (20-29)

$\frac{\omega}{\Omega}$	0,05	0,01	0,15	0,2	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45
k_1	0,007	0,014	0,023	0,034	0,045	0,059	0,075	0,092	0,112
k_2	0,009	0,019	0,030	0,042	0,056	0,071	0,088	0,107	0,128

Продолжение

$\frac{\omega}{\Omega}$	0,50	0,55	0,60	0,70
k_1	0,134	0,161	0,189	0,260
k_2	0,152	0,178	0,208	0,278

В случае неполного сжатия при истечении в атмосферу и для квадратичных режимов коэффициент расхода может быть определен по формуле

$$\mu_{н.н} = \mu \left(1 + k \frac{n}{\chi} \right), \quad (20-30)$$

в которой μ — коэффициент расхода при полном сжатии;

n — часть периметра отверстия, на котором устранено сжатие;

χ — полный периметр отверстия;

k — коэффициент, имеющий значение: для круга $k = 0,128$, для малого квадрата $k = 0,152$, для прямоугольника шириной 20 см и высотой 16 см $k = 0,157$, для малого прямоугольника $k = 0,134$; считаясь с тем, что приведенные коэффициенты справедливы для сравнительно малых отверстий и в некоторых случаях пользование ими дает неудовлетворительные результаты, Н. Н. Павловский рекомендует принимать для $\frac{n}{\chi}$, близких к единице, $k = 0,4$.

20-2. Истечение жидкости из затопленного отверстия при постоянном напоре

В рассматриваемом случае жидкость течет (фиг. 20-6) из резервуара A в резервуар B . В резервуаре B давления можно считать распределяющимися по гидростатическому закону. Поэтому по гидростатическому закону распределяются давления и в расчетном сечении струи ω_c .

На этом основании для определения скорости в расчетном сечении струи и расхода через отверстие можно воспользоваться формулами (20-7) или (рассматривая его как малое) (20-8) и (20-14) или (20-16), в которых для рассматриваемого случая h — глубина погружения центра тяжести отверстия относительно свободного уровня жидкости в резервуаре A ; p_0 — давление на свободной поверхности в резервуаре A ; $p_c = p_1 + \gamma h_1$ — давление в расчетном сечении струи, где p_1 — давление на свободной поверхности в резервуаре B ; h_1 — глубина погружения центра тяжести отверстия относительно свободного уровня в резервуаре B .

Подставляя значение p_c в формулы (20-8) и (20-16), получим для малых отверстий

$$v_c = \varphi \sqrt{2g \left(h_0 + \frac{p_0 - p_1}{\gamma} \right)}, \quad (20-31)$$

$$Q = \mu \omega \sqrt{2g \left(h_0 + \frac{p_0 - p_1}{\gamma} \right)}, \quad (20-32)$$

где

$$h_0 = h - h_1.$$

Если p_0 и p_1 равны атмосферному давлению, а отверстие можно считать малым,

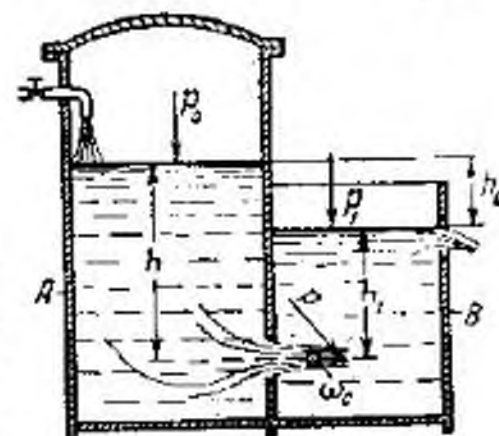
$$v_c = \varphi \sqrt{2gh_0}; \quad (20-33)$$

$$Q = \mu \omega \sqrt{2gh_0}. \quad (20-34)$$

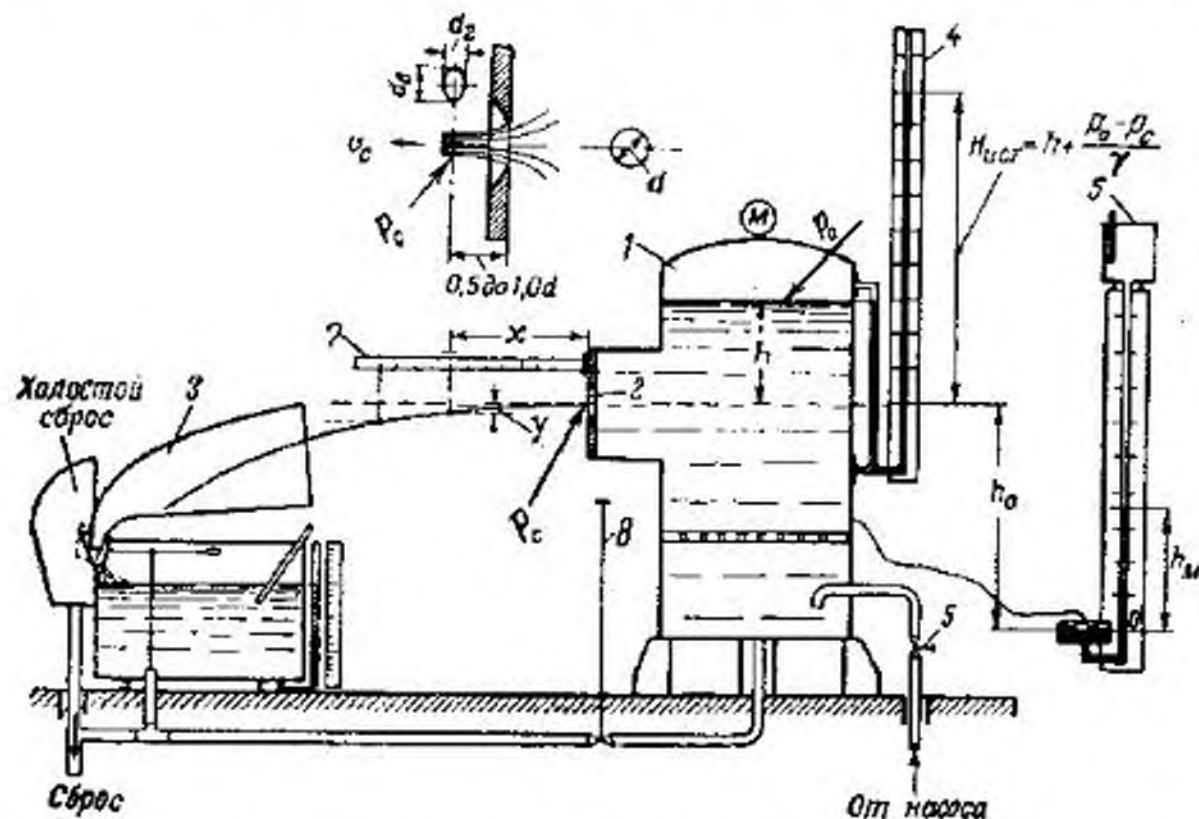
Значения коэффициентов φ и μ обычно принимают равными соответствующим коэффициентам при истечении через незаполненное отверстие.

20-3. Экспериментальное определение коэффициентов расхода, сжатия, скорости и сопротивления

Определение коэффициентов, характеризующих истечение жидкости из отверстий, может быть осуществлено на установке, изображенной на фиг. 20-7. Здесь жидкость из бака I через исследуемое отверстие 2 вытекает в атмосферу.



Фиг. 20-6. Схема истечения из затопленного отверстия.



Фиг. 20-7. Экспериментальная установка для исследования коэффициентов истечения.

Проще всего определяется коэффициент расхода μ для малого отверстия. Для его определения необходимо согласно формуле (20-18) опытным путем, например посредством мерного бака 3 (или другого точного измерителя расхода), определить действительный расход, а теоретический расход вычислить по формуле (20-17). Для большого отверстия формулу для коэффициента расхода μ можно получить из формулы (20-14) в виде:

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{\alpha_0 \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \frac{2g\omega^3 H_{ист}}{Q^2}}} \quad (20-35)$$

Для определения напора истечения надо знать только h и p_0 , так как $p_c = p_{ат}$ или воспользоваться пьезометром 4.

Для давлений $p_0 > (4 \div 5) \text{ кг/см}^2$ для определения μ целесообразно воспользоваться ртутно-чашечным манометром 5. В этом случае (фиг. 20-7)

$$p_0 = p_{ат} + \gamma p h_m - \gamma(h + h_0)$$

и при

$$p_c = p_{ат}$$

$$H_{ист} = \frac{\gamma_p}{\gamma} h_m - h_0 \quad (20-36)$$

Коэффициент сжатия определяется струемером, одна из конструкций которого показана на фиг. 20-8.

Обычно достаточно измерить только горизонтальный d_2 и вертикальный d_1 диаметр струи. Площадь ω_c вычисляется по формуле

$$\omega_c = \frac{\pi}{4} d_1 d_2$$

Коэффициент сжатия вычисляется по формуле (20-1).

Для отверстий иных форм, при вытекании через которые струя имеет сложное сечение, требуются другие приборы. Известный французский гидравлик Базен применял струемер, имевший 24 микрометрических винта.

Коэффициент скорости φ может быть определен различным образом; например, если значения μ и ϵ известны, то согласно формуле (20-15)

$$\varphi = \frac{\mu}{\epsilon}$$

Другой метод заключается в следующем: принимается, что каждая частица струи движется, как свободная материальная точка, на которую действует лишь сила тяжести. Поэтому при показанной на фиг. 20-7 системе координат уравнения движения частицы будут иметь следующий вид:

$$x = v_c t; \quad y = \frac{gt^2}{2} \quad (20-37)$$

а уравнения траектории

$$y = \frac{gx^2}{2v_c^2} \quad (20-38)$$

где v_c — скорость в сжатом сечении струи.

Подставляя вместо v_c значение по формуле (20-4), получим:

$$y = \frac{gx^2}{4\varphi^2 g H_{ист}}$$

откуда

$$\varphi = \frac{x}{2\sqrt{yH_{ист}}} \quad (20-39)$$

Итак, для определения коэффициента скорости надо вычислить координаты оси струи.

Коэффициент сопротивления согласно формуле (20-5) определяется по формуле

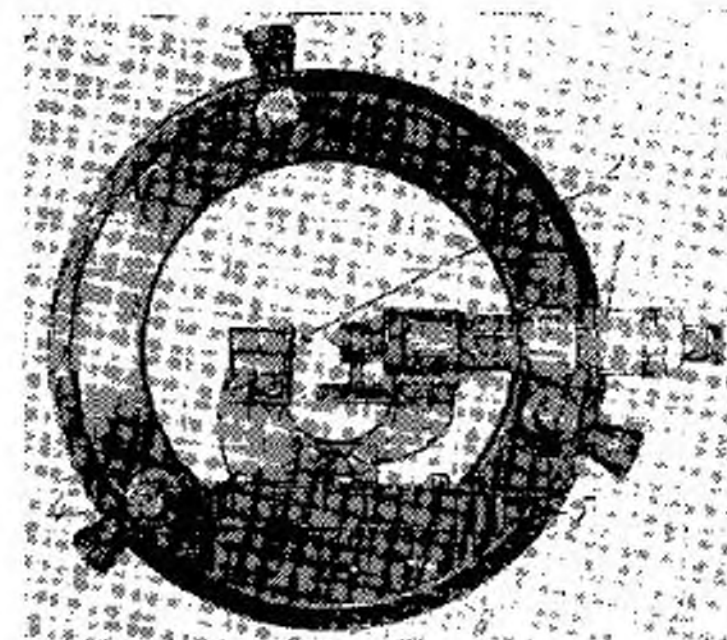
$$\zeta = \frac{1}{\varphi^2} - \alpha_c \quad (20-40)$$

В подавляющем большинстве случаев принимают $\alpha_c = 1$, что не всегда допустимо. Вопрос этот совершенно не исследован. При $\alpha_c = 1$ завышается значение ζ , что, однако, не отражается на точности вычислений v_c и Q , поскольку в расчетных формулах всегда фигурирует сумма $\alpha_c + \zeta$.

Изложенные здесь методы могут быть распространены и на случаи истечения, рассматриваемые в следующих параграфах.

20-4. Истечение жидкости из отверстия постоянной ширины в вертикальной стенке при постоянном напоре

Рассмотрим истечение из прямоугольного отверстия (фиг. 20-9) шириной b и высотой a , сделанного в вертикальной стенке, когда отношение $\frac{a}{h}$ относительно велико. Поток представим образованным бесконечно боль-



Фиг. 20-8. Струемер.

Микрометр 1 с ножками 2 вращается вместе с ободкой 3 вокруг оси струи. Направляющие 4 позволяют перемещать микрометр вдоль оси струи. Микрометрический винт 5 служит для поперечного перемещения микрометра; 6 — корпус.

шим количеством элементарных струек. Причем элементарной площадке отверстия $d\omega = b dh$ соответствует элементарная струйка с площадью $d\omega_c$ в расчетном сечении $C-C$:

$$d\omega_c = \epsilon b dh.$$

Здесь коэффициент ϵ аналогичен коэффициенту сжатия, но соответствует лишь элементарной струйке.

Скорость частицы, находящейся в расчетном сечении на глубине h , можно вычислить по формуле, аналогичной (20-3) при $p_0 = p_c$.

$$u = \varphi \sqrt{2g \left(h + \frac{u_0^2}{2g} \right)}.$$

Коэффициент φ можно назвать, как и раньше, коэффициентом скорости, но соответствующим данной элементарной струйке.

Расход Q будет равен интегралу от расходов элементарных струек

$$Q = \int_{h_1}^{h_2} \epsilon \varphi \sqrt{2g \left(h + \frac{u_0^2}{2g} \right)} b dh.$$

Фиг. 20-9. Схема истечения из прямоугольного отверстия в вертикальной стенке.

Для каждой элементарной струйки ϵ , φ и u_0 будут иметь свои значения, определить которые практически невозможно, поэтому введем коэффициент расхода μ для всего отверстия и среднюю скорость на поверхности v_0 . При этом последнюю формулу можно представить в виде:

$$Q = \mu \int_{h_1}^{h_2} \sqrt{2g \left(h + \frac{v_0^2}{2g} \right)} b dh,$$

откуда

$$Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} \left[\left(h_2 + \frac{v_0^2}{2g} \right)^{3/2} - \left(h_1 + \frac{v_0^2}{2g} \right)^{3/2} \right], \quad (20-41)$$

или

$$Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} H_0^{3/2} \left[\left(1 + \frac{a}{2H_0} \right)^{3/2} - \left(1 - \frac{a}{2H_0} \right)^{3/2} \right], \quad (20-42)$$

где

$$H_0 = h_T + \frac{v_0^2}{2g}, \quad (20-43)$$

а μ — коэффициент расхода, учитывающий также и замену u_0 на v_0 .

Разлагая выражения, стоящие в квадратных скобках, по формуле бинома Ньютона и ограничиваясь шестью членами каждого разложения, получим:

$$Q = \mu b a \sqrt{2g} H_0 \left[1 - \frac{1}{90} \left(\frac{a}{H_0} \right)^2 - \frac{1}{2048} \left(\frac{a}{H_0} \right)^4 \right]. \quad (20-44)$$

Уже при $\frac{a}{H_0} = 0,5$ выражение в квадратных скобках делается равным 0,998 и может быть принято равным единице. В этом случае

$$Q = \mu b a \sqrt{2g} H_0. \quad (20-45)$$

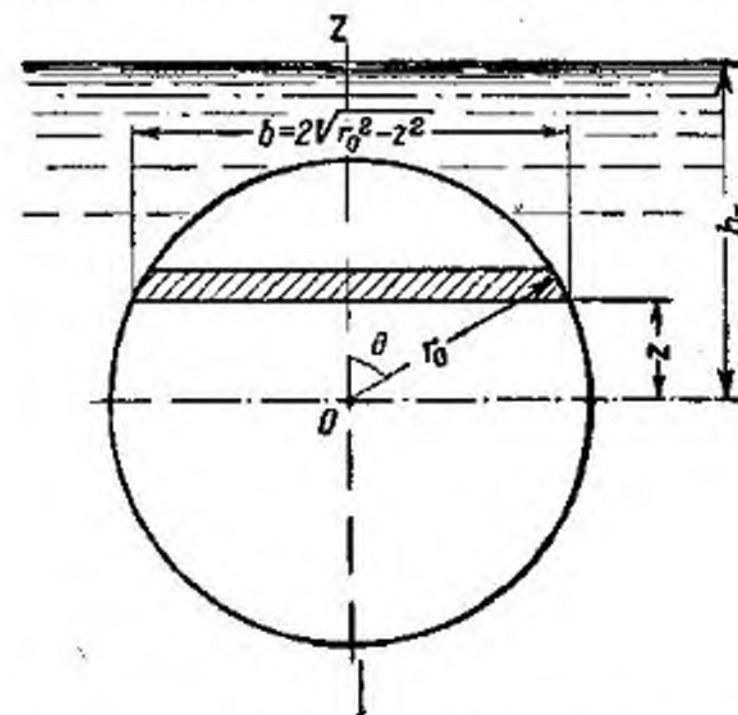
О коэффициенте расхода сказано в § 20-1. Его некоторые значения приведены в табл. 20-1 и 20-2.

20-5. Истечение жидкости из круглого отверстия в вертикальной стенке при постоянном напоре

В случае истечения из круглого отверстия в вертикальной стенке рассуждения, аналогичные предыдущему случаю (согласно фиг. 20-10), если принять скорость v_0 на поверхности равной нулю, приведут к формуле для расхода

$$Q = \mu \int_{-r_0}^{+r_0} 2 \sqrt{2g(h_T - z)} \sqrt{r_0^2 - z^2} dz,$$

в этой формуле $2 \sqrt{r_0^2 - z^2} dz$ — элементарная заштрихованная площадка, а $\sqrt{2g(h_T - z)}$ — теоретическая скорость частиц жидкости, расположенных



Фиг. 20-10. Схема истечения из круглого отверстия в вертикальной стенке.

на глубине $h_T - z$. Интегрирование этого выражения осуществляем подстановкой $z = r_0 \cdot \cos \theta$, после чего формула расхода принимает вид:

$$Q = -2\mu r_0^2 \sqrt{2g} h_T \int_0^\pi \sin^2 \theta \sqrt{1 - \frac{r_0}{h_T} \cos \theta} d\theta.$$

Разлагая радикал, стоящий под интегралом, в ряд по формуле бинома Ньютона, ограничиваясь шестью членами разложения и интегрируя, получим:

$$Q = \mu \left[1 - \frac{1}{32} \left(\frac{r_0}{h_T} \right)^2 - \frac{5}{1024} \left(\frac{r_0}{h_T} \right)^4 \right] \pi r_0^2 \sqrt{2gh_T}. \quad (20-46)$$

Уже при $\frac{r_0}{h_T} = 0,3$ выражение в квадратных скобках делается равным 0,998 и может быть принято равным единице, а

$$Q = \mu \pi r_0^2 \sqrt{2gh_T}. \quad (20-47)$$

О коэффициенте расхода сказано в § 20-1. Его некоторые значения приведены в табл. 20-3.

20-6. Истечение жидкости через насадки. Внешний цилиндрический насадок

Исследование истечения жидкости из отверстий с острой кромкой показало их малую пропускную способность. Наибольшее значение коэффициента расхода в рассматриваемых случаях не превосходило $\mu = 0,67$.

Производительность можно значительно увеличить, если изменить форму отверстия. Например, если заставить жидкость вытекать через отверстие, у которого снята фаска (фиг. 20-2), то коэффициент расхода при истечении воды может быть равным $\mu = 0,74$. Еще большего увеличения производительности можно достичь при истечении через короткие патрубки, называемые насадками. Всего будет рассмотрено шесть типов насадков: 1) цилиндрический внешний; 2) цилиндрический внутренний; 3) конический сходящийся; 4) конический расходящийся; 5) конический расходящийся с плавным входом; 6) коноидальный. В этом параграфе будет рассмотрен цилиндрический внешний насадок.

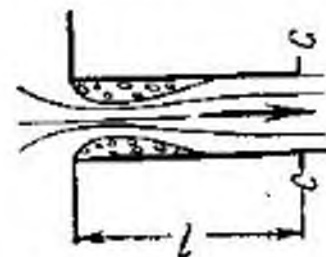
Цилиндрический внешний насадок (фиг. 20-11) представляет собой цилиндрическую трубку длиной $l = (3 \div 4)d$, имеющую острую входную кромку. При протекании жидкости через более короткие насадки, особенно при больших напорах истечения, струя пролетает насадок, не касаясь его стенок (фиг. 20-12). В этом случае истечение происходит, как из отверстия без насадка. Такое явление будем называть срывом истечения через насадок.

Жидкость, устремляясь в насадок из резервуара, уже внутри насадка в области входа образует сжатую струю, сечение которой благодаря острой входной кромке значительно меньше сечения насадка. В дальнейшем струя расширяется и вытекает из насадка, имея сечение, равное площади отверстия. Таким образом, коэффициент сжатия струи на выходе $\epsilon = 1$.

Расширение струи в насадке, особенно если он очень короткий, носит характер внезапного расширения и вызывает доба-

вочные потери энергии по сравнению с потерями энергии при истечении из простых отверстий. Некоторое влияние на общие потери энергии в насадке оказывают гидравлические сопротивления по его длине.

Благодаря большим гидравлическим сопротивлениям скорость истечения жидкости через насадок значительно меньше, чем скорость истечения через простое отверстие.



Фиг. 20-11. Схема истечения жидкости через внешний цилиндрический насадок.



Фиг. 20-12. Схема истечения жидкости через насадок при срыве.

Скорость в расчетном сечении насадка $C-C$ и расход определяются по тем же формулам, что и при истечении из отверстий, т. е. для малых отверстий по формулам (20-8) и (20-16), в которых (при $\epsilon = 1$)

$$\mu = \varphi \epsilon = \varphi,$$

а

$$\zeta = \zeta'_{sx} + \zeta_{e.p} + \lambda \frac{l}{d}$$

и

$$\varphi = \mu = \frac{1}{\sqrt{\alpha + \zeta'_{sx} + \zeta_{e.p} + \lambda \frac{l}{d}}}, \quad (20-48)$$

причем все коэффициенты отнесены к скорости истечения v_c . Поэтому

$$\zeta'_{sx} = \zeta_{sx} \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 = \frac{\zeta_{sx}}{\epsilon_{sx}^2}, \quad (20-49)$$

где ζ_{sx} — коэффициент сопротивления входа, но отнесенный к сжатому сечению струи, а ϵ_{sx} — коэффициент сжатия при входе струи в насадок (коэффициент внутреннего сжатия);

$$\zeta_{e.p} = \left(1 - \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 = \left(1 - \frac{1}{\epsilon_{sx}} \right)^2 \quad (20-50)$$

согласно формуле (15-11). Подставляя эти значения в формулу (20-48), получим

$$\mu = \varphi = \frac{\epsilon_{sx}}{\sqrt{\left(\alpha + 1 + \lambda \frac{l}{d}\right) \epsilon_{sx}^2 + \zeta_{sx} + 1 - 2\epsilon_{sx}}} \quad (20-51)$$

Несмотря на меньшую скорость истечения через насадок, чем через простое отверстие, расход жидкости через него больше, чем через простое отверстие, благодаря большому значению коэффициента внешнего сжатия ($\epsilon \approx 1$), по сравнению с отверстием в тонкой стенке (где он доходит до $\epsilon = 0,62$).

Из формулы (20-51) следует, что длина насадка влияет на величину расхода.

В табл. 20-5 приведены значения μ в зависимости от l/d при $Re \approx 100\,000$.

Таблица 20-5

Значения коэффициентов расхода цилиндрических насадков при $H=10$ м вод. ст. (входная кромка — острая, материал насадка — латунь) и срывных напоров $H_{срив}$ при барометрическом давлении 750 мм рт. ст. и температуре воды $t = 15 - 16^\circ \text{C}$ (по исследованиям автора¹)

l/d	1,66	3,33	5	6,66	8,33	10	13,32	16,66	20
d , мм	9,978	9,983	9,988	9,980	9,973	9,976	9,979	9,989	9,985
Re	98 490	99 290	97 370	100 260	99 140	98 140	95 990	93 990	91 570
μ	0,809	0,814	0,799	0,795	0,787	0,778	0,761	0,743	0,725
$H_{срив}$ м. вод. ст.	14,65	15,5	15,1	15,1	15,1	16	16,5	—	—
После срыва коэффициент расхода принимал значения $\mu = 0,603$								—	—

¹ В исследованиях принимал участие инж. П. С. Мучинков.

Для чисел Re_m от 30 до 1000 по исследованиям автора для насадка $l/d = 4$ $\mu = 0,42 \lg(0,05 Re)$. (20-52)

При очень длинном патрубке расход через него может оказаться меньше расхода через простое отверстие.

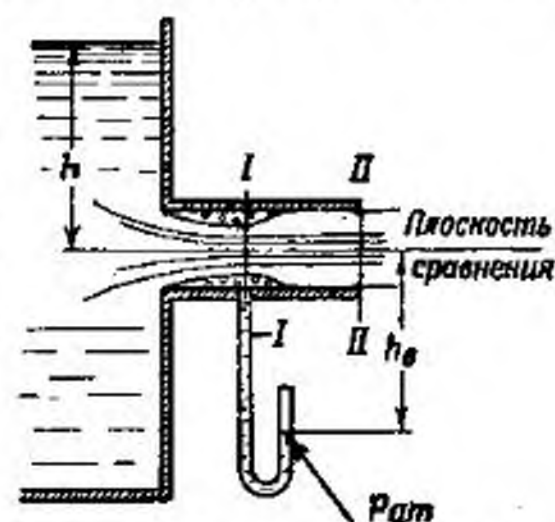
Приравняв коэффициенты расхода отверстия и насадка, можно вычислить, что их пропускная способность будет одинакова (принимая $\alpha = 1$) при

$$l/d = \frac{2(1 - \epsilon_{sx})}{\epsilon_{sx} \lambda} \quad (20-53)$$

Например, при $\epsilon_{sx} = 0,64$ и $\lambda = 0,03$ длина насадка $l = 37d$.

Рассмотрим срыв истечения. Теоретически срыв истечения происходит тогда, когда давление внутри насадка падает до величины, равной давлению парообразования p_{II} . При этом наступает явление кавитации. Местом наименьшего давления в насадке является сжатое сечение. Определим, при каком напоре истечения давление в этом сечении падает до этого значения. Напишем уравнение Бернулли для сечений I—I и II—II (фиг. 20-13), выбрав плоскость сравнения проходящей через ось насадка. Принимая $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$, будем иметь:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + \zeta_{s,p} \frac{v_2^2}{2g},$$



Фиг. 20-13. Схема истечения через цилиндрический насадок.

где $\zeta_{s,p}$ — коэффициент сопротивления, обусловленный расширением струи внутри насадка, определяется по формуле (20-50).

Воспользовавшись уравнением неразрывности в виде:

$$v_1 = \frac{v_2 \omega_2}{\omega_1} = \frac{v_2}{\epsilon_{sx}}$$

и формулой (20-50), получим:

$$\frac{p_1}{\gamma} = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} \left[1 + \left(1 - \frac{1}{\epsilon_{sx}} \right)^2 - \frac{1}{\epsilon_{sx}^2} \right],$$

или

$$\frac{p_1}{\gamma} = \frac{p_2}{\gamma} - 2\varphi^2 H_{ист} \frac{1 - \epsilon_{sx}}{\epsilon_{sx}}$$

Так как коэффициент внутреннего сжатия $\epsilon_{sx} < 1$, то давление p_1 всегда меньше p_2 . Этим и обуславливается всасывающая способность насадка, благодаря чему расход через него больше, чем через простое отверстие.

Рассмотрим истечение в атмосферу ($p_2 = p_{атм}$). В этом случае p_1 оказывается меньшим атмосферного, т. е. в сжатом сечении имеет место вакуум.

Величину вакуума найдем по формуле

$$h_v = \frac{p_2 - p_1}{\gamma} = 2\varphi^2 H_{ист} \frac{1 - \epsilon_{sx}}{\epsilon_{sx}} \quad (20-54)$$

Для определения предельного значения $h_{с.нр} = \frac{P_{ат} - P_{II}}{\gamma}$ в формулу (20-54) надо подставить $\rho_I = \rho_{II}$. При этом получим:

$$N_{ист.нр} = \frac{\varepsilon_{сх}}{1 - \varepsilon_{сх}} \frac{h_{с.нр}}{2\varphi^2}. \quad (20-55)$$

В табл. 20-5 приведены данные о насадках, при которых происходил срыв истечения.

При пользовании формулой (20-55) следует иметь в виду, что коэффициент $\varphi = \mu$ для режимов, близких к $N_{ист.нр}$, имеет значение иное, чем для режимов нормальных. Например, насадок $\frac{l}{d} = 1,66$ на режимах вблизи к срывному имел $\varphi = \mu = 0,784$ вместо $\varphi = \mu = 0,809$ для нормального режима.

При барометрическом давлении, равном 750 мм рт. ст. (10,2 м вод. ст.), для воды с температурой $t = 15,6^\circ\text{C}$:

$$h_{с.нр} = 10,2 - 0,185 = 10,015 \text{ м.}$$

Принимая

$$\varepsilon_{сх} = 0,64, \quad \varphi = 0,784,$$

получим:

$$N_{ист.нр} = \frac{0,64}{2 \cdot 0,36 \cdot 0,615} h_{с.нр} = 1,445 \cdot 10,015 = 14,47 \text{ м.}$$

Это значение практически совпадает с данными табл. 20-5.

Заметим, что в коротком насадке срыв истечения часто происходит при значительно меньших напорах, чем это следует из формулы (20-55). Происходит это потому, что окружающему воздуху удается прорваться внутрь насадка в область высокого вакуума и сорвать его. При напорах, близких к срывным, истечение через насадок неустойчиво, поэтому не следует работать с напорами, большими, чем $0,7 N_{ист.нр}$. В длинном насадке, наоборот, срыв истечения может и не произойти. При достижении в сжатом сечении давления p_{II} наступает предел его нормальной работоспособности. В этом случае расчет надо вести по уравнению истечения из простого отверстия в среду с $p = p_{II}$ с расчетным сечением ω в сужении. Такое истечение, если оно не сопровождается срывом, назовем кавитационным.

Существенное влияние на истечение через насадок оказывает форма входной кромки. Скругление ее улучшает истечение и повышает коэффициент расхода для квадратичных режимов при $\frac{l}{d} = (3 + 4)$ до $\mu = 0,95$ и приближает эти насадки к коноидальным.

20-7. Истечение жидкости через коноидальные насадки

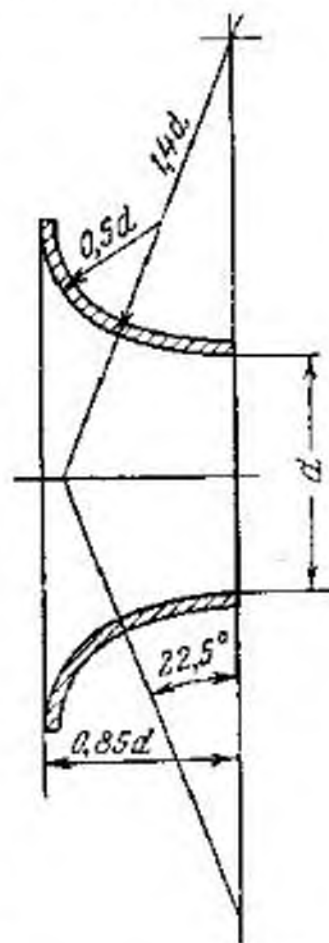
Конoidalные насадки (фиг. 20-14). Конoidalными насадками называются насадки, имеющие форму струи, выходящей из отверстия. Эти насадки дают наибольшие значения коэффициента расхода. Коэффициент сужения таких насадков равен единице.

Величина коэффициента расхода и скорости может определяться¹ по табл. 20-6.

Таблица 20-6

Значения коэффициента расхода и скорости для коноидальных насадков

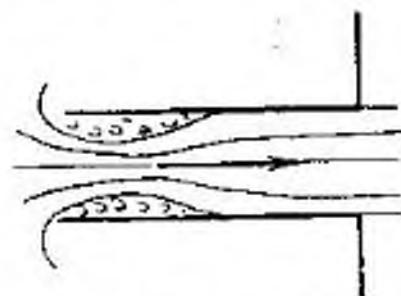
$Re = \frac{vd}{\nu}$	25 000	50 000	100 000	200 000	450 000	1 000 000
$d = 2,8 \text{ см}$	0,947	0,955	0,952	0,937	0,972	—
$d = 7,0 \text{ см}$	—	0,957	0,954	0,970	0,975	0,979



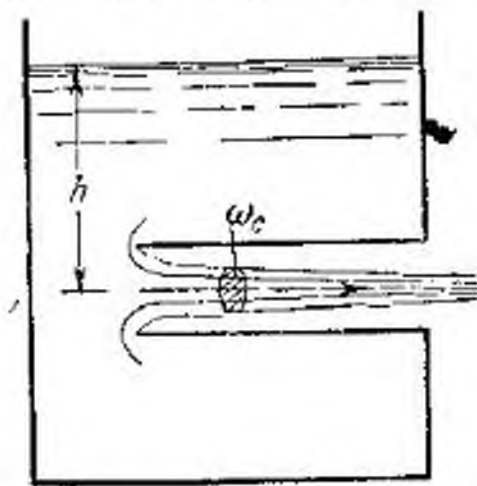
Фиг. 20-14. Конoidalный насадок.

20-8. Истечение жидкости через внутренний цилиндрический насадок

Цилиндрический внутренний насадок показан на фиг. 20-15. Протекание жидкости через такой насадок в основном не отличается от протекания через внешний насадок. Во внутреннем насадке происходит лишь большее сжатие струи при входе в насадок.



Фиг. 20-15. Схема истечения через цилиндрический внутренний насадок.



Фиг. 20-16. Схема истечения через цилиндрический насадок при срыве.

док и резче проявляется последующее расширение струи. Поэтому гидравлическое сопротивление внутреннего цилиндрического насадка больше, чем внешнего.

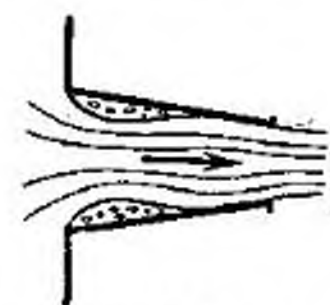
¹ Mueller u. Peters, Durchflusszahlen der Normaldüse VDJ, 1926, стр. 966.

Коэффициент внешнего сжатия $\epsilon = 1$, а $\varphi = \mu$. Для квадратичной области $\varphi = \mu = 0,71$.

Короткие внутренние насадки, если они предварительно не были заполнены жидкостью, уже при сравнительно небольших напорах работают как простые отверстия с коэффициентом расхода в квадратичной области $\mu = 0,5 - 0,54$ (фиг. 20-16).

20-9. Истечение жидкости через конический сходящийся насадок

Конический сходящийся насадок (фиг. 20-17). В коническом сходящемся насадке явление внутреннего сжатия сказывается меньше, чем в цилиндрическом насадке, но зато появляется сжатие струи по выходе из насадки. Это влечет за собой, с одной стороны, увеличение коэффициента скорости, а с другой стороны, уменьшение коэффициента сжатия. Поэтому при малых углах конусности коэффициент расхода сначала увеличивается и, достигнув максимума при угле $13^{\circ}24'$, начинает убывать.



Фиг. 20-17. Схема истечения через конический сходящийся насадок.

В табл. 20-7 приведены средние значения коэффициентов скорости и расхода для конических сходящихся насадков для квадратичных режимов.

Таблица 20-7

Значения коэффициентов расхода, скорости и сжатия для конических сходящихся насадков

Углы	0°	2°	3°	4°	5°	6°	8°	10°
Коэффициент расхода μ	0,829	0,873	0,892	0,909	0,920	0,925	0,931	0,937
Коэффициент скорости φ	0,829	0,873	0,892	0,909	0,920	0,925	0,933	0,949
Коэффициент сжатия ϵ	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,998	0,987

Продолжение

Углы	12°	13°24'	16°	25°	30°	35°	45°
Коэффициент расхода μ	0,942	0,946	0,938	0,938	0,896	0,883	0,857
Коэффициент скорости φ	0,955	0,963	0,969	0,974	0,975	0,977	0,983
Коэффициент сжатия ϵ	0,986	0,982	0,968	0,932	0,919	0,904	0,857

20-10. Истечение жидкости через конический расходящийся насадок

В коническом расходящемся насадке расширение струи происходит (фиг. 20-18) более резко, чем в цилиндрическом. Поэтому его гидравлическое сопротивление больше, а коэффициент скорости φ меньше.

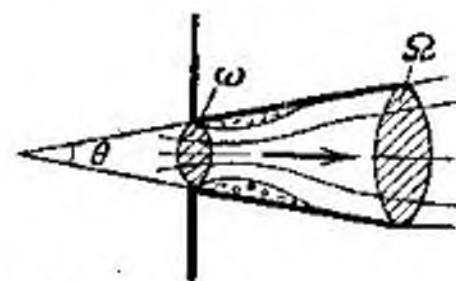
В расходящемся насадке $\epsilon = 1$ и поэтому

$$\varphi = \mu.$$

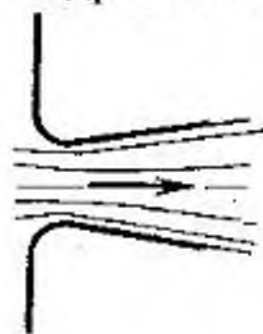
Вследствие того, что в расходящемся насадке

$$\frac{\Omega}{\omega} > 1,$$

в сжатом сечении создается вакуум, больший, чем в других насадках при одинаковых условиях на выходе. Поэтому всасывающая способность расходящегося насадка больше, чем цилиндрического. Это значит, что при одинаковых диаметрах входных отверстий и напорах истечения через расходящийся насадок будет протекать больший расход, чем через цилиндрический.



Фиг. 20-18. Схема потока через конический расходящийся насадок.



Фиг. 20-19. Конический расходящийся насадок с скругленной кромкой.

Вследствие более высокого вакуума, создающегося в сжатом сечении, срыв истечения через расширяющийся насадок происходит при меньшем напоре, чем в цилиндрическом. На срыв истечения существенное влияние оказывает угол конусности насадка, а также форма входной кромки. Скругление входной кромки (фиг. 20-19) улучшает истечение и повышает коэффициент расхода.

Коэффициент скорости и расхода конического расходящегося насадка с острой входной кромкой, отнесенный к площади на выходе из насадка, может вычисляться по формуле (20-5), но с учетом только коэффициента сопротивления вследствие расширения. В этом случае

$$\varphi = \mu = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{d_2^2}{\epsilon_{ex} d_1^2} - 1\right)^2}} \quad (20-56)$$

Например, для насадка длиной $l=40$ мм, $d_1=10$ мм, $d_2=13,5$ мм (что соответствует $1g \frac{\theta}{2}=0,0437$, $\theta=5^\circ$ и $\varepsilon_{ex}=0,64$) будем иметь:

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{13,5^2}{0,64 \cdot 10^2} - 1\right)^2}} = 0,475.$$

Для конического расходящегося насадка с скругленной входной кромкой (фиг. 20-19) коэффициент расхода можно определить, рассматривая его, как диффузор.

Для того чтобы оценить некоторые преимущества расходящихся насадков, в табл. 20-8 приведены характеристики различных форм отверстий и насадков.

Таблица 20-8

Сравнительные данные различных видов отверстий и насадков

Форма отверстий и насадков	Коэффициент скорости φ	Коэффициент расхода μ	Удельная энергия, уносимая потоком	Мощность уносимая, в долях от теоретической
Круглое отверстие в тонкой стенке	0,970	0,625	0,941 H	0,588
Внешний цилиндрический насадок	0,820	0,820	0,672 H	0,551
Внутренний цилиндрический насадок	0,710	0,710	0,504 H	0,358
Конический сходящийся насадок с углом $13^\circ 24'$	0,953	0,946	0,927 H	0,877
Конический расходящийся насадок с углом 5°	0,980	0,980	0,960 H	0,941
Конический расходящийся насадок с углом 5°	0,475	0,475	0,226 H	0,107

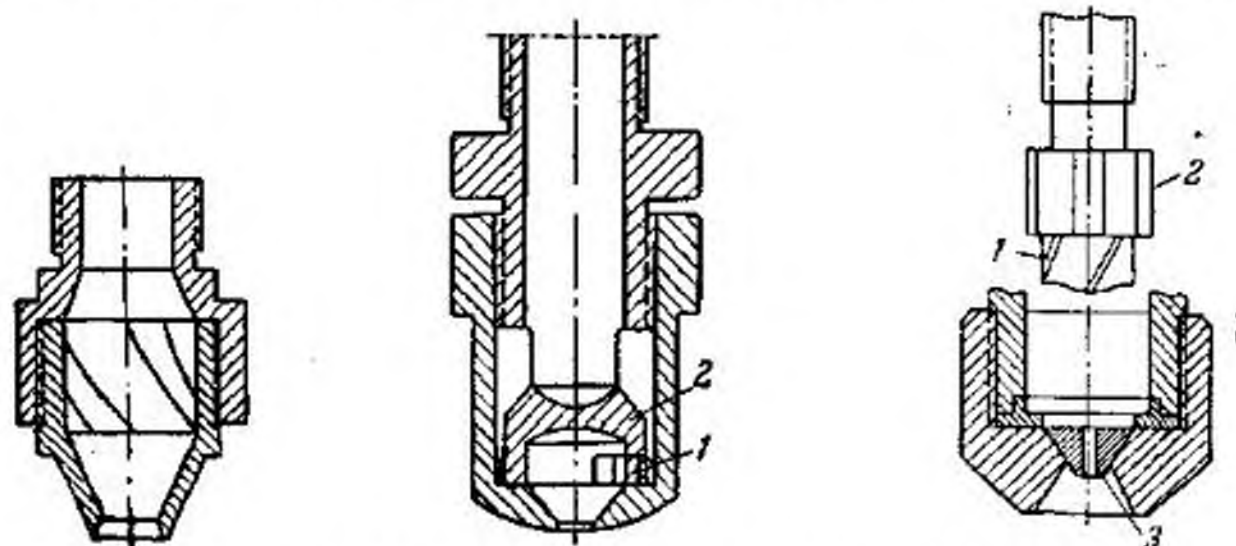
Таблица показывает важное преимущество конического расходящегося насадка. Он дает наименьшее значение мощности, уносимой потоком. Поэтому эти насадки получили широкое распространение как «отсасывающие трубы» гидравлических турбин и в ряде других случаев, где требуется свести до минимума энергию в отходящем потоке.

20-11. Истечение жидкости через распылители

На фиг. 20-20—20-22 показаны распылители, применяющиеся в качестве форсунок для распыла топлива, наконечников моечных рукавов и в пожарном деле. В распылителе с винтовым вкладышем (фиг. 20-20) жидкость в камере перед выходным отверстием находится во вращательном движении. Покидая распылитель, струя развевается в конус. Коэффициент расхода

такого распылителя¹ с диаметром отверстия $d=7$ мм равен $\mu=0,24$.

В распылителе типа форсунки (фиг. 20-21) закручивание потока и развевание струи в конус создаются благодаря направляющим каналам 1, имеющимся в теле неподвижного клапана 2, через которые жидкость поступает к выходному отвер-



Фиг. 20-20. Распылитель с винтовым вкладышем.

Фиг. 20-21. Распылитель типа форсунки.

Фиг. 20-22. Комбинированный распылитель.

стию. Коэффициент расхода $\mu=0,4$ (диаметр отверстия $d=0,1$ см).

В комбинированном распылителе (фиг. 20-22) каналы 1 находятся в подвижном клапане 2. Жидкость протекает через распылитель или как в форсуночном, или как через простое отверстие 3. Режим работы зависит от положения подвижного (регулируемого) клапана. Коэффициент расхода изменяется в пределах $\mu=0,4 \div 0,65$ для $d=2,9$ мм. Значения коэффициента μ для двух последних распылителей приведены по исследованиям автора.

20-12. Траектория свободной струи. Дальность боя

Струя называется свободной, если она движется в газовом пространстве², в отличие от несвободной (напорной), которая со всех сторон ограничена твердыми стенками канала. Примером свободной струи служит струя, вытекающая из отверстия в резервуаре, струя из пожарного брандспойта и т. п.

Уравнение теоретической траектории свободной струи выводится из предположения, что все ее частицы движутся совершен-

¹ Н. А. Тарасов-Агаляков, Практическая гидравлика в пожарном деле, Издательство Министерства коммунального хозяйства РСФСР, 1950.

² Свободная струя может втекать и в затопленное пространство. В этом случае она тоже называется свободной, но затопленной. В учебнике этот случай не изучается.

но одинаково, причем каждая, как свободная материальная точка в пустоте. В этом случае уравнение траектории в параметрической форме может быть представлено в виде (фиг. 20-23):

$$x = v \cos \theta t; \quad (20-57)$$

$$y = v \sin \theta t - \frac{gt^2}{2}, \quad (20-58)$$

где v — начальная скорость;
 θ — угол наклона начальной скорости к горизонту;
 t — время.

Исключая время, получим:

$$y = x \operatorname{tg} \theta - \frac{gx^2}{2v^2 \cos^2 \theta}. \quad (20-59)$$

Полагая в формуле (20-59) $y = 0$, определим $x = L_m$ — теоретическую дальность полета струи (дальность боя)

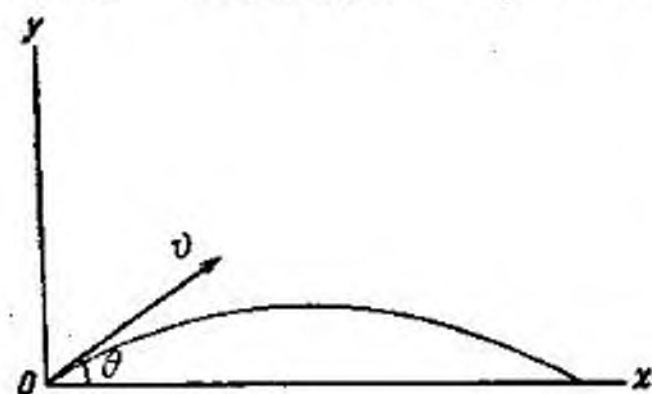
$$L_m = \frac{v^2 \sin 2\theta}{g}, \quad (20-60)$$

откуда следует, что теоретическая максимальная дальность боя будет при $\theta = 45^\circ$

$$L_{m, \max} = \frac{v^2}{g}. \quad (20-61)$$

Формула (20-61) дает хорошее совпадение с опытом лишь при напорах истечения $H_{ист} = 3,5 \div 7$ м.

При напоре 10 м наибольшая дальность боя достигается при $\theta = 35^\circ - 40^\circ$, а при напоре 35 м — при $\theta = 30^\circ - 34^\circ$.



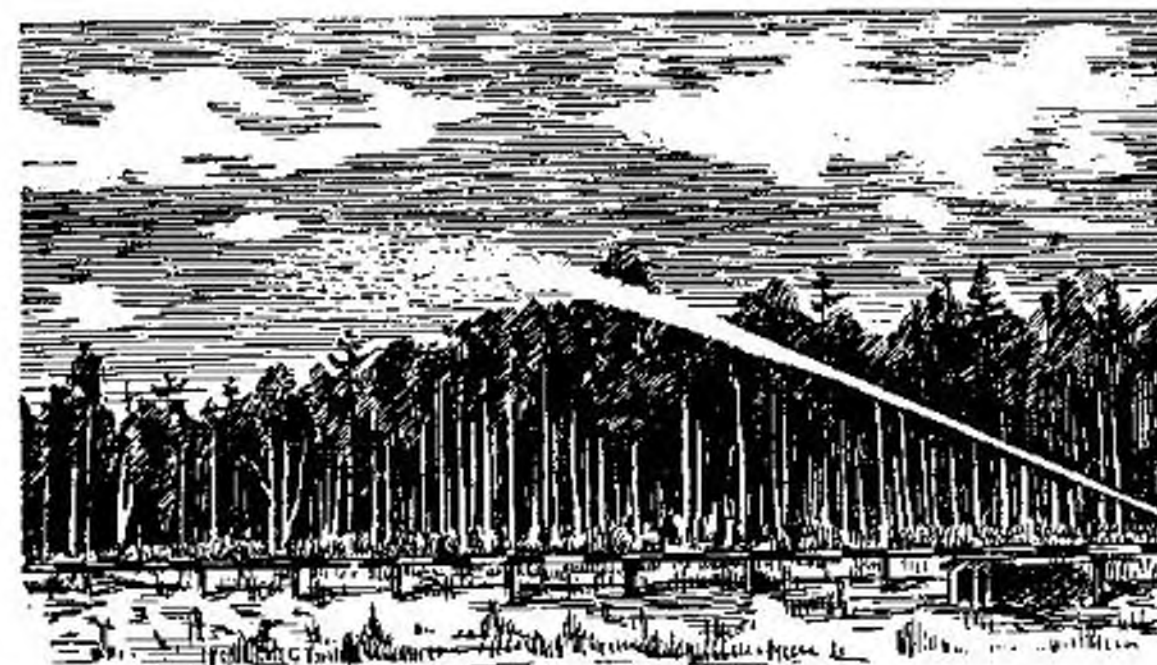
Фиг. 20-23. Теоретическая траектория струи.

На дальность боя и высоту подъема оказывают влияние сопротивление воздуха и ветер. При этом на дальность боя ветер влияет больше, чем на высоту подъема.

Несовпадение теоретических и практических данных объясняется сложной структурой струи, благодаря чему движение ее частиц как отдельных материальных точек, не встречающих на

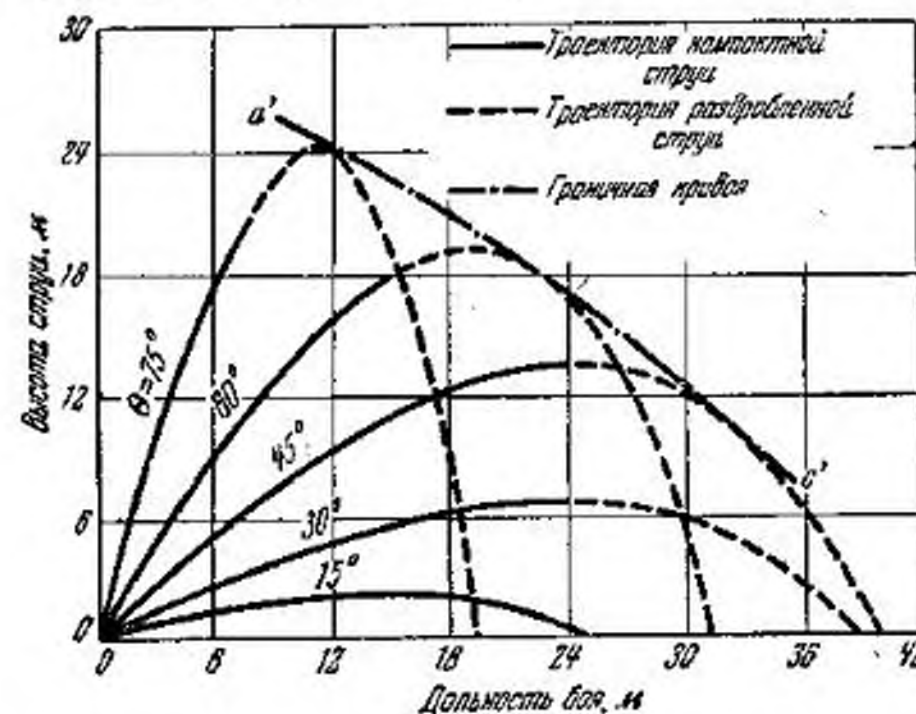
пути сопротивлений, является лишь грубой моделью. На фиг. 20-24 показана струя жидкости, вытекающей из насадка $d = 19$ мм при напоре 60 м вод. ст. Фотография позволяет различать в струе три участка: первый участок — непосредственно после вылета из отверстия — участок цельной компактной струи;

второй участок — участок раздробленной струи, на котором компактность (цельность) струи нарушается и струя дробится на



Фиг. 20-24. Струя.

отдельные струи, но еще не разбивается на отдельные капли, и, наконец, третий участок — участок распыленной струи, где струя как таковой не существует — она разбилась на отдельные капли.



Фиг. 20-25. Траектории струи при разных наклонах.

В начальной стадии разрушение компактной струи происходит главным образом вследствие сопротивлений воздуха. На распад струи оказывают влияние и сложные колебательные явления, возникающие в ней. На фиг. 20-25 показаны траектории струи

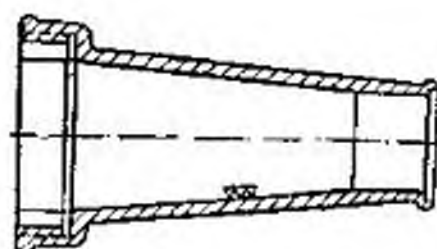
при разных углах наклона. Наиболее полно экспериментально изучены вертикальные струи.

Свободная незатопленная вертикальная струя, покидающая насадок со скоростью v , направленной вертикально вверх, теоретически поднимается, как это следует из формулы (20-58), на высоту h_m

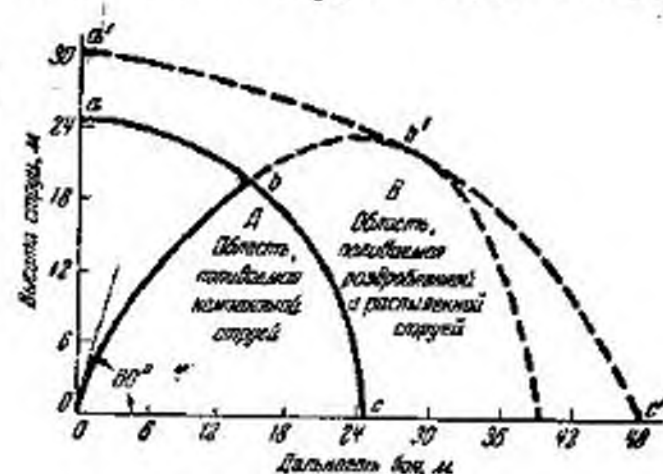
$$h_m = \frac{v^2}{2g} \quad (20-62)$$

В действительности отдельные части струи поднимаются на разные высоты.

Отдельные капли распыленной части струи поднимаются на высоту $h_{кап}$



Фиг. 20-26. Насадки.



Фиг. 20-27. Наклонные струи.

Относительная потеря высоты, обусловленная, главным образом, сопротивлением окружающего воздуха, равна:

$$h\psi_1 = \frac{h - h_{кап}}{h_{кап}} \quad (20-63)$$

Здесь h — полный напор в начале насадка, а коэффициент ψ_1 зависит от формы насадка и определяется опытным путем. Для насадков, имеющих форму, показанную на фиг. 20-26,

$$\psi_1 = \frac{0,25}{d_{(мм)} + 0,001d_{(мм)}^3} \quad (20-64)$$

Значение ψ_1 приведено в табл. 20-9. Формула (20-63) может служить для определения высоты подъема отдельных капель. Из нее следует:

$$h_{кап} = \frac{h}{1 + \psi_1 h} \quad (20-65)$$

Таблица 20-9

Значения коэффициента ψ_1 в формуле (20-60)

Диаметр насадка, м	0,010	0,013	0,016	0,019	0,022	0,025
ψ_1	0,0228	0,0165	0,0124	0,0097	0,0077	0,0061

Струя раздробленным сечением поднимается на высоту

$$h_p = (0,948 \div 0,95) h_{кап} \quad (20-66)$$

Компактная струя сохраняется до высоты $h_{ком}$, определяемой в зависимости от $h_{кап}$, согласно табл. 20-10.

Таблица 20-10

Высота подъема сильной хорошей струи

Высота поднятия отдельных капель $h_{кап}$, м	15,2	22,9	30,5	38,1	45,7
Высота поднятия сильной хорошей (компактной) струи $h_{ком}$, м	13,38	18,10	22,27	25,53	28,72
Отношение $\frac{h_{ком}}{h_{кап}} = \psi$	0,88	0,79	0,73	0,67	0,63

При гидравлических расчетах наклонных свободных струй принимают (фиг. 20-27):

а) расстояние от spryska (насадка) до границы компактных струй равным $r = \psi h_{кап}$, т. е. принимают граничную линию компактной части струи за окружность (см. табл. 20-10);

б) расстояние от spryska до граничной кривой распыленных струй равным:

$$l = \psi_2 h_{кап} \quad (20-67)$$

где ψ_2 — коэффициент, зависящий от угла θ наклона линии, соединяющей sprysk с точкой на граничной кривой.

Значения ψ_2 приведены в табл. 20-11.

Таблица 20-11

Значения коэффициента ψ_2 в формуле, определяющей границу распыленной струи

θ	0	15°	30°	45°	60°	75°	90°
ψ_2	1,40	1,30	1,20	1,12	1,07	1,03	1,00

Гидромониторные струи. Для приближенного определения дальности боя гидромониторной струи¹ можно воспользоваться эмпирической формулой Н. П. Гавырина

$$l = 0,415 \sqrt{\theta^2 d_0 H^2}, \quad (20-68)$$

¹ Гидромонитором называется аппарат, дающий сильную струю и используемый для размыва грунта. Представляет собой поворачивающийся ствол, заканчивающийся насадком. Гидромонитор получает питание от специальной насосной установки.

где l — дальность боя струи, м;

θ° — угол струи к горизонту, градусы;

d_0 — диаметр насадка, мм;

H — напор на выходе из насадка, м.

Формула (20-68) применима при $\theta = 5^\circ \div 32^\circ$, $d_0 = 5 \div 50$ мм и $H = 30 \div 80$ м. Наибольшая дальность боя струи получается при $\theta = 30^\circ$ и $H = 35$ м и при $\theta = 35^\circ$ для $H = 10$ м.

Задача 20-1. Определить расход и скорость истечения (фиг. 20-10) воды через круглое отверстие в тонкой стенке, если площадь отверстия $\omega = 50$ см², $h_T = 5$ м, а кинематический коэффициент вязкости $\nu = 0,01$ см²/сек.

Как изменятся расход и скорость, если отверстие будет снабжено цилиндрическим насадком с $l/d = 3,33$?

Решение. Расход Q через круглое отверстие определим по формуле (20-46).

В этой формуле для данных размеров можно принять выражение, стоящее в квадратных скобках, равным единице, а коэффициент μ принять согласно табл. 20-3 равным $\mu = 0,597$. То же получается, если применить формулу (20-25). После подстановки получим:

$$Q = \mu \omega \sqrt{2gh_m} = 0,597 \cdot 0,005 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 5} = 0,0295 \text{ м}^3/\text{сек.}$$

Присоединяя к отверстию насадок, будем иметь:

$$Re_m = \frac{7,98 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 5 \cdot 10^4}}{0,01} = 780\,000;$$

согласно табл. 20-5 $\mu = 0,814$;

$$Q = 0,814 \cdot 0,005 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 5} = 0,0406 \text{ м}^3/\text{сек.}$$

Благодаря насадку расход увеличился в 1,37 раза.

Скорость истечения через отверстие

$$v = \varphi \sqrt{2gh} = 0,98 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 5} = 9,607 \text{ м/сек.}$$

Скорость истечения через насадок

$$v = \frac{Q}{\omega} = \frac{0,0406 \cdot 10^4}{50} = 8,12 \text{ м/сек.}$$

Благодаря насадку скорость уменьшилась в 1,18 раза.

Задача 20-2. Требуется определить расход бензина через калиброванное отверстие a устройства, показанного на фиг. 20-28.

Дано: площадь отверстия $\omega = 2 \cdot 10^{-6}$ м²; кинематический коэффициент вязкости бензина $\nu = 0,008$ см²/сек; высота обреза отверстия b колпака резервуара B $H = 0,02$ м.

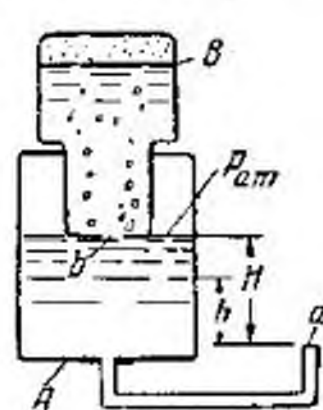
Решение. Герметический резервуар B (колпак), имеющий отверстие b , заполнен жидкостью, которая вытекает в резервуар A . Пространство, освобождаемое в колпаке, заполняется воздухом, всасываемым через то же отверстие b . Истечение жидкости через отверстие a начнется после того, как уровень жидкости в резервуаре A станет выше уровня отверстия a . Повышение уровня жидкости в резервуаре A будет происходить до тех пор, пока она не перекроет отверстие b , т. е. поднимется на высоту $h = H$. Начиная с этого момента, количество жидкости, вытекающей из резервуара B в резервуар A , в точности будет равно расходу ее через калиброванное отверстие a .

Таким образом, в данном приборе истечение жидкости через отверстие a будет происходить под постоянным напором $h = H$ до тех пор, пока не вытечет вся жидкость из колпака. После этого начнется понижение уровня истечения. Истечение прекратится, когда h станет равным нулю.

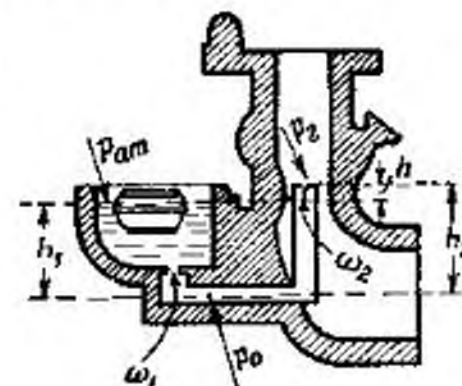
Итак:

$$Q = \mu \omega \sqrt{2gH} = 0,64 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 0,02} = 0,78 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{сек.}$$

где $\mu = 0,64$ согласно фиг. 20-5 соответствует $Re_m = 1\,250$.



Фиг. 20-28. К задаче 20-2.



Фиг. 20-29. Схема двухжик- лерного карбюратора.

Задача 20-3. Определить расход горючего, протекающего через два калиброванных отверстия карбюратора (фиг. 20-29), согласно следующим данным.

Давление в поплавковой камере $p_1 = p_{atm}$. Давление в диффузоре $p_2 = 8\,800$ кг/м², коэффициент расхода первого калиброванного отверстия $\mu_1 = 0,7$, второго $\mu_2 = 0,715$. Площадь отверстия $\omega_1 = 2$ мм², $\omega_2 = 1$ мм². Объемный вес горючего $\gamma = 750$ кг/м³. Потери в подводящих каналах пренебречь.

Решение. Обозначим давление в промежуточной точке через p_0 . Тогда расход Q через первое калиброванное отверстие будет равен согласно формуле (20-16):

$$Q_1 = \mu_1 \omega_1 \sqrt{2g \left(\frac{p_{atm} - p_0}{\gamma} + h_1 \right)}.$$

Аналогично расход Q_2 будет равен:

$$Q_2 = \mu_2 \omega_2 \sqrt{2g \left(\frac{p_0 - p_2}{\gamma} - h_2 \right)},$$

но

$$Q_1 = Q_2.$$

Решая эти два уравнения, получим:

$$\frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{\mu_1^2 \omega_1^2} + \frac{1}{\mu_2^2 \omega_2^2} \right) = \frac{p_{atm} - p_2}{\gamma} - h,$$

откуда

$$Q = \frac{\mu_2 \omega_2 \sqrt{2g \left(\frac{p_{atm} - p_2}{\gamma} - h \right)}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\mu_2 \omega_2}{\mu_1 \omega_1} \right)^2}}.$$

В этой формуле числитель выражает расход горючего, протекающего через второе калиброванное отверстие при отсутствии первого калиброванного отверстия; знаменатель формулы есть число, показывающее, во сколько раз уменьшается расход горючего через второе калиброванное отверстие при наличии первого калиброванного отверстия.

Подставляя числовые значения в формулу расхода и пренебрегая h , найдем:

$$Q = \frac{0,715 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{1 + \left(\frac{0,715}{0,7}\right)^2 \cdot 0,25}} \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \left(\frac{10\,000 - 8\,800}{750}\right)} = 3,6 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3/\text{сек} = 3,6 \text{ см}^3/\text{сек}.$$

Задача 20-4. Определить расход воды из пожарной колонки согласно следующим данным. Избыточное давление в пожарной колонке $P_a/\gamma = 35$ м вод. ст.; длина гибкого пейкового рукава $l_1 = 100$ м; диаметр рукава $d_1 = 0,65$ м; расчетный диаметр рукава согласно фиг. 14-13 $d_0 = 73$ мм; пожарный насадок (фиг. 20-26) $d_2 = 0,025$ м. Определить также соответствие данной водопроводной сети требованиям пожарной безопасности, принимая высоту конька наивысшего здания 10 м и требуемую подачу 20 л/сек.

Решение. Для решения первого вопроса задачи применим уравнение Бернулли для потока реальной жидкости. Приравняем плоскость сравнения и сечения I и II, для которых пишем уравнение Бернулли, как показано на фиг. 20-30, будем иметь:

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + \zeta_2 \frac{v_2^2}{2g} + \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} + \zeta_1 \frac{v^2}{2g}.$$

Определяем значение каждого из членов уравнения Бернулли $z_1 = z_2$; $\frac{P_1 - P_2}{\gamma} = 35$ м вод. ст. согласно условию задачи, $v_1 \approx 0$. Движение принимаем турбулентным и $\alpha = 1,1$; $\zeta_1 = 0,50$ — коэффициент сопротивления при входе в шланг; для шланга согласно фиг. 14-13 и 14-14 $\lambda = 0,025$; $\zeta_2 = 0,05$ — коэффициент сопротивления насадка.

Подставляя найденные значения в уравнение Бернулли, получим:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2g \left(\frac{P_1 - P_2}{\gamma} + z_1 - z_2 \right)}{\alpha_2 + \zeta_2 + \left(\frac{\omega_2}{\omega_0} \right)^2 \left(\zeta_1 + \lambda \frac{l}{d} \right)}} = \sqrt{\frac{2g \cdot 35}{1 + 0,05 + 0,0137 \left(0,50 + 0,025 \frac{100}{0,073} \right)}} = 21,4 \text{ м/сек}.$$

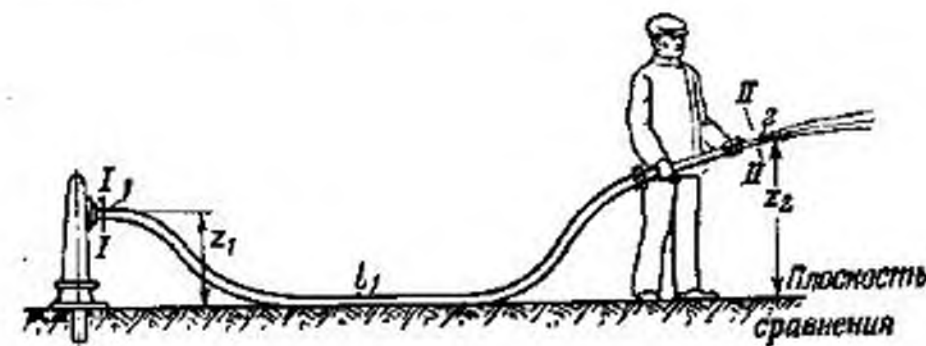
Расход

$$Q = v_2 \omega_2 = 21,4 \frac{\pi \cdot 0,25^2}{4} = 10,5 \text{ л/сек}.$$

Для того чтобы проверить, удовлетворяет ли данная сеть условиям пожара, помещаем мундштук ствола на высоте 10 м. В этом случае

$$v_{\text{пож}} = \sqrt{\frac{35 - 10}{0,0074}} = 18 \text{ м/сек};$$

$$Q_{\text{пож}} = 180\pi \frac{0,25^2}{4} = 8,85 \text{ л/сек}.$$



Фиг. 20-30. К задаче 20-4.

Согласно нормам при подаче на пожар 20 л/сек требуется четыре струи по 5 л/сек. Таким образом, этому условию струя удовлетворяет. Теоретическое значение высоты подъема по формуле

$$h_m = \frac{v_{\text{пож}}^2}{2g} = 16,4 \text{ м}.$$

Найдем действительную высоту подъема струи. Для этого вычислим:

$$H_{\text{зд}} = h = \frac{v_{\text{пож}}^2}{2g} + \zeta \frac{v_{\text{пож}}^2}{2g} = \left(1 + 0,05 \right) \frac{18^2}{2g} = 17,2 \text{ м}.$$

Согласно формуле (20-65) высота поднятия отдельных капель

$$h_{\text{кап}} = \frac{h}{1 + \phi/h} = \frac{17,2}{1 + 0,0061 \cdot 17,2} = 16,3 \text{ м};$$

компактная струя будет согласно табл. 20-10 до высоты

$$h_{\text{ком}} = 0,86 h_{\text{кап}} = 14,02 \text{ м}.$$

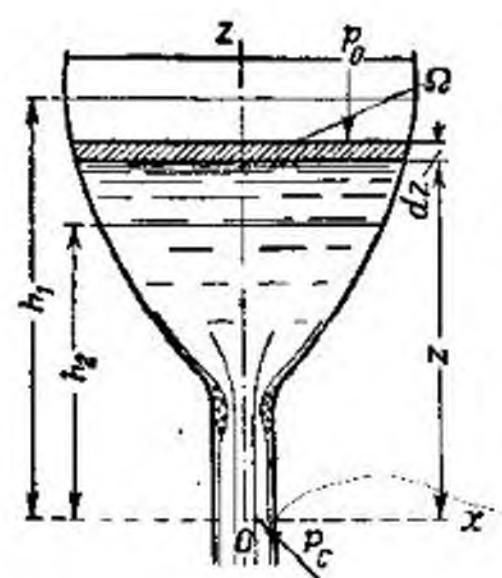
Глава двадцать первая

ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТЕЙ ИЗ РЕЗЕРВУАРОВ ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ УРОВНЯХ СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВРЕМЕНИ ОПОРОЖНЕНИЯ РЕЗЕРВУАРОВ

21-1. Определение времени опорожнения резервуара. Общий случай

При исследовании истечения жидкостей через отверстия и насадки при переменном уровне надо было бы исходить из уравнения Бернулли для неустановившегося движения. Однако обычно влияние инерционного напора оказывается незначительным и им можно пренебречь.

Для определения времени опорожнения резервуара (фиг. 21-1) воспользуемся уравнением неразрывности, согласно которому объем жидкости, вытекшей из резервуара за время dt ,



равный $dW = Qdt$, равен объему Ωdz , освобожденному в резервуаре при опускании уровня на dz ,

$$-\Omega dz = Qdt,$$

откуда

$$t = - \int_{h_1}^{h_2} \frac{\Omega dz}{Q}, \quad (21-1)$$

где Ω — в общем случае переменная площадь сечения резервуара, совпадающая со свободной поверхностью;

Q — расход жидкости, вытекающей через сливное устройство, соответствующий некоторому положению уровня;

Фиг. 21-1. Общий случай истечения под переменным уровнем.

для ламинарного истечения ($Re < 5$) определяем по формулам (20-11) и (20-13), что дает для круглого отверстия

$$Q = \frac{\pi g d^3}{96\nu} \left[z + \frac{p_0 - p_c}{\gamma} \right]; \quad (21-2)$$

для турбулентного истечения (или для $Re > 50$) по формуле (20-16)

$$Q = \mu \omega \sqrt{2g \left(z + \frac{p_0 - p_c}{\gamma} \right)}. \quad (21-3)$$

Уравнение (21-1) может быть проинтегрировано, если известны зависимости Q и Ω от z .

21-2. Определение времени истечения жидкости из резервуара с постоянным поперечным сечением по высоте

Для определения времени истечения жидкости из резервуара с постоянным поперечным сечением по высоте воспользуемся уравнением (21-1). Особенностью рассматриваемого случая является то, что площадь поперечного сечения свободного уровня при понижении уровня сохраняет постоянное значение (фиг. 21-2). Рассмотрим случай, когда $h_1 = 0$, а p_0 и p_c не изменяются при истечении. В этом случае при ламинарном истечении ($Re < 5$)

$$t = \frac{96\nu\Omega}{\pi g d^3} \int_0^h \frac{d \left(z + \frac{p_0 - p_c}{\gamma} \right)}{\left(z + \frac{p_0 - p_c}{\gamma} \right)} = \frac{96\nu\Omega}{\pi g d^3} \ln \frac{h + \frac{p_0 - p_c}{\gamma}}{\frac{p_0 - p_c}{\gamma}}. \quad (21-4)$$

При турбулентном истечении, принимая μ постоянным и равным его некоторому среднему значению, получим для $h_1 \neq 0$

$$t = \frac{\Omega}{\mu \omega \sqrt{2g}} \int_{h_1}^{h+h_1} \frac{dz}{\sqrt{z + \frac{p_0 - p_c}{\gamma}}},$$

откуда

$$t = \frac{2\Omega}{\mu \omega \sqrt{2g}} \cdot \left(\sqrt{h+h_1 + \frac{p_0 - p_c}{\gamma}} - \sqrt{h_1 + \frac{p_0 - p_c}{\gamma}} \right). \quad (21-5)$$

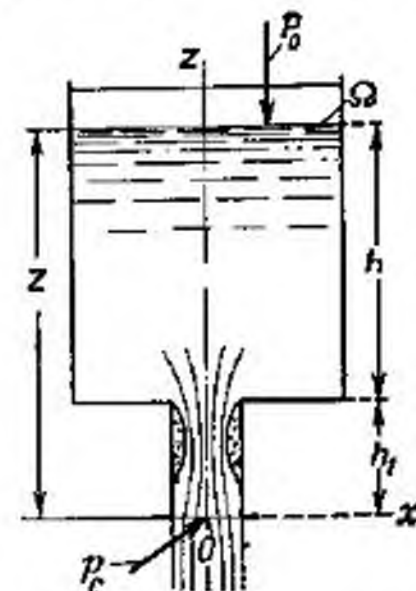
Обозначая $\frac{p_0 - p_c}{\gamma} = \delta h$, представим расчетную формулу в виде:

$$t = \frac{2\Omega h}{\mu \omega \sqrt{2gh}} \cdot \left(\sqrt{1 + \frac{h_1 + \delta h}{h}} - \sqrt{\frac{h_1 + \delta h}{h}} \right). \quad (21-6)$$

Если $\delta h = 0$ и истечение происходит из отверстия или из пазадка, длина которого h_1 весьма мала по сравнению с h , для t будем иметь:

$$t = \frac{2\Omega h}{\mu \omega \sqrt{2gh}} = \frac{W}{\mu \omega \sqrt{2g0,25h}}. \quad (21-7)$$

В последней формуле $W = \Omega h$ есть объем вытекшей жидкости. Таким образом, если не считаться с изменением коэффициента расхода μ , время истечения можно определить из предположения, что истечение происходит с постоянным напором, равным $0,25h$.



Фиг. 21-2. Истечение под переменным уровнем из резервуара с постоянным сечением.

21-3. Определение времени истечения жидкости из резервуара с переменным поперечным сечением

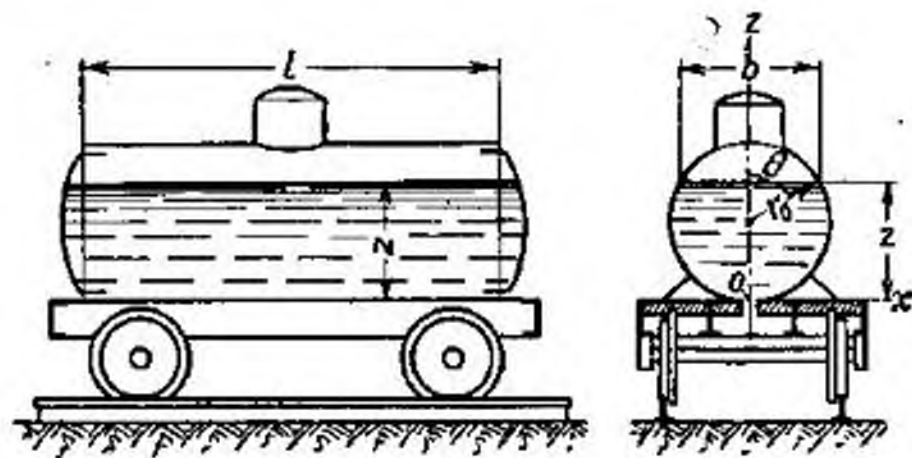
Рассмотрим случай истечения жидкости из нижнего отверстия железнодорожной цистерны (фиг. 21-3). Определим время опорожнения.

В отличие от предыдущего случая Ω меняется по высоте, но может быть выражена в зависимости от z . Из чертежа следует:

$$\Omega = lb,$$

где $b = 2r_0 \sin \theta$,
или

$$b = 2 \sqrt{r_0^2 - (z - r_0)^2} = 2 \sqrt{2r_0 z - z^2}.$$



Фиг. 21-3. Истечение под переменным уровнем из железнодорожной цистерны через отверстие.

Подставляя в уравнение (21-1) значение Ω , получим:

$$t = \int_0^{2r_0} \frac{2lr_0 \sin \theta}{Q} dz. \quad (21-8)$$

Рассмотрим сначала случай ламинарного истечения при $p_0 = p_c$. Имея в виду, что $z = r_0(1 + \cos \theta)$, получим

$$t = \frac{2l96\nu r_0}{\pi g d^3} \int_0^\pi \frac{\sin^3 \theta}{1 + \cos \theta} d\theta = \frac{192l\nu r_0}{g d^3}. \quad (21-9)$$

Для турбулентного движения получим:

$$t = \int_0^{2r_0} \frac{2l}{\mu \omega \sqrt{2g}} \sqrt{2r_0 - z} dz = \frac{8}{3} \frac{lr_0}{\mu \omega} \sqrt{\frac{r_0}{g}}. \quad (21-10)$$

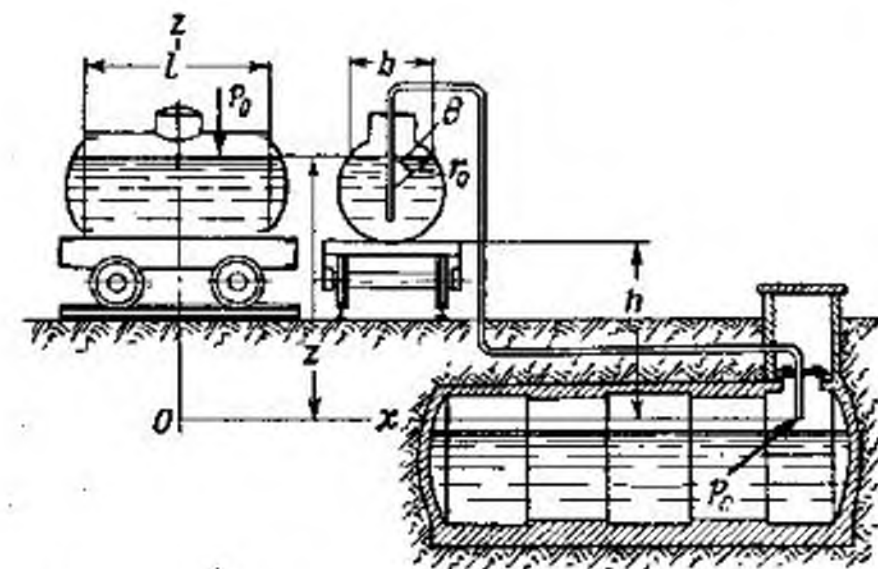
Умножая числитель и знаменатель на $\pi \sqrt{2r_0}$ и обозначая объем цистерны $W = l\pi r_0^2$, будем иметь:

$$t = \frac{W}{\mu \omega \sqrt{2g} 0,694 r_0}. \quad (21-11)$$

Таким образом, если не считаться с изменением коэффициента расхода, время турбулентного истечения можно определить из предположения, что истечение происходит с постоянным напором, равным $0,694r_0$. При расчете по среднему напору, равному r_0 , время слива оказалось бы меньше на 20%.

Дополнительно рассмотрим турбулентное истечение по достаточно длинной трубе, когда $p_0 \neq p_c$ и $h \neq 0$ (фиг. 21-4).

Так же как и в предыдущем случае, Ω не есть постоянная величина, она меняется по высоте. Для последующего будет целесообразным выра-

Фиг. 21-4. Истечение под переменным уровнем из железнодорожной цистерны при значительном h .

зить Ω как функцию угла θ , показанного на фиг. 21-4, при этом будем иметь:

$$\begin{aligned} \Omega &= 2lr_0 \sin \theta; \\ z &= h + r_0 + r_0 \cos \theta; \\ dz &= -r_0 \sin \theta d\theta. \end{aligned}$$

Подставляя эти значения в уравнение (21-1), найдем:

$$t = \frac{2lr_0^2}{\mu \omega \sqrt{2g}} \int_0^\pi \frac{\sin^2 \theta d\theta}{\sqrt{h + r_0 + r_0 \cos \theta + \frac{p_0 - p_c}{\gamma}}}. \quad (21-12)$$

Обозначим:

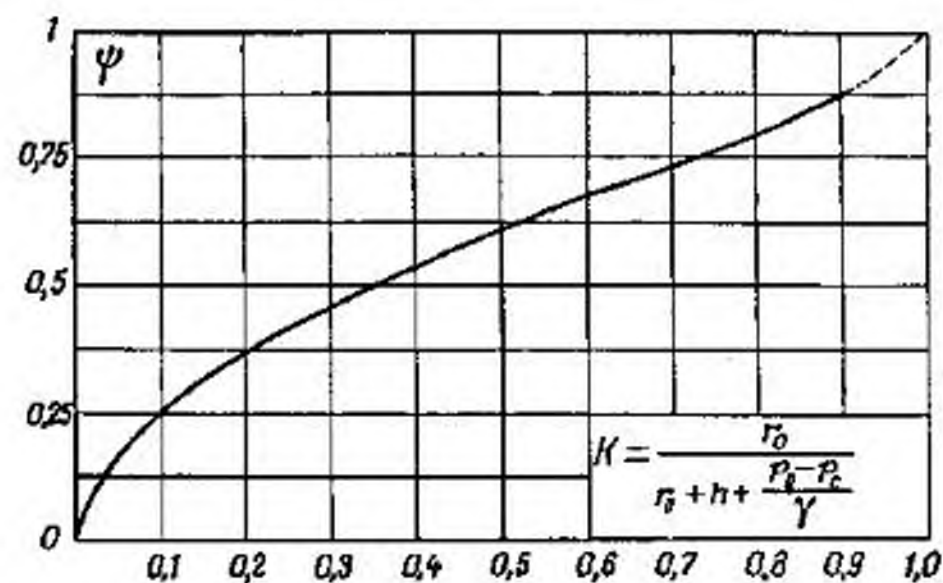
$$\frac{r_0}{h + r_0 + \frac{p_0 - p_c}{\gamma}} = \kappa, \quad (21-13)$$

при этом выражение (21-12) можно представить в виде:

$$t = \frac{2lr_0^2}{\mu \omega \sqrt{2g} \left(h + r_0 + \frac{p_0 - p_c}{\gamma} \right)} \int_0^\pi \frac{(1 - \cos^2 \theta)}{\sqrt{1 + \kappa \cos \theta}} d\theta. \quad (21-14)$$

Разложим $\sqrt{1 + \kappa \cos \theta}$ в ряд по формуле бинома Ньютона. После соответствующих преобразований, сохранив только члены с $\cos^n \theta$ в четной степени, получим:

$$\begin{aligned} \int_0^\pi \frac{1 - \cos^2 \theta}{\sqrt{1 + \kappa \cos \theta}} d\theta &= \int_0^\pi \left[1 + \left(\frac{1.3}{2.4} \kappa^2 - 1 \right) \cos^2 \theta + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{1.3.5.7}{2.4.6.8} \kappa^4 - \frac{1.3}{2.4} \kappa^2 \right) \cos^4 \theta \dots \right] d\theta. \end{aligned}$$



Фиг. 21-5. Зависимость коэффициента ψ от κ при сливе из железнодорожной цистерны.

После интегрирования будем иметь:

$$\int_0^{\pi} \frac{\sin^2 \theta d\theta}{\sqrt{1 + \kappa \cos \theta}} = \pi \left(0,5 + \frac{3}{64} \kappa^2 + 0,0171 \kappa^4 + 0,0088 \kappa^6 + 0,00537 \kappa^8 + 0,00363 \kappa^{10} \dots \right).$$

Таким образом, для времени истечения получаем:

$$t = \frac{2\pi r_0^2}{\mu \omega \sqrt{2g \frac{r_0}{\kappa}}} \cdot (0,5 + 0,0468 \kappa^2 + 0,0171 \kappa^4 + 0,0088 \kappa^6 + 0,00537 \kappa^8 + 0,00363 \kappa^{10});$$

$$t = \frac{1,2 \pi r_0^2}{\mu \omega \sqrt{2g r_0}} \cdot [1,666 \cdot (0,5 \kappa^{1/2} + 0,0468 \kappa^{3/2} + 0,0171 \kappa^{5/2} + 0,0088 \kappa^{7/2} + 0,00537 \kappa^{9/2} + 0,00363 \kappa^{11/2})]; \quad (21-15)$$

$$t = \psi \frac{W}{\mu \omega \sqrt{2g 0,694 r_0}} \quad (21-16)$$

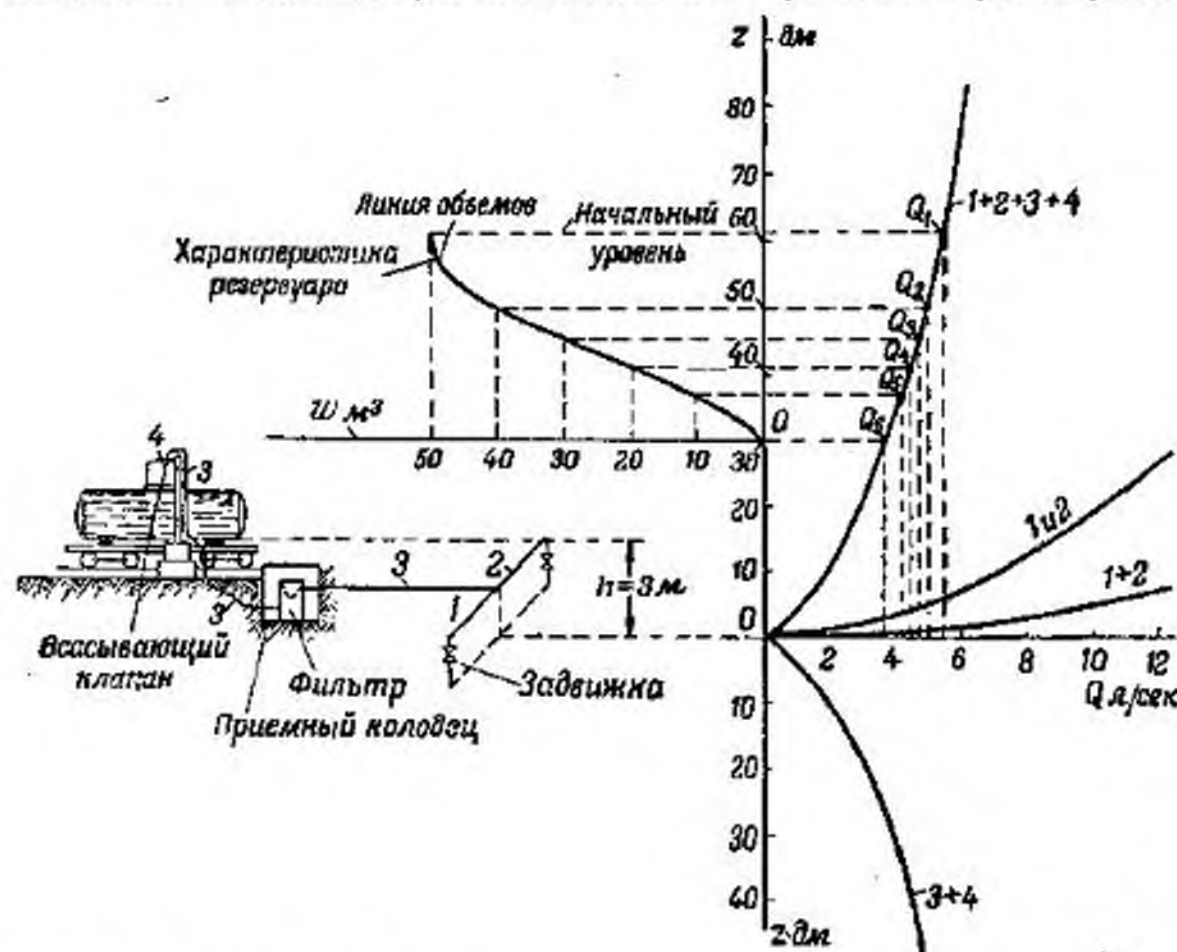
Выражение, стоящее перед прямыми скобками, согласно формуле (21-11) определяет время истечения из отверстия в предположении, что $P_0 = P_c$ и $h = 0$. Выражение, взятое в квадратные скобки, которое обозначено через ψ , является коэффициентом, определяющим уменьшение времени слива по сравнению со случаем при одинаковых коэффициентах расхода, разобранным раньше. Из выражения для ψ легко убедиться, что оно всегда меньше единицы и принимает значение, равное единице, при предельном значении $\kappa = 1$.

Для облегчения пользования формулой для ψ приведен график его значений в зависимости от κ (фиг. 21-5).

21-4. Графоаналитический метод определения времени слива

В тех случаях, когда сечения резервуаров или водохранилищ не имеют правильной геометрической формы, не представляется возможным выразить аналитически площадь поперечного сечения резервуара в функции высоты. В этих случаях время слива может быть найдено графоаналитически.

В основу графоаналитического метода расчета времени слива кладется метод графоаналитического расчета трубопроводов,



Фиг. 21-6. Графоаналитический метод расчета слива из железнодорожной цистерны

изложенный в гл. 17. Применение его покажем на примере истечения жидкости из железнодорожной цистерны (фиг. 21-6).

Для определения времени слива необходимо построить две характеристики: характеристику трубопровода, по которому происходит истечение, и характеристику резервуара (цистерны).

Характеристика трубопроводов строится обычным способом. В том случае, если трубопровод разветвленный, как показано на фиг. 21-6, результирующая характеристика находится путем сначала параллельного сложения характеристик трубопроводов 1 и 2, а затем последовательного прибавления к суммарной характеристике (1+2) характеристики трубопровода 3 и др.

Характеристика резервуара представляет собой зависимость объема жидкости в резервуаре от высоты уровня (линия объ-

емов). Разделим ось объемов в пределах заданного объема на n равных частей и проведем через точки деления вертикали до пересечения с характеристикой резервуара. Из точек пересечения проводим горизонталь до пересечения их с результирующей характеристикой трубопроводов.

Точки $Q_1, Q_2, \dots, Q_n, Q_{n+1}$ определяют производительности, соответствующие переменным уровням в резервуаре.

За время вытекания объема $\frac{W}{n}$ расход в трубопроводе меняется с Q_i до Q_{i+1} .

Если принять, что за это время средний расход равнялся:

$$Q_{cp} = \frac{Q_i + Q_{i+1}}{2},$$

то время, которое потребовалось для слива объема $\frac{W}{n}$ (при соответствующем уровне), можно определить по формуле

$$\delta t = \frac{W}{n} \cdot \frac{1}{Q_{cp}} = \frac{W}{n} \cdot \frac{2}{Q_i + Q_{i+1}},$$

Общее время слива будет равно:

$$t = \sum \delta t = \frac{2W}{n} \left(\frac{1}{Q_1 + Q_2} + \frac{1}{Q_2 + Q_3} + \dots + \frac{1}{Q_n + Q_{n+1}} \right), \quad (21-17)$$

Задача 21-1. Рассчитаем время слива железнодорожной цистерны с бензином типа 4 по схеме, изображенной на фиг. 21-6, согласно следующим данным: длина шланга 4 $l_4 = 20$ м, диаметр шланга $d_4 = 75$ мм; длина магистрального трубопровода 3 $l_3 = 150$ м, диаметр $d_3 = 80,5$ мм; длина раздаточных трубопроводов 2 и 1 $l_{1,2} = 10$ м и диаметр $d_{1,2} = 80,5$ мм. Шероховатость металлических трубопроводов $\Delta = 0,6$ мм.

Для упрощения расчет произведем в предположении квадратичной области сопротивлений.

В рассматриваемой схеме шланг 4 и трубопровод 3 работают последовательно, трубопроводы 2 и 1 параллельно.

Для нахождения результирующей характеристики всей системы составим уравнения характеристик каждого из трубопроводов.

Трубопроводы 1 и 2

$$z_1 = z_2 = \left(\lambda \frac{l}{d} + \zeta_{\text{вс. клапан}} + \zeta_{\text{заде}} + \alpha \right) \frac{Q^2}{2g\omega_1^2} =$$

$$= \left(0,034 \frac{10}{0,0805} + 0,137 + 3,6 + 1,2 + 1 \right) \frac{Q^2}{196,2 \cdot 0,259} = 0,2 Q^2 \text{ дм.}$$

Трубопровод 3

$$z_3 = \left(\lambda \frac{l}{d} + 3\zeta_{\text{заде}} + \zeta_{\text{фильтр}} + 6\zeta_{\text{з}} \right) \frac{Q^2}{2g\omega_3^2} =$$

$$= \left(0,034 \frac{150}{0,0805} + 3 \cdot 1,2 + 9,5 + 6 \cdot 0,137 \right) \frac{Q^2}{136,2 \cdot 0,259} = 1,55 Q^2 \text{ дм.}$$

Шланг 4

$$z_4 = \left(\lambda \frac{l}{d} + \zeta_{\text{вс. клапан}} \right) \frac{Q^2}{2g\omega_4^2} =$$

$$= \left(0,075 \frac{20}{0,075} + 8,5 \right) \frac{Q^2}{196,2 \cdot 0,1 \cdot 952} = 0,715 Q^2 \text{ дм.}$$

Результирующую характеристику находим обычным способом, а именно: характеристику параллельно работающих трубопроводов 1 и 2 находим горизонтальным сложением и присоединяем к характеристике 1+2 вертикально характеристику 3+4 трубопроводов 3 и 4, работающих последовательно.

Согласно произведенному расчету:

$$Q_1 = 5,2 \text{ л/сек}; \quad Q_2 = 4,8 \text{ л/сек};$$

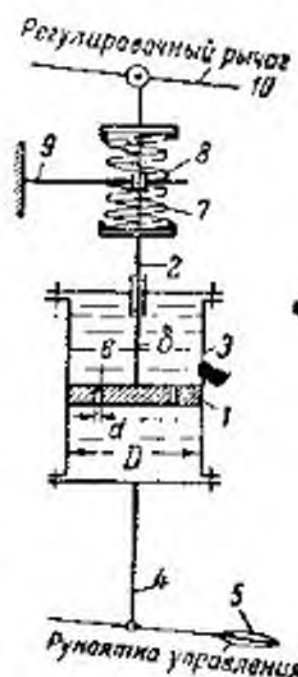
$$Q_3 = 4,5 \text{ л/сек}; \quad Q_4 = 4,3 \text{ л/сек};$$

$$Q_5 = 4 \text{ л/сек}; \quad Q_6 = 3,6 \text{ л/сек};$$

$$t = \frac{2 \cdot 50 \cdot 380}{5} \left(\frac{1}{10,02} + \frac{1}{9,3} + \frac{1}{8,8} + \frac{1}{8,3} + \frac{1}{7,6} \right) = 12300 \text{ сек.}$$

Задача 21-2. Гидравлический регулятор. Гидравлический регулятор (фиг. 21-7) основной деталью имеет поршень 1 со штоком 2, который может перемещаться в камере, образованной стаканом 3. Шток 4 связан с рукояткой управления 5. Камера стакана заполнена жидкостью, которая при перемещении поршня относительно стакана 3 может перетекать через отверстия 6 в поршне из одной стороны камеры в другую. Шток поршня находится под воздействием двух пружин 7 и 8, каждая из которых упирается в стойку корпуса 9. В нормальном положении силы, создаваемые пружинами, уравновешиваются. С поршневым штоком связан регулировочный рычаг 10. При включении регулятора рукоятка управления переводится в рабочее положение вниз. При этом перемещается и стакан, а вместе с ним и поршень со штоком 2, так как находящаяся над поршнем жидкость не успевает перетечь через отверстия в поршне. Перемещение штока 2 на x еще больше сожмет пружину 8 и, наоборот, удлинит пружину 7. В результате этого появится неуравновешенная сила $P = 2cx$, которая будет стремиться переместить поршень и вернуть регулировочный рычаг в нормальное положение (вверх). В формуле для P c [кг/см] — коэффициент жесткости пружины, x [см] — дополнительное сжатие одной и удлинение другой пружины, вызванное перемещением штока. Дополнительное сжатие и удлинение пружины колеблются в пределах от $x = l$ до $x = 0$.

Требуется определить, пренебрегая инерционными влиянием движущихся частей и трением в приборе, время возвращения регулировочного рычага в нормальное положение при следующих данных. Диаметр штока поршня $\delta = 10$ мм; диаметр поршня $D = 100$ мм; диаметр отверстий в поршне $d = 2$ мм; число отверстий $k = 2$; коэффициент жесткости пружины $c = 1,5$ кг/см; дополнительное сжатие пружины (перемещение поршневого штока) $l = 7$ см; объемный вес масла в камере $\gamma = 900$ кг/м³. Кинематический коэффициент вязкости $\nu = 1$ см²/сек.



Фиг. 21-7. Гидравлический регулятор.

Решение. При возвращении поршневого штока на место (вверх) ему будет противодействовать давление жидкости на поршень ρ , определяемое по формуле (весом жидкости и движущихся частей пренебрегаем)

$$\rho = \frac{\rho}{0,785(D^2 - \delta^2 - \kappa d^2)} = \frac{2cx}{0,785(D^2 - \delta^2 - \kappa d^2)}$$

Минимальное значение $\rho = 0$ (при $x = 0$). Максимальное значение ρ_{\max} будет при $x = l$:

$$\rho_{\max} = \frac{2 \cdot 1,5 \cdot 7}{0,785(100 - 1 - 2 \cdot 0,04)} = 0,27 \text{ кг/см}^2.$$

Под этим переменным давлением жидкость будет перетекать через отверстия в поршне, предоставляя возможность поршню вместе со штоком возвращаться в нормальное положение.

Переменный расход перетекающей жидкости Q [л/сек] может быть найден по формуле

$$Q = \kappa \mu \omega \sqrt{2g \frac{\rho}{\gamma}}$$

По величине того же расхода Q можно определить из условий перемещения поршня, который движется со скоростью $v = \frac{dx}{dt}$, а именно

$$Q = 0,785(D^2 - \delta^2)v = \frac{dx}{dt} \cdot 0,785(D^2 - \delta^2).$$

Приравняв расходы и разделяя переменные в полученном дифференциальном уравнении, будем иметь:

$$dt = \frac{0,785(D^2 - \delta^2) dx}{0,785 d^2 \kappa \mu \sqrt{2g \frac{2cx}{0,785(D^2 - \delta^2 - \kappa d^2)}}}$$

Интегрируя в пределах от $x = 0$ до $x = l$ [см], найдем:

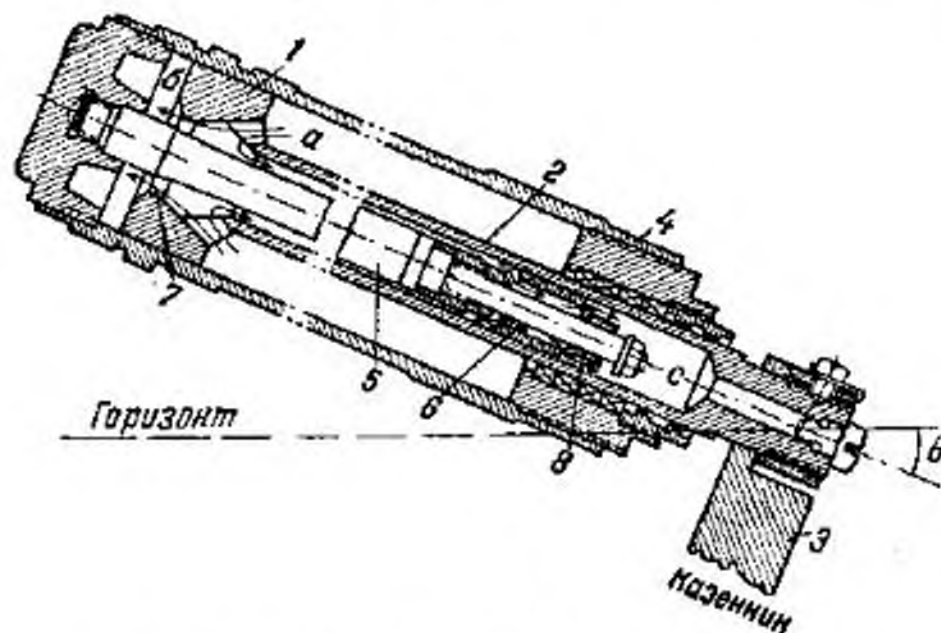
$$t = \frac{(D^2 - \delta^2) 2 \sqrt{l}}{\kappa \mu d^2 \sqrt{2g \frac{2c}{0,785(D^2 - \delta^2 - \kappa d^2)}}} = \frac{2(D^2 - \delta^2) l}{\kappa \mu d^2 \sqrt{2g \frac{\rho_{\max}}{\gamma}}}$$

Коэффициент расхода μ принимаем равным $\mu = 0,65$, что соответствует простому отверстию и числу $Re_m = 100$, вычисленному по скорости истечения при давлении, равном половине максимального (фиг. 20-5):

$$t = \frac{2(100 - 1) \cdot 0,07}{2 \cdot 0,65 \cdot 0,04 \sqrt{19,62 \cdot \frac{2700}{980}}} = 34,7 \text{ сек.}$$

Задача 21-3. Гидравлический тормоз отката. Основной деталью гидравлического тормоза отката (фиг. 21-8) является поршень 1 с полым штоком 2, соединенным с казенником 3, перемещающийся с ним при откате после выстрела в неподвижном цилиндре 4. В полости штока находится так называемое неподвижное веретено 5 с модератором 6. Конический шток веретена имеет переменное сечение. Веретено проходит через диск поршня и образует с последним кольцевое отверстие 7, площадь которого зависит

от положения поршня. Модератор имеет клапан 8. К началу отката все полости тормоза полностью заполнены маслом. При откате после выстрела перемещающийся вправо поршень создаст в полости a давление и жидкость из полости a пробрызгивается через отверстие 7 в полость b . Часть жидкости через клапан 8 модератора пробрызгивается и в полость c поршневого штока. В дальнейшем модератор осуществляет гидравлическое торможение при возвращении откатных частей в нормаль



Фиг. 21-8. Гидравлический тормоз отката.

ное положение. При этом жидкость из полости c через бороздки, имеющиеся в штоке 2, пробрызгивается в полость штока. Устройство накатника здесь не указано.

Требуется рассчитать необходимую переменную площадь ω_x кольцевой щели 7, при которой поршень вместе с казенником будет перемещаться под действием постоянной силы R (это может иметь место после прекращения действия пороховых газов).

Решение. Для решения задачи рассмотрим промежуточное положение поршня, в котором скорость его равняется v . Обозначим через G вес всех движущихся частей, связанных с поршнем (поршень, казенник, ствол орудия и т. п.). Применим теорему кинетической энергии. Так как в конце отката скорость движущихся частей равна нулю, то

$$-\frac{G}{g} v^2 = -2R(s - x),$$

откуда

$$v^2 = 2 \frac{R(s - x)g}{G},$$

где

s — полный ход поршня;
 x — перемещение поршня от начала отката;

$s - x$ — оставшийся ход поршня;

$R(s - x)$ — работа, производимая постоянной силой на оставшемся ходе поршня;

$R = \delta p Q_0 + T - G \sin \theta$ — сила сопротивления перемещению поршня;

δp — разность давлений по обе стороны поршня;

Q_0 — рабочая площадь поршня (площадь поршня Q_n без площади отверстия в поршне);

T — сила трения;

θ — угол наклона тормоза.

Давлением жидкости в полости s пренебрегаем. Также пренебрегаем силами сопротивления, которые возникают в накатном устройстве, перемещающемся в период отката. Таким образом, задача решается с некоторыми упрощениями, которые, однако, не искажают ее основной гидравлический смысл. Переменный расход жидкости через щель переменного сечения ω определим по формуле истечения жидкости через отверстие и из условия неразрывности

$$Q = \mu \omega \sqrt{2g \frac{\delta p}{\gamma}} = Qv;$$

здесь μ — коэффициент расхода;

$$Q = Q_n - Q_s - \omega = Q_0,$$

где Q_s — переменная площадь сечения веретена в плоскости щели.

Из последнего равенства имеем:

$$\frac{\delta p}{\gamma} = \frac{Q^2 v^2}{\mu^2 \omega^2 2g} = \frac{R(s-x) Q^2}{G \mu^2 \omega^2},$$

откуда

$$\omega^2 = \frac{\gamma (\delta p Q_0 + T - G \sin \theta) (s-x) Q^2}{\delta p G \mu^2},$$

или

$$\omega^2 = \frac{\gamma \left(Q_0 + \frac{T - G \sin \theta}{\delta p} \right) (s-x) Q^2}{G \mu^2}.$$

Если можно пренебречь значением $\frac{T - G \sin \theta}{\delta p}$, то

$$\omega^2 = \frac{\gamma (s-x) Q_0 Q^2}{\mu^2 G}.$$

В том случае, если бы расчет гидравлического тормоза нужно было произвести для отверстия кольцевой щели, не меняющейся по ходу поршня, что имело бы место, если бы диаметр веретена имел постоянный размер, то силы, действующие на поршень, при откате имели бы переменное значение. В этом случае определяется зависимость между перемещением штока, его скоростью и начальными данными. Исходным уравнением попрежнему является теорема о кинетической энергии, но в дифференциальной форме

$$\frac{G}{g} d \left(\frac{v^2}{2} \right) = - (\delta p Q_0 + T - G \sin \theta) dx.$$

После преобразований, аналогичных предыдущему случаю, получим:

$$\frac{d}{dx} (v^2) + \frac{\gamma Q_0 Q^2 v^2}{G \mu^2 \omega^2} = - \frac{2g(T - G \sin \theta)}{G},$$

обозначив

$$b = \frac{\gamma Q_0 Q^2}{G \mu^2 \omega^2} \text{ и } c = - \frac{2g(T - G \sin \theta)}{G},$$

будем иметь:

$$(v^2)' + bv^2 = c.$$

Последнее выражение представляет собой линейное дифференциальное уравнение с правой частью. Общий интеграл этого уравнения ищем в виде:

$$v^2 = Ae^{-bx} + D.$$

Постоянные интегрирования находим по начальным данным, а именно: дифференцируя этот интеграл по x , получим:

$$(v^2)' = -Abe^{-bx};$$

подставляя в дифференциальное уравнение, будем иметь:

$$-Abe^{-bx} + Abe^{-bx} + Db = c,$$

откуда

$$D = \frac{c}{b},$$

а при $x = 0$, $v = v_0$

$$v_0^2 = A + D, \text{ или } A = v_0^2 - \frac{c}{b}.$$

Таким образом, после преобразований

$$v^2 = \left(v_0^2 - \frac{c}{b} \right) e^{-bx} + \frac{c}{b}.$$

Последнее выражение можно представить в виде:

$$e^{+bx} = \frac{v_0^2 - \frac{c}{b}}{v^2 - \frac{c}{b}},$$

откуда

$$x = \frac{1}{b} \ln \frac{v_0^2 - \frac{c}{b}}{v^2 - \frac{c}{b}},$$

или

$$x = \frac{\mu^2 \omega^2 G}{\gamma Q_0 Q^2} \ln \frac{v_0^2 + \frac{2g(T - G \sin \theta) G \mu^2 \omega^2}{G \gamma Q_0 Q^2}}{v^2 + \frac{2g(T - G \sin \theta) \mu^2 \omega^2}{\gamma Q_0 Q^2}}.$$

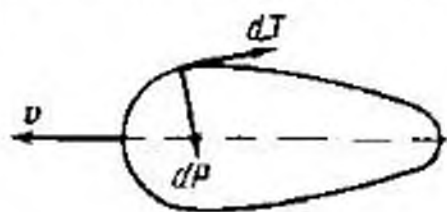
Глава двадцать вторая

СОПРОТИВЛЕНИЕ ЖИДКОСТИ ДВИЖУЩЕМУСЯ В НЕЙ ТЕЛУ

22-1. Силы, действующие на тело, движущееся в жидкости

Силы, действующие на движущееся тело со стороны жидкости, могут быть разбиты на два класса: на силы трения dT , направленные по касательной к поверхности тела, и на силы давления dP , перпендикулярные к соответствующим элементам поверхности тела (фиг. 22-1). Оба класса сил представляют в об-

шем случае сложную систему сил, главный вектор которых в качестве одной составляющей дает силу сопротивления, направленную против направления движения тела, а в качестве другой составляющей в общем случае — подъемную силу, направленную перпендикулярно силе сопротивления. Существование той и другой составляющей подтверждается повседневым опытом. Так, например, для того чтобы поддерживать в покоящейся жидкости равномерное движение тела, к нему надо приложить некоторую постоянно действующую силу. Это значит, что при движении тела в жидкости на него со стороны жидкости действует система сил, проекция которых на направление движения дает составляющую, противоположную движению, — силу сопротивления. Благодаря этому для поддержания равномерного движения необходимо затрачивать определенное количество механической энергии для преодоления сопротивления. Затрачиваемая механическая энергия передается жидкости и в конечном счете необратимым процессом преобразуется в ее тепловую энергию.



Фиг. 22-1. Схема сил, действующих на элементарную поверхность обтекаемого тела.

Полет самолета подтверждает, что, кроме сил сопротивления, система действующих сил дает составляющую — подъемную силу.

Аналогичные явления наблюдаются и в том случае, когда тело неподвижно, а жидкость обтекает его. В этом случае тело оказывает сопротивление потоку жидкости, на что затрачивается энергия жидкости.

Здесь будут рассмотрены некоторые вопросы, относящиеся к силам сопротивления. Исследования показывают, что на величину силы сопротивления оказывают влияние: род жидкости, форма движущегося тела, его положение в жидкости и характер его движения. Тело может двигаться в полностью погруженном состоянии (подводное плавание) или частично погруженном.

В связи с различными закономерностями, которым подчиняются возмущения в жидкости, обуславливающие сопротивление, принято полное сопротивление разлагать на три вида: сопротивление трения, сопротивление давления и волновое сопротивление.

22-2. Сопротивление трения

Сопротивлением трения F_m называется проекция на направление движения главного вектора сил трения, возникающих на поверхности тела при обтекании его жидкостью. Величина сил трения обуславливается характером движения жидкости в слое, ближайшем к поверхности. Этот слой жидкости, находящийся благодаря вязкости в состоянии вихревого движения, называется пограничным слоем и в дальнейшем будет рассмотрен подробнее.

Пока лишь отметим, что движение жидкости в пограничном слое может быть или только ламинарным, или только турбулентным, но может быть также в одной части ламинарным, а в другой турбулентным.

Функциональная зависимость для силы сопротивления трения может быть представлена в виде:

$$F_m = f(\mu, \Delta, l, v, \omega, \rho, \text{формы}),$$

или

$$F_m = \rho v^2 \omega f\left(Re, \frac{\Delta}{l}, \text{формы}\right), \quad (22-1)$$

или

$$F_m = C_m \rho \frac{v^2}{2} \omega, \quad (22-2)$$

где μ — динамический коэффициент вязкости;
 Δ — шероховатость поверхности;
 v — скорость тела;
 ω — характерная площадь;
 l — характерная длина;
 C_m — коэффициент сопротивления трения:

$$C_m = 2f\left(Re, \frac{\Delta}{l}, \text{формы}\right). \quad (22-3)$$

Вычисляется коэффициент C_m по различным эмпирическим или полуэмпирическим формулам.

22-3. Сопротивление давления

Сопротивлением давления F_d называется проекция на направление движения главного вектора сил давления, действующих на тело со стороны жидкости. Сначала рассмотрим сопротивление давления при условии полного погружения тела в жидкость, исключая образование волн. Этот вид сопротивления иногда называют кильватерным¹ сопротивлением. Энергия, затрачиваемая на преодоление кильватерного сопротивления, частично преобразуется сначала в кинетическую энергию кильватерных вихрей, а затем необратимым процессом в тепловую. Так же как и сопротивление трения, кильватерное сопротивление обуславливается влиянием вязкости жидкости.

Сила F_d вычисляется по формуле

$$F_d = C_d \rho \frac{v^2}{2} \omega, \quad (22-4)$$

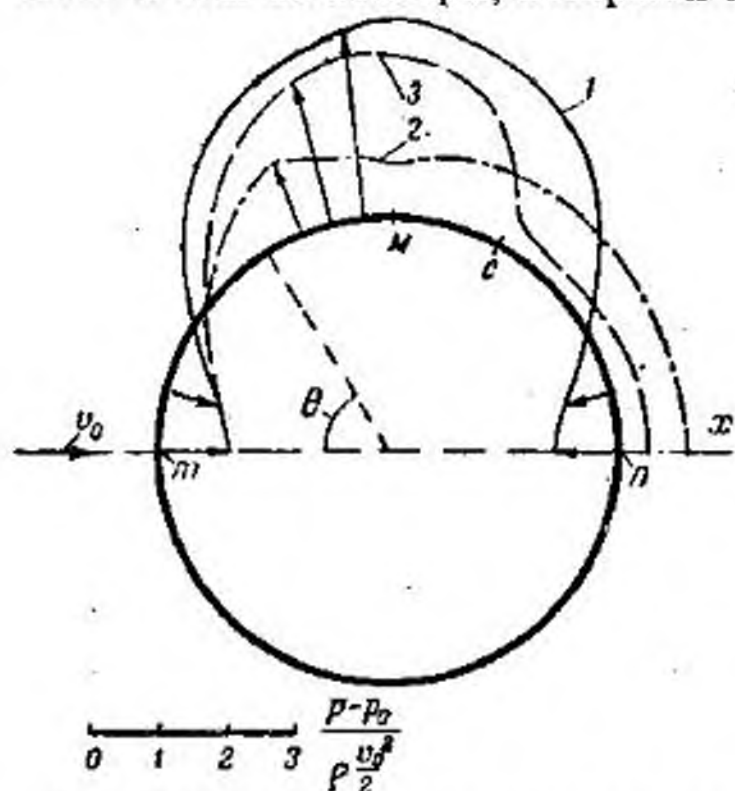
¹ Кильватер — след, остающийся на воде позади идущего судна.

где C_D — коэффициент сопротивления давления, зависящий от числа Re и формы поверхности тела:

$$C_D = f(Re, \text{формы}). \quad (22-5)$$

Сопротивление давления тела, полностью погруженного в жидкость, опытным путем можно определить следующим образом.

На поверхности тела просверливают отверстия и присоединяют к ним пьезометры, которыми измеряют давления, действующие на соответствующие элементы поверхности.



Фиг. 22-2. Распределение давления по поверхности цилиндра.

1—при обтекании потенциальным потоком; 2—при обтекании реальной жидкостью при $Re = 186\,000$; 3—при обтекании реальной жидкостью при $Re = 670\,000$.

Проекция главного вектора сил давления и дает величину сопротивления давления.

Для более ясного представления о явлениях, возникающих при обтекании тела и обуславливающих возникновение сопротивления давления, рассмотрим сначала обтекание бесконечно длинного цилиндра потенциальным потоком (фиг. 22-2), имеющим на значительных расстояниях от цилиндра (в области невозмущенного потока) скорость v_0 и давление p_0 .

Этому потоку удовлетворяет функция тока

$$\psi = v_0 y - v_0 a^2 \frac{y}{r^2}, \quad (22-6)$$

где $r^2 = x^2 + y^2$, x и y — координаты его пространства, и a — радиус цилиндра.

Функции тока $\psi = 0$ удовлетворяют точки

$$y = 0 \text{ и } x^2 + y^2 = a^2.$$

Из этого следует, что частица, движущаяся вдоль оси x , встречает цилиндр в точке m , затем поток разделяется и обтекает цилиндр с обеих сторон. Слияние потока происходит в точке n , а частица дальше продолжает свое движение, оставаясь на оси x .

Определим скорость движения частиц:

$$u_x = \frac{\partial \psi}{\partial y} = v_0 - v_0 a^2 \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2}; \quad (22-7)$$

$$u_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = -2v_0 a^2 \frac{xy}{r^4}. \quad (22-8)$$

Исследуем это движение при $x = y = \pm \infty$:

$$u_x = v_0; \quad u_y = 0,$$

т. е. жидкость движется в бесконечности параллельно оси x со скоростью v_0 .

Нулю равняется скорость частиц с координатами $y = 0$ и $x = \pm a$, т. е. в точках m и n .

По поверхности цилиндра скорости распределяются по формуле

$$u = \frac{u_y}{\cos \theta} = -\frac{2v_0 xy}{a^2 \cos \theta} = 2v_0 \sin \theta. \quad (22-9)$$

Легко убедиться в том, что рассматриваемое течение является потенциальным, так как согласно формулам (7-15)

$$\Omega_x = \Omega_y = \Omega_z = 0.$$

Таким образом, в исследуемом потенциальном потоке скорости частиц жидкости, расположенных на оси влево от цилиндра, по мере приближения их к цилиндру постепенно убывают и в точке m становятся равными нулю. Затем частицы движутся по окружности цилиндра с возрастающей скоростью и наибольшую скорость u_{\max} приобретают в наиболее удаленной от оси точке. При дальнейшем движении по окружности цилиндра к оси скорость убывает до нуля, после чего частица продолжает путь по оси x с возрастающей до v_0 скоростью, которую она приобретает в бесконечности. На поверхности цилиндра скорости не равны нулю. Поэтому такое движение может иметь только идеальная жидкость.

Для исследования распределения давления по поверхности цилиндра воспользуемся уравнением Бернулли для потенциального потока (при $z_1 = z_2$) в виде:

$$p_0 + \rho \frac{v_0^2}{2} = p + \rho \frac{u^2}{2}.$$

Подставляя вместо u^2 его значение, соответствующее $r = a$, т. е.

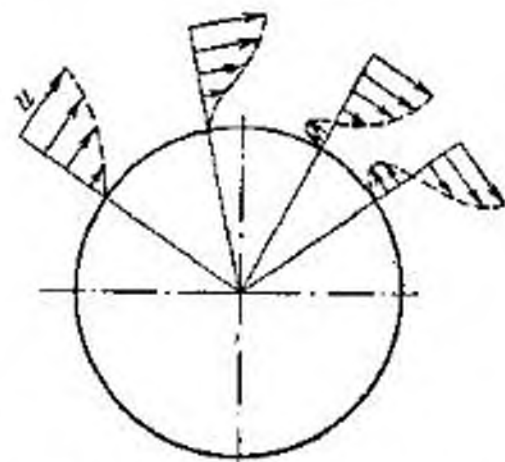
$$u = 2v_0 \sin \theta,$$

получим:

$$\frac{p - p_0}{\rho \frac{v_0^2}{2}} = 1 - 4 \sin^2 \theta. \quad (22-10)$$

Изменение давления $p - p_0$ по окружности цилиндра в долях $\frac{v_0^2}{2}$ для одной половины цилиндра показано линией 1 на фиг. 22-2, на которой векторы, направленные внутрь цилиндра, соответствуют давлениям $p > p_0$.

Из формулы (22-10) следует, что в потенциальном потоке давления по поверхности цилиндра распределяются симметрично относительно диаметрального сечения цилиндра, перпендикулярного к v_0 . Поэтому главный вектор сил давления в потенциальном потоке равен нулю и нулю равно сопротивление давления. Минимальное давление имеет место в точках с $\theta = 90^\circ$.

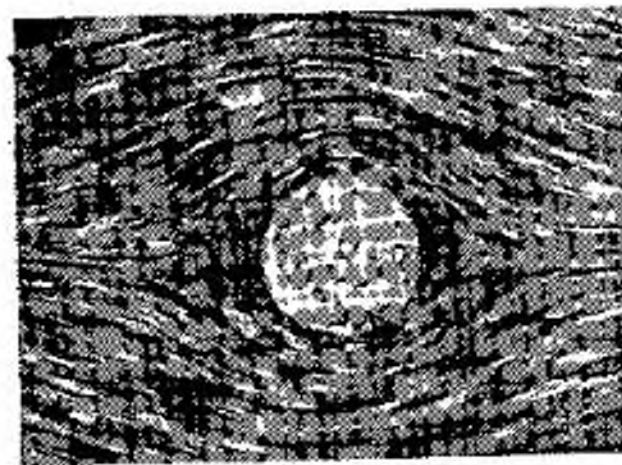


Фиг. 22-3. Схема распределения скоростей при обтекании цилиндра реальным потоком.

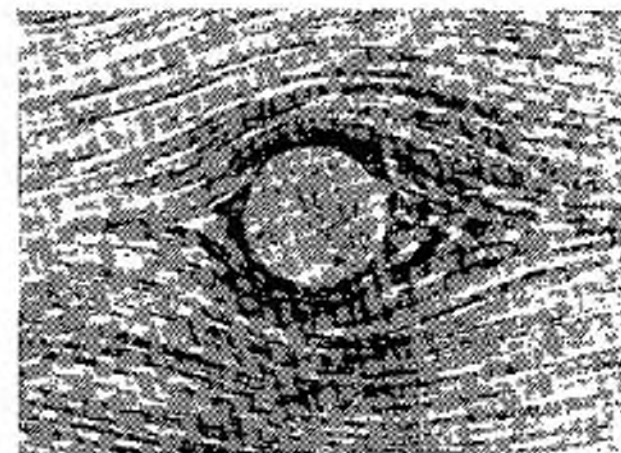
Важным является и другой факт. На задней стороне цилиндра (при $\theta > 90^\circ$) жидкость движется замедленно и притом в область все повышающегося давления, что способствует в реальном потоке нарушению плавности обтекания, о чем будет сказано дальше. В реальном потоке вблизи поверхности обтекаемого тела движение отличается от потенциального. На поверхности тела скорость жидкости равна нулю. В пограничном слое движение жидкости вихревое. При малых числах Re оно ламинарное. Вследствие того, что в кормовой части слоя жидкость движется в область повышающегося давления, отдельные ее частицы вблизи поверхности затормаживаются, останавливаются и даже приобретают возвратное движение (фиг. 22-3). Происходит частичный срыв ламинарного пограничного слоя, что ведет к резкому ухудшению условий обтекания. Благодаря срыву ламинарного слоя изменяется и распределение давления по поверхности обтекаемого тела. Совпадение значений давления на поверхности цилиндра в реальном и потенциальном потоке (фиг. 22-2) имеется лишь на передней стороне цилиндра и в пределах $2\theta = 30 \div 40^\circ$. Точка M с минимальным давлением смещается несколько навстречу потоку ($\theta_M < 90^\circ$). Точка C отрыва ламинарного пограничного слоя от поверхности всегда находится за точкой с минимальным давлением M ($\theta_C > \theta_M$). Частицы оторвавшегося пограничного слоя свертываются в вихри, образующиеся то с одной, то с другой стороны цилиндра (фиг. 22-4—22-8).

Эти вихри на некотором расстоянии от обтекаемого тела образуют так называемую вихревую дорожку, располагаясь на ней в том или другом порядке. На фиг. 22-9 показано так называемое шахматное расположение вихрей.

Вся вихревая система движется вслед за телом, причем с удалением тела вихри все больше и больше отстают от него, исчезая на некотором расстоянии. Непосредственно за телом создается

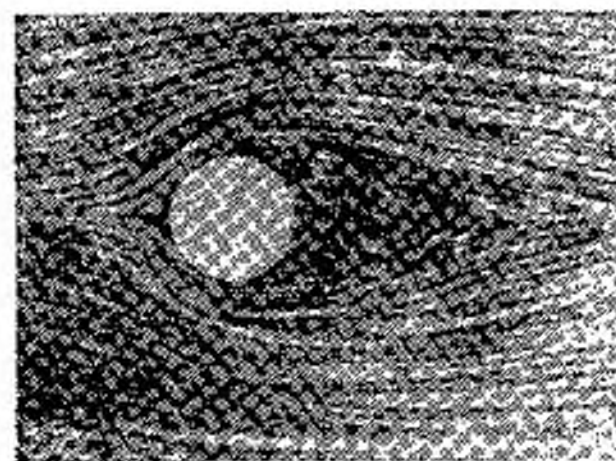


Фиг. 22-4. Обтекание цилиндра в потоке с $Re = \frac{vD}{\nu} = 0,25$. Обтекание мало отличается от потенциального.

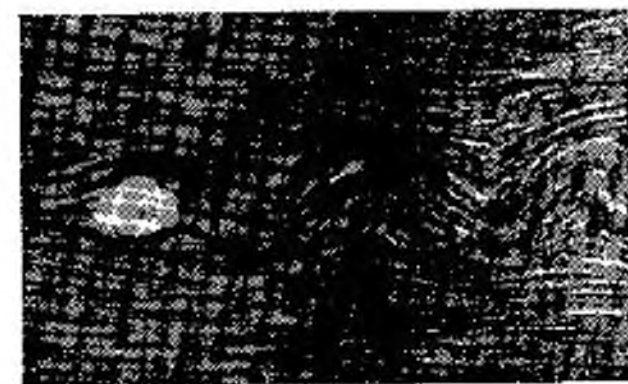


Фиг. 22-5. Обтекание цилиндра в потоке с $Re = \frac{vD}{\nu} = 1,5$. Обтекание предшествует началу образования вихрей.

ся кильватерная область, в которой частицы, оторвавшиеся от поверхности, сперва продолжают двигаться ламинарно и затем переходят в зону турбулентного движения. Область турбулент-



Фиг. 22-6. Обтекание цилиндра в потоке с $Re = \frac{vD}{\nu} = 9$. Начало образования вихрей.



Фиг. 22-7. Обтекание цилиндра в потоке с $Re = \frac{vD}{\nu} = 250$. Вихри образуют вихревую дорожку Кармана. Фотокамера покоится относительно обтекаемого цилиндра.

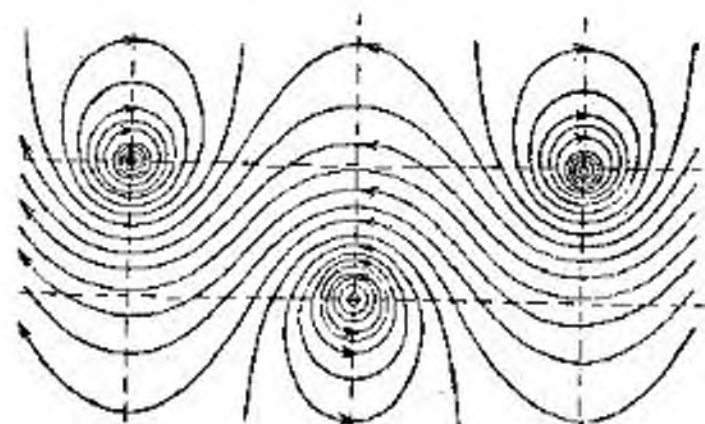
ности в начальной стадии располагается на некотором расстоянии от тела и только при значительных числах Re возникает у тела.

При этом происходит некоторое удлинение ламинарного пограничного слоя и возникновение второго участка пограничного

слоя, находящегося в состоянии турбулентного движения¹. С этого момента пограничный слой по длине состоит из двух частей: ламинарной на передней части тела и турбулентной на задней. При этом точка перехода ламинарного слоя в турбулентный находится ближе к задней, чем находилась точка отрыва ламинарного слоя. Однако пограничный слой, продолжая двигаться в области с повышающимся давлением, вследствие описанного выше торможения также отрывается от поверхности, но теперь уже отрывается его турбулентная часть. причем точка отрыва турбулентного слоя лежит ближе к задней



Фиг. 22-8. Обтекание цилиндра в потоке с $Re = \frac{vD}{\nu} = 250$. Вихри образуют дорожку Кармана. Фотокамера покоится относительно невозмущенной жидкости.



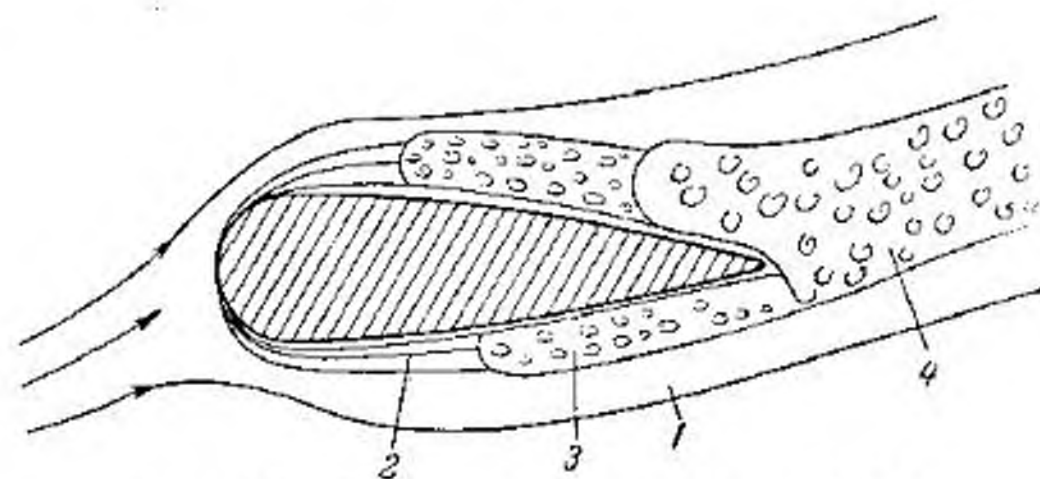
Фиг. 22-9. Линии тока в вихревой дорожке Кармана. Фотокамера покоится относительно невозмущенной жидкости.

части, чем раньше. Это улучшает условия обтекания, благодаря чему резко уменьшается (в 4—5 раз) коэффициент сопротивления. Это явление носит название кризиса обтекания или кризиса сопротивления. На фиг. 22-2 линии 2 и 3 показывают распределение давления по окружности цилиндра в реальном потоке. Линия 2 соответствует докризисному обтеканию при $Re = \frac{vD}{\nu} = 186\,000$. В этом случае срыв ламинарного слоя происходит при $\theta = 82^\circ$. Линия 3 соответствует обтеканию после кризиса ($Re = 670\,000$), при котором срыв пограничного слоя происходит при $\theta = 120^\circ$.

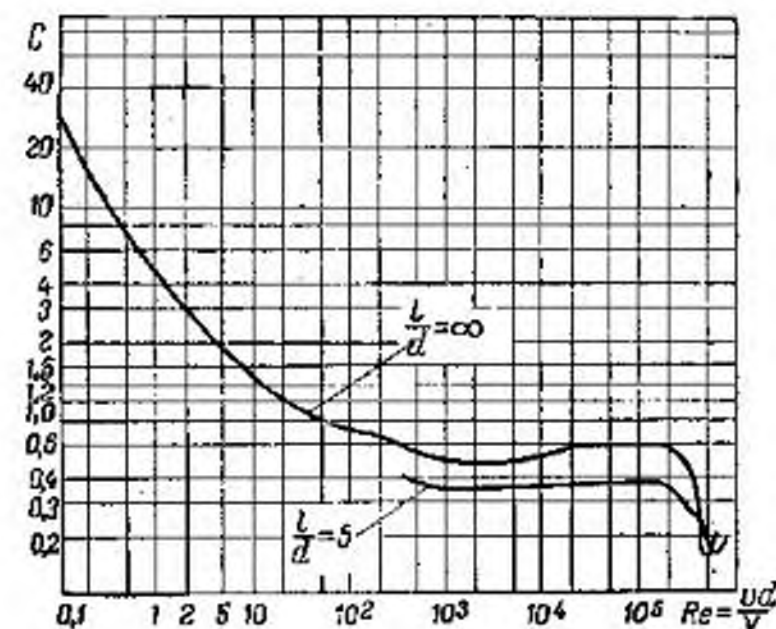
Для уменьшения сопротивления давления обтекаемому телу надо придать такую форму, при которой точка отрыва находилась бы как можно ближе к корме.

В связи с изложенным поток, обтекающий тело, в общем случае следует представлять в виде (фиг. 22-10):

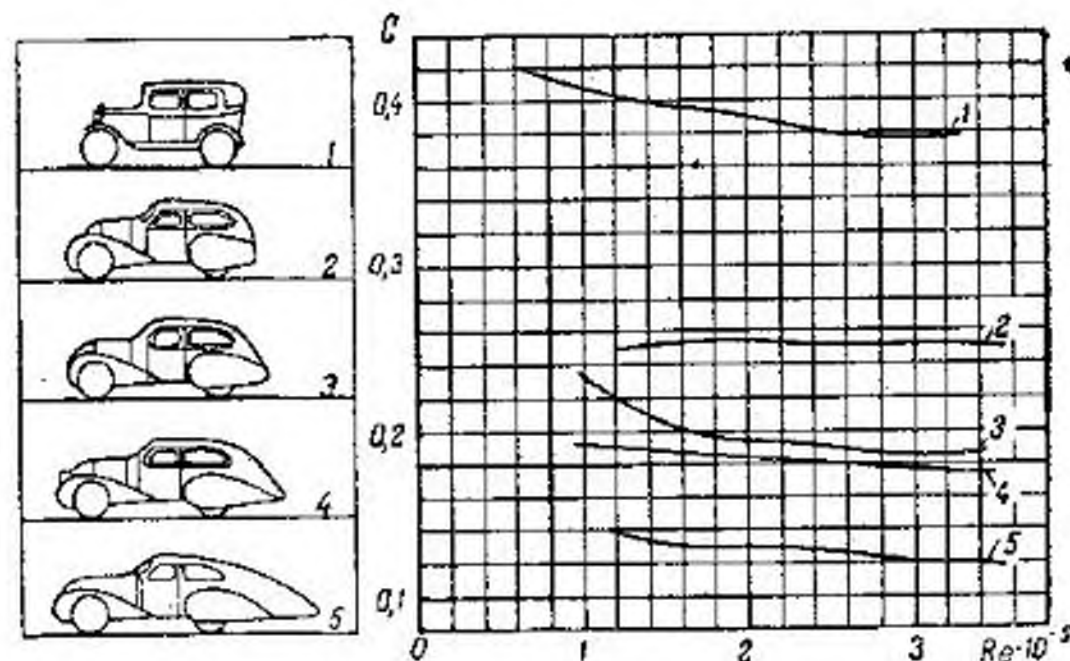
¹ Заметим, что турбулентная часть пограничного слоя имеет ламинарный подслой непосредственно у поверхности тела.



Фиг. 22-10. Схема потока при обтекании тела.



Фиг. 22-11. Зависимость коэффициента сопротивления цилиндра от Re и l/d .



Фиг. 22-12. Зависимость коэффициента сопротивления от числа Re для различных форм автомобилей.

Таблица 22-1

Значение коэффициента сопротивления для различных типов транспортных машин

Тип машины	Значение C
ГАЗ-А	0,464—0,48
М-1	0,304—0,32
Москвич	0,28—0,296
ЗИС-110	0,224—0,240
М-20	0,184—0,2
Автобус с нормальным кузовом	0,32—0,48
Автобус с обтекаемым кузовом	0,2—0,24
Грузовой автомобиль	0,48—0,56
Броневый автомобиль, бронетранспортер	0,4—0,48
Паровозы (фиг. 22-13):	
А — исходная модель	1,0
Б — закрыты машины и колеса	0,95
С — падет обтекатель на торцевую часть	0,7
Д — падет обтекатель на верх	0,64
Е — закрыт воздушный промежуток между паровозом и тендером	0,61
Ф — устроен „защит“ перед фронтом кабины машиниста	0,57

Таблица 22-2

Формулы для определения коэффициента C в формуле для определения силы, с которой воздействует на клапан протекающая жидкость в области квадратичного режима (по Баху)

Тип клапана	C
Тарельчатый без нижнего направления (фиг. 15-33)	$2,5 + 19 \frac{b-0,1d}{d} + \left(\frac{d}{2,45h} \right)$
Тарельчатый с нижним направлением (фиг. 15-34)	$2,25 + 17,1 \frac{b-0,1d}{d} + \left[\frac{w}{0,54 \cdot (d-i \cdot s)h} \right]^2$
Конусный с плоской нижней поверхностью (фиг. 15-35)	$-1,05 + \left(\frac{d}{3,56h} \right)^2$
Конусный с конусообразной опорной поверхностью (фиг. 15-36)	$0,38 + \left(\frac{d}{2,72h} \right)^2$
Шаровой с конусной опорной поверхностью (фиг. 15-37)	$0,96 + \left(\frac{d}{4,6h} \right)^2$

1 — потенциального потока вне пограничного слоя и кильватерного течения;

2 — пограничного ламинарного слоя в области носовой части тела;

3 — пограничного турбулентного слоя с ламинарным подслоем в области кормы;

4 — кильватерного потока.

О существенном влиянии на коэффициент C формы обтекаемого тела и характера потока можно судить по графикам на фиг. 22-11, 22-12.

Заметим, что для шара с диаметром d , обтекаемого ламинарным потоком при

$$Re = \frac{vd}{\nu} < 2,$$

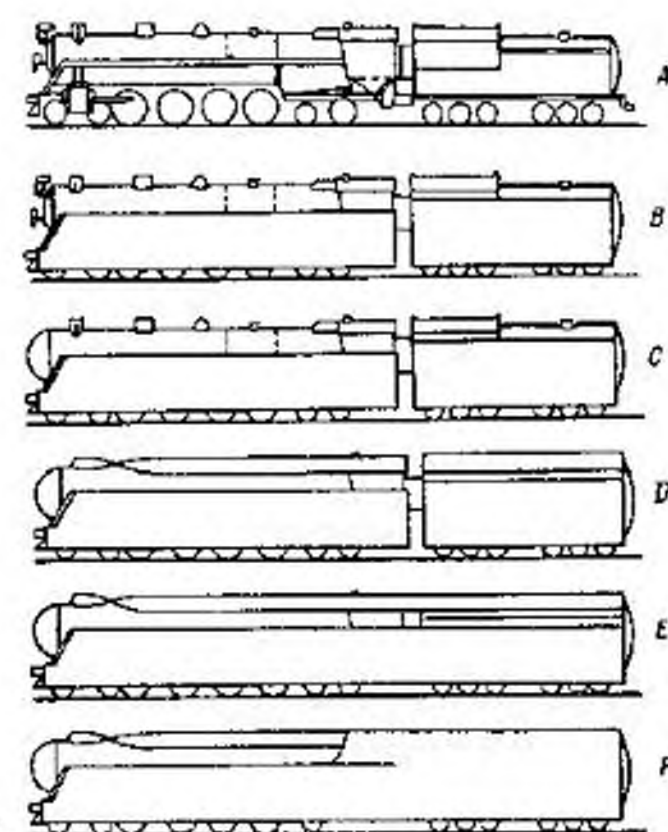
$$C = \frac{27}{Re}. \quad (22-11)$$

В табл. 22-1 приведены значения C для различных типов транспортных машин¹, а в табл. 22-2 — значения C для клапанов, показанных на фиг. 15-33—15-37.

22-4. Волновое сопротивление

При движении тела в частично погруженном состоянии в общем случае возникают две системы волн: система расходящихся волн с центральным углом около 40° и система поперечных волн. В нешироком канале возникают только поперечные волны, сопровождающие движущееся тело. Энергия, затрачиваемая на образование волн, представляет волновое сопротивление. Сила сопротивления, соответствующая только волновому сопротивлению, равна части общего сопротивления давления, возникающего при движении тела на поверхности. Особенностью волнового сопротивления, что заставляет его рассматривать отдельно, является зависимость его уже не от вязкости (т. е. не от числа Re), а главным образом от силы тяжести (от числа Fr) и практически в несущественной степени — от поверхностного натяжения.

¹ Г. В. Зимелев, Теория автомобиля, Машгиз, 1950; Г. Н. Абрамович, К расчету воздушного сопротивления поезда на открытой трассе и в тоннеле, Труды ЦАГИ, вып. 400, 1938.



Фиг. 22-13. Зависимость коэффициентов сопротивления от числа Re для различных форм паровозов.

Сила, соответствующая волновому сопротивлению, определяется по формуле

$$F_s = C_s \rho \frac{v^2}{2} \omega, \quad (22-12)$$

где

$$C_s = f(Fr, \psi, \theta) \quad (22-13)$$

называется коэффициентом волнового сопротивления; здесь

$\psi = \frac{l}{\sqrt{W}}$ — коэффициент заострения;

l — длина плавающего тела;

W — водоизмещение;

θ — угол, определяющий положение тела относительно поверхности жидкости.

Часто силу волнового сопротивления определяют по формуле

$$F_s = K_s \gamma W, \quad (22-14)$$

где

$$K_s = f(Fr, \psi, \theta). \quad (22-15)$$

Сопоставляя формулу (22-14) с формулой (22-11), получим

$$C_s = \frac{2K_s W}{l \omega Fr}. \quad (22-16)$$

Обычно волновое сопротивление определяют экспериментально.

Задача 22-1. В канале испытывается модель плавающего тела, выполненная в масштабе 1/5 натуральной величины. Необходимо определить, при какой скорости должна испытываться модель, чтобы движение модели было подобно движению тела, плавающего со скоростью 10 км/час.

Решение. Для подобия потоков, создаваемых движущимся телом и моделью, необходимо равенство чисел Фруда

$$Fr = \frac{v_n^2}{g_n l_n} = \frac{v_m^2}{g_m l_m}$$

Так как отношение линейных размеров тела и модели равно $\frac{l_n}{l_m} = \lambda = 5$ и $g_n = g_m$, то скорость испытания модели должна быть равной

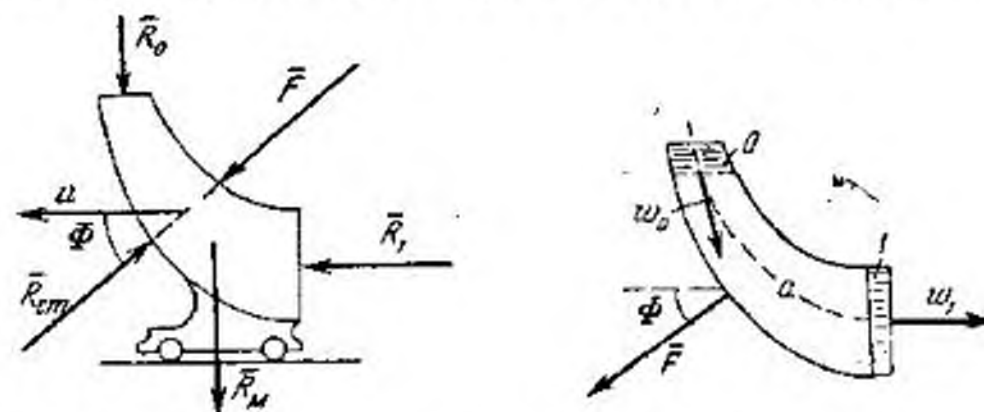
$$v_m = v_n \sqrt{\frac{l_m}{l_n}} = 10 \sqrt{\frac{1}{5}} = 4,47 \text{ км/час.}$$

Глава двадцать третья

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПОТОКА ЖИДКОСТИ С ТВЕРДЫМ ТЕЛОМ

23-1. Сила взаимодействия жидкости с поверхностью, движущейся равномерно, поступательно и прямолинейно

Определим главный вектор сил, с которыми движущаяся относительно канала жидкость действует на его стенки. Для общности рассмотрим случай, когда и канал вместе с жидкостью совершает переносное движение, перемещаясь поступательно, прямолинейно и равномерно (фиг. 23-1). Для определения глав-



Фиг. 23-1. Схема сил при взаимодействии потока с движущимся телом.

Фиг. 23-2. Схема струи, взаимодействующей с движущимся телом.

ного вектора применим теорему об изменении количества движения для частиц жидкости, находящихся в канале. В векторной форме применительно к рассматриваемому случаю указанная теорема формулируется следующим образом: производная по времени от вектора q — количества движения системы материальных точек, заполняющих полость канала, равняется главному вектору R всех внешних массовых и поверхностных сил, действующих на эту систему, т. е.

$$\frac{dq}{dt} = \bar{R}_{\text{масс}} + \bar{R}_{\text{пов}}. \quad (23-1)$$

Вектор массовых сил равен весу рассматриваемого объема жидкости. Вектор внешних поверхностных сил в общем случае равен геометрической сумме вектора сил реакции стенок канала $R_{\text{ст}}$ и векторов сил R_0 и R_1 , с которыми жидкость, находящаяся вне рассматриваемого канала, действует на жидкость, находящуюся в канале. Таким образом,

$$\bar{R}_{\text{пов}} = \bar{R}_{\text{ст}} + \bar{R}_0 + \bar{R}_1. \quad (23-2)$$

Для вычисления производной от количества движения сначала найдем приращение количества движения рассматриваемой системы за время dt , в течение которого жидкость переместится в переносном движении вместе с каналом и, кроме того, в относительном движении относительно канала и займет объем, ограниченный сечениями, показанными на фиг. 23-2 пунктиром.

Приращение количества движения системы найдем как разность ее количества движения в перемещенном и начальном положениях.

Вследствие того, что канал движется поступательно, это приращение можно найти как разность количеств движения массы в объемах 0, a и I .

Обозначим вектор количества движения массы жидкости в объемах 0, a и I соответственно через \bar{q}_0 , \bar{q}_a и \bar{q}_1 .

Тогда, очевидно, количество движения рассматриваемой системы в перемещенном положении будет равно геометрической сумме $\bar{q}_a + \bar{q}_1$; количество движения системы в начальном положении будет равно $\bar{q}_0 + \bar{q}_a$, причем количество движения в объеме $a - \bar{q}_a$ (поскольку движение жидкости установившееся, а канала поступательное, прямолинейное и равномерное) в обоих случаях одно и то же.

Таким образом, за время dt приращение количества движения будет равно только разности

$$d\bar{q} = \bar{q}_1 - \bar{q}_0.$$

Вычислим \bar{q}_1 и \bar{q}_0 .

Ввиду того что канал движется поступательно, прямолинейно и равномерно, разность количеств движения $\bar{q}_1 - \bar{q}_0$ можно рассматривать как разность, соответствующую количествам движения только в относительном движении. Поэтому каждое из количеств движения \bar{q}_1 и \bar{q}_0 можно найти по формулам, аналогичным формуле (10-15), в которой вместо абсолютной скорости v будет фигурировать относительная скорость \bar{w} . Будем иметь:

$$d\bar{q} = (\beta_1 \rho Q \bar{w}_1 - \beta_0 \rho Q \bar{w}_0) dt,$$

откуда

$$\frac{d\bar{q}}{dt} = (\beta_1 \rho Q \bar{w}_1 - \beta_0 \rho Q \bar{w}_0). \quad (23-3)$$

При равенстве коэффициентов $\beta_1 = \beta_0 = \beta$ в формуле (23-3) относительные скорости \bar{w} могут быть заменены абсолютными скоростями v .

В этом случае формула может быть представлена в виде:

$$\frac{d\bar{q}}{dt} = \beta \rho Q \bar{v}_1 - \beta \rho Q \bar{v}_0. \quad (23-4)$$

Подставляя значение $\frac{d\bar{q}}{dt}$ в формулу (23-1), получим:

$$\beta_1 \rho Q \bar{w}_1 - \beta_0 \rho Q \bar{w}_0 = \bar{R}_{масс} + \bar{R}_{см} + \bar{R}_0 + \bar{R}_1. \quad (23-5)$$

Главный вектор сил действия потока на стенки \bar{F} равен, но противоположен вектору $\bar{R}_{см}$:

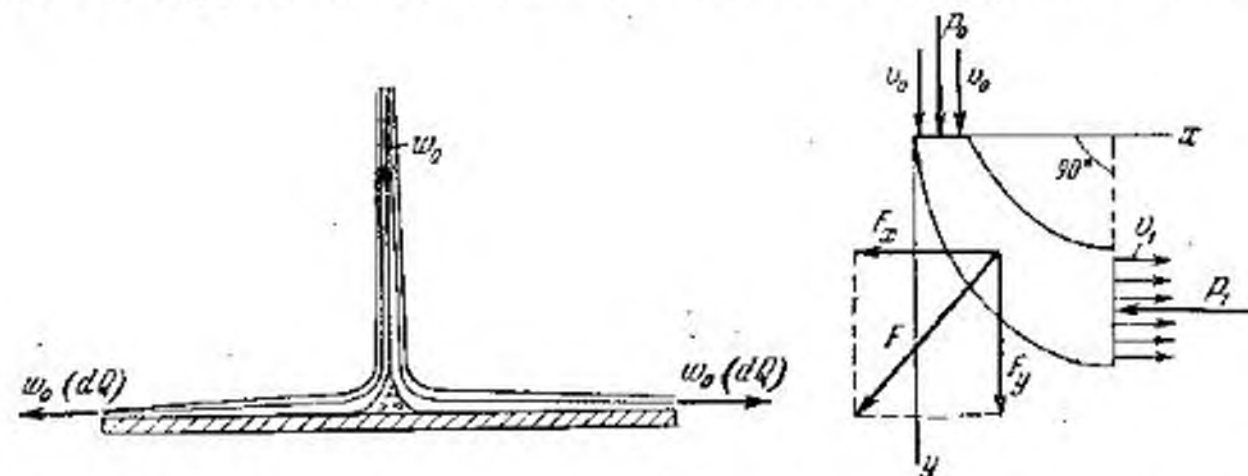
$$\bar{F} = -\bar{R}_{см}. \quad (23-6)$$

Поэтому из формулы (23-5) имеем:

$$\bar{F} = \beta_0 \rho Q \bar{w}_0 - \beta_1 \rho Q \bar{w}_1 + \bar{R}_{масс} + \bar{R}_0 + \bar{R}_1. \quad (23-7)$$

Формула (23-7) выражает теорему Эйлера для главного вектора сил, с которыми жидкость действует на поверхность.

Сила давления жидкости на поверхности, взаимодействующие со струей, может быть использована для приведения этой



Фиг. 23-3. Схема струи, натекающей на плоскую поверхность.

Фиг. 23-4. Схема потока, протекающего по криволинейному каналу.

поверхности в движение, что находит широкое применение в так называемых реактивных двигателях. Выдающийся вклад в развитие теории реактивных двигателей внесли К. Э. Циолковский и Н. Е. Жуковский¹.

Свободную струю, растекающуюся по поверхности во все стороны [как это имеет место при натекании ее, например, на плоскую поверхность (фиг. 23-3)], надо представить хотя и сплошной, но состоящей из элементарных струек со скоростями \bar{w}_1 , равными по величине w_0 , и с расходом dQ . В этом случае уравнение Эйлера надо записать в виде:

$$\bar{F} = \beta_0 \rho Q \bar{w}_0 - \sum \beta_1 \rho Q \bar{w}_1. \quad (23-8)$$

¹ Н. Е. Жуковский, О реакции вытекающей и втекающей жидкости, Журн. Русск. физ.-хим. о-ва, ч. физ., 1882, т. XIV; Матем. сборн., 1885, т. XII.

Силы R_0 и R_1 можно не учитывать, так как свободная струя испытывает одинаковое воздействие окружающей среды, а влиянием веса обычно пренебрегают.

В следующих параграфах будут рассмотрены некоторые частные случаи.

23-2. Сила действия потока жидкости на неподвижное колено, образующее угол 90°

Рассмотрим действия напорного потока на неподвижное колено (фиг. 23-4). Определим горизонтальную и вертикальную проекции главного вектора. Воспользуемся формулой (23-7), в которой относительные скорости надо заменить на абсолютные. Применительно к осям координат, показанным на фигуре, получим:

$$F_x = \beta_1 \rho Q v_1 + p_1 \omega_1, \quad (23-9)$$

где p_1 и ω_1 — давление и площадь живого сечения потока на выходе;

$$F_y = \beta_0 \rho Q v_0 + G + p_0 \omega_0, \quad (23-10)$$

где G — вес жидкости в колене;

p_0 и ω_0 — давление и площадь сечения потока на входе.

Главный вектор будет равен:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}. \quad (23-11)$$

23-3. Сила действия свободной струи на неподвижную плоскую поверхность

Рассмотрим действие свободной компактной струи на неподвижную плоскую поверхность, расположенную перпендикулярно к ее оси (фиг. 23-5). При натекании на нее струя изменяет свое направление и в дальнейшем растекается по поверхности. Если поверхность горизонтальна и неограничена, то растекание происходит симметрично относительно оси струи, причем в пределах некоторого кольца струя растекается весьма тонким слоем. Пренебрегая силами трения в пределах этого кольца, можно считать, что скорость растекания равна начальной скорости струи v_0 . За внешней границей кольца происходит резкое увеличение толщины растекающегося слоя.

Аналогичную картину растекания можно представить и для вертикальной плоской поверхности, если пренебречь влиянием веса жидкости.

При симметричном растекании сила F , как следует из формулы (23-8), будет перпендикулярна к плоской поверхности,

в этом случае ее можно рассматривать как силу давления струи P на поверхность. Назовем ее значение теоретическим — P_m .

Спроектируем уравнение (23-8) на направление струи. Так как любой член выражения $\sum \rho dQ \vec{v}_0$ перпендикулярен оси проекции, то их проекции будут равны нулю, и для силы P_m получим выражение

$$P_m = \beta_0 \rho Q v_0. \quad (23-12)$$

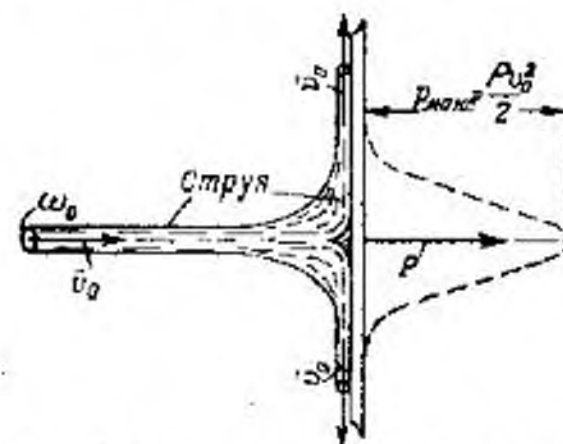
Действительное значение силы будет несколько меньше:

$$P = \psi \beta_0 \rho Q v_0. \quad (23-13)$$

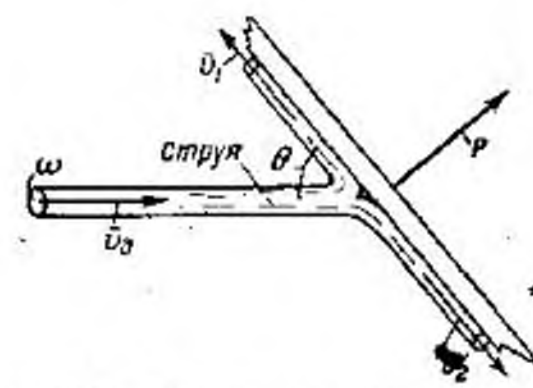
На основании экспериментальных исследований¹ этот коэффициент (при $\beta_0 = 1$) и при диаметрах кольца растекания больше трех диаметров струи оказывается равным:

$$\psi = 0,92 \div 0,96.$$

Давление, оказываемое струей на отдельные элементы плоскости, распределяется, как показывают опыты, согласно фиг. 23-5, которая соответствует компактной вертикальной струе



Фиг. 23-5. Схема распределения давления струи при натекании на плоскую неподвижную поверхность.



Фиг. 23-6. Схема растекания струи при натекании на плоскую поверхность под углом.

диаметром 49,6 мм при напоре 68,7 см. Максимальное давление испытывает точка плоскости, совпадающая с осью струи. В этой точке давление достигает значения

$$p = \rho \frac{v_0^2}{2} \text{ кг/м}^2,$$

по мере удаления жидкости от оси давление резко уменьшается.

Увеличение давления в направлении к оси струи обуславливается, как это следует из формулы (8-29), кривизной траекто-

¹ А. Гибсон, Гидравлика и ее приложения, ОНТИ, 1934.

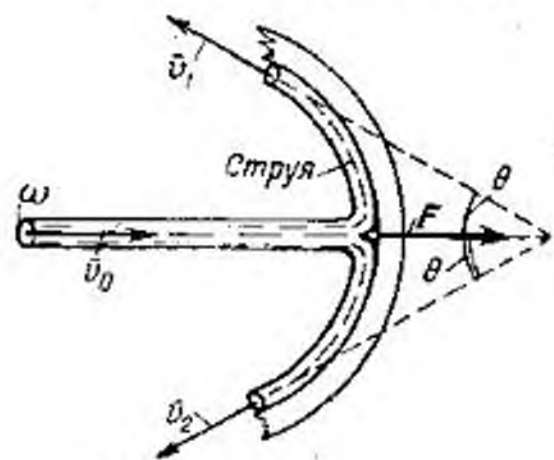
рии частиц. На этот факт обращалось внимание уже неоднократно.

Если ось струи образует с плоской поверхностью острый угол (фиг. 23-6), для силы P_m получим следующее выражение:

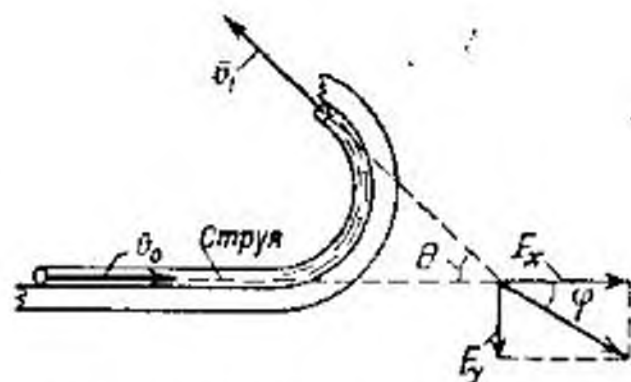
$$P_m = \beta_0 \rho Q v_0 \sin \theta. \quad (23-14)$$

23-4. Сила действия свободной струи на неподвижную криволинейную поверхность

Из криволинейных поверхностей рассмотрим сначала такие, которые имеют ось симметрии, совпадающую с осью струи (фиг. 23-7). В этом случае при симметричном растекании сила



Фиг. 23-7. Схема растекания струи при натекании на криволинейную симметричную поверхность.



Фиг. 23-8. Схема растекания струи при натекании на криволинейную несимметричную поверхность.

F будет направлена по оси струи. Для ее определения воспользуемся формулой (23-8), спроектировав ее на ось симметрии. Принимая скорость растекания $v = v_0$, получим:

$$F = \beta_0 \rho Q v_0 + \rho Q v_0 \cos \theta,$$

или

$$F = \rho Q v_0 (\beta_0 + \cos \theta). \quad (23-15)$$

Максимальное значение будем иметь при $\theta = 0$:

$$F_{\max} = \rho Q v_0 (\beta_0 + 1). \quad (23-16)$$

Экспериментальная проверка формулы (23-16) показывает, что для полусферической поверхности (при $\beta_0 = 1$) действительное значение $F_{\max. \text{ действ.}} = 0,94 F_{\max}$ при $\frac{\omega}{\Omega} = 4$ (где Ω — площадь большого круга сферы).

Если криволинейная поверхность произвольной формы, действие жидкости определится двумя скрещивающимися силами, приводящимися к динамическому винту. В случае плоского

потока (фиг. 23-8) силы действия могут быть приведены к равнодействующей силе. Найдем ее проекции. Воспользуемся формулой (23-7), представив ее в виде (при $\beta_0 = \beta_1 = 1$):

$$\rho Q v_0 - \rho Q v_1 = F_x + F_y.$$

Проектируя это уравнение на направление F_x и F_y и принимая $v_1 = v_0$, получим:

$$F_x = \rho Q v_0 (1 + \cos \theta); \quad (23-17)$$

$$F_y = \rho Q v_0 \sin \theta; \quad (23-18)$$

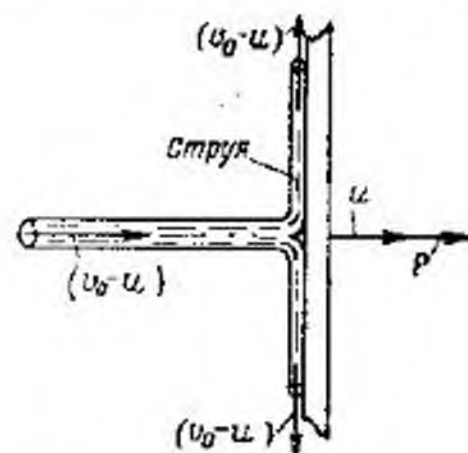
$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 2 \rho Q v_0 \cos \frac{\theta}{2}, \quad (23-19)$$

а угол φ определяется выражением

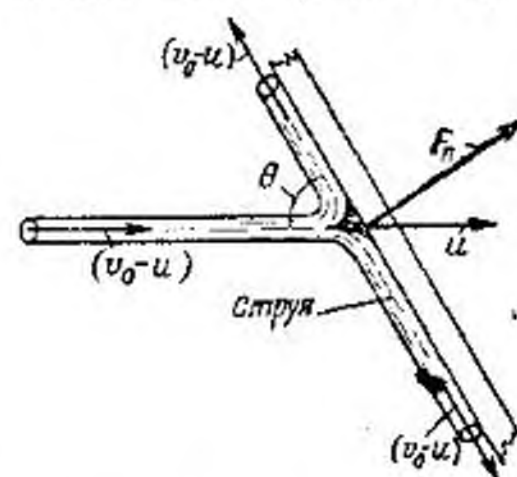
$$\cos \varphi = \frac{1 + \cos \theta}{2 \cos \frac{\theta}{2}}.$$

23-5. Сила действия свободной струи на поверхности, движущиеся поступательно, прямолинейно и равномерно

Рассмотрим действие струи на поверхности, движущиеся поступательно, равномерно и прямолинейно со скоростью u , как показано на фиг. 23-9—23-11.



Фиг. 23-9. Схема растекания струи при натекании на плоскую поверхность, движущуюся поступательно.



Фиг. 23-10. Схема растекания струи при натекании под углом на плоскую поверхность, движущуюся поступательно.

В этих случаях растекание струи происходит, как и раньше. Например, на плоские поверхности струя налетает с относительной скоростью $w = v_0 - u$. Пренебрегая трением и весом, можно считать, что с этой же относительной скоростью струя растекается по поверхности.

На криволинейную поверхность (фиг. 23-11) струя налетает с относительной скоростью:

$$w = \sqrt{v_0^2 + u^2 - 2v_0 u \cos \theta}. \quad (23-20)$$

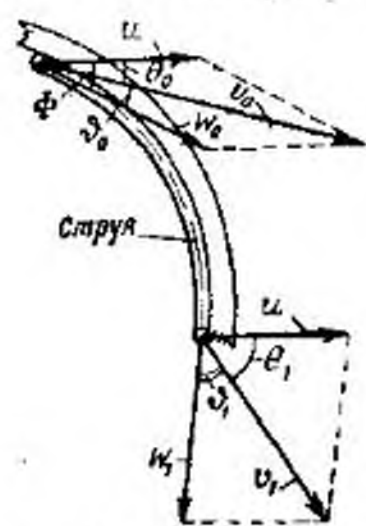
Обычно принимается, что с этой скоростью струя движется по поверхности. В реальных условиях относительная скорость уменьшается, и после схода с поверхности она меньше, чем при входе.

Рассуждения, аналогичные предыдущим, позволяют получить для рассматриваемых случаев следующие выражения для сил.

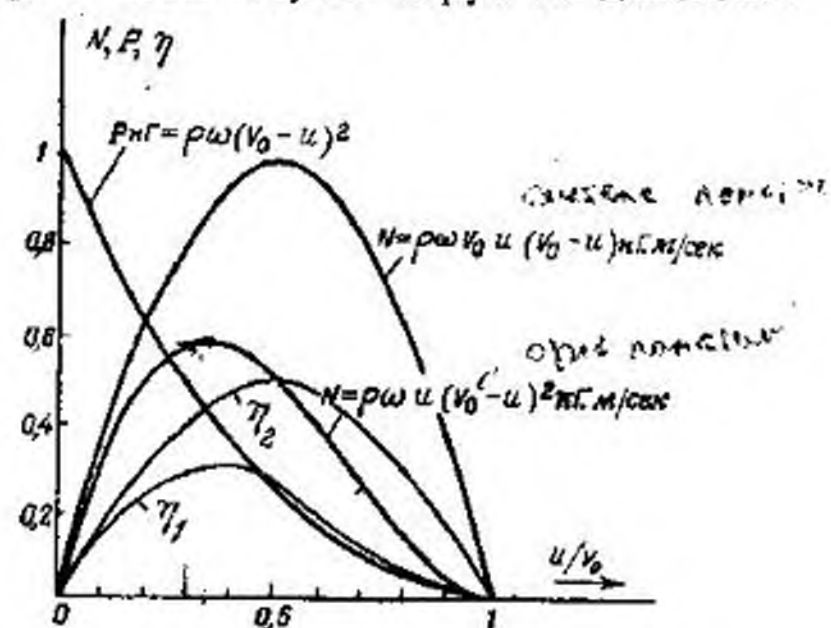
Для случая по фиг. 23-9

$$P_m = \beta_0 \rho Q \omega. \quad (23-21)$$

Максимальное значение $P_{m, \max} = \beta_0 \rho \omega v_0^2$, что соответствует неподвижной плоскости ($u=0$); минимальное значение $P_m = 0$, что соответствует $u=v_0$. В этом случае струя не достигает



Фиг. 23-11. Схема растекания струи при натекании на криволинейную поверхность, движущуюся поступательно.



Фиг. 23-12. Зависимость силы давления, мощности и к. п. д. струи от отношения u/v_0 .

плоскости, которая движется с одинаковой с ней скоростью. Зависимость P_m от u показана на фиг. 23-12. За единицу P_m принято ее максимальное значение.

Для случая по фиг. 23-10

$$P_m = \beta_0 \rho Q \omega \sin \theta. \quad (23-22)$$

Как и в предыдущем случае, $P_{m, \max}$ соответствует неподвижной плоскости, а $P_{m, \min} = 0$ при $u=v_0$.

Для случая по фиг. 23-11

$$F_x = \rho Q [\beta_0 \omega_0 \cos(\theta_0 + \vartheta_0) - \beta_1 \omega_1 \cos(\theta_1 + \vartheta_1)]; \quad (23-23)$$

$$F_y = \rho Q [\beta_0 \omega_0 \sin(\theta_0 + \vartheta_0) - \beta_1 \omega_1 \sin(\theta_1 + \vartheta_1)], \quad (23-24)$$

где ось x совпадает с направлением u , а ось y ей перпендикулярна.

23-6. Мощность струи, действующей на поверхности, движущиеся поступательно, прямолинейно и равномерно

Индикаторной мощностью струи, действующей на движущиеся поверхности, назовем секундную работу, совершаемую силами F , с которыми струя действует на поверхность.

Для того чтобы эти силы могли совершать работу, необходимо, чтобы поверхности, на которые струя действует, могли двигаться. Поверхность будет двигаться с постоянной скоростью, если сила давления струи будет уравниваться силами сопротивления, которые встречает поверхность при своем движении. Такое состояние будем называть динамическим равновесием.

Таким образом, индикаторная мощность N_i может быть вычислена по формуле

$$N_i = F u \cos \theta, \quad (23-25)$$

где u — скорость поступательного прямолинейного движения поверхности;

θ — угол, который образует сила F со скоростью u .

Формулой (23-25) можно пользоваться и для случая, показанного на фиг. 23-13, подставляя в нее P вместо F , а $\cos \theta = 1$.

Исследуем подробнее мощность струи (фиг. 23-13). Подставляя вместо F его значения согласно формуле (23-21) и заменяя $Q = (v_0 - u)\omega$, получим:

$$N_{i1} = \beta_0 \rho \omega (v_0 - u)^2 u. \quad (23-26)$$

Коэффициентом полезного действия струи называется отношение индикаторной мощности струи к эффективной мощности ее потока, определяемой согласно формулам (10-10) и (10-13), как

$$N_{эфф} = \alpha_0 \rho \omega \frac{v_0^3}{2}. \quad (23-27)$$

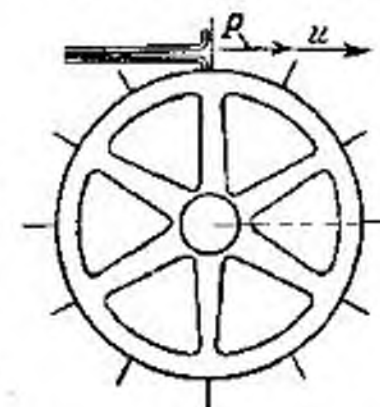
Таким образом,

$$\eta_{11} = \frac{N_{i1}}{N_{эфф}} = \frac{2\beta_0}{\alpha_0} \left(1 - \frac{u}{v_0}\right)^2 \frac{u}{v_0}. \quad (23-28)$$

Зависимость N_i и η_{11} от u/v_0 (для $\frac{\beta_0}{\alpha_0} = 1$) показана на фиг. 23-12.

Минимальное значение $N_{i1} = 0$ и $\eta_{11} = 0$ будет при

$$u = 0 \quad \text{и} \quad u = v_0.$$



Фиг. 23-13. Схема колеса, вращающегося под действием силы давления струи.

Максимальное значение N_{i1} и η_1 найдем, взяв производную от N_{i1} или, что то же самое, от η_1 по u/v_0 . При этом получим:

$$\frac{d\eta_1}{d(u/v_0)} = -2 \left(1 - \frac{u}{v_0}\right) \frac{u}{v_0} + \left(1 - \frac{u}{v_0}\right)^2 = 0,$$

откуда следует, что $N_{i1 \max}$ и $\eta_{1 \max}$ будут при $v_0 = 3u$ и соответственно равны

$$N_{i1 \max} = \frac{4}{27} \beta_0 \rho \omega v_0^3 \quad (23-29)$$

$$\eta_{1 \max} = \frac{8\beta_0}{27\alpha_0} \quad (23-30)$$

Для криволинейной поверхности (фиг. 23-7) при $\theta = 0^\circ$ получим:

$$N_{i1 \max} = \frac{4}{27} (\beta_0 + 1) \rho \omega v_0^3 \quad (23-31)$$

$$\eta_{1 \max} = \frac{8(\beta_0 + 1)}{27\alpha_0} \quad (23-32)$$

Мощность и к. п. д. определялись из предположения, что струя действует только на одну движущуюся поверхность. В большинстве же случаев действие струи воспринимается системой поверхностей, непрерывно попадающих под ее действие.

В результате этого оказывается, что в известные периоды времени действие струи передается не одной, а нескольким поверхностям. В то время как струя действует уже на новую поверхность, часть ее, еще находящаяся в соприкосновении с предыдущей поверхностью, продолжает на нее воздействовать. Результат оказывается таким же, как если бы струя действовала только на одну поверхность массой $\rho \omega v_0$.

На этом основании для рассмотренного выше случая согласно формуле (23-21)

$$P_2 = \beta_0 \rho \omega v_0 (v_0 - u); \quad (23-33)$$

$$N_{i2} = \beta_0 \rho \omega v_0 (v_0 - u) u; \quad (23-34)$$

$$\eta_{i2} = \frac{N_{i2}}{N_{эф \phi}} = \frac{2\beta_0}{\alpha_0} \left(1 - \frac{u}{v_0}\right) \left(\frac{u}{v_0}\right). \quad (23-35)$$

Зависимость N_{i2} и η_{i2} от u/v_0 для $\beta_0/\alpha_0 = 1$ показана на фиг. 23-12.

Максимальное значение N_{i2} и η_{i2} найдем аналогично предыдущему. При этом получим, что они будут соответствовать $v_0 = 2u$ и равны:

$$N_{i2 \max} = \frac{1}{4} \beta_0 \rho \omega v_0^3 \quad (23-36)$$

$$\eta_{i2 \max} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\beta_0}{\alpha_0} \quad (23-37)$$

Для криволинейной поверхности (фиг. 23-7) при $\theta = 0^\circ$ будем иметь:

$$N_{i2 \max} = \frac{\beta_0 + 1}{4} \rho \omega v_0^3 \quad (23-38)$$

$$\eta_{i2 \max} = \frac{\beta_0 + 1}{2\alpha_0} \approx 1. \quad (23-39)$$

23-7. Индикаторная мощность потока жидкости, действующего на поверхность, вращающуюся с постоянной угловой скоростью вокруг неподвижной оси

Рассматриваемый случай имеет место в центробежных насосах, лопаточных турбинах и во многих других случаях. Индикаторная мощность струи, под действием которой тело вращается вокруг неподвижной оси с угловой скоростью Ω , определяется по формуле

$$N_i = M_F \Omega, \quad (23-40)$$

где M_F — момент относительно оси вращения сил, с которыми струя действует на вращающееся тело.

Если момент сил, с которыми жидкость действует на вращающуюся поверхность, равен моменту сил, сопротивляющихся вращению ее, то поверхность будет вращаться с постоянной угловой скоростью. Такое состояние назовем динамическим равновесием.

Для определения момента сил M_F воспользуемся теоремой моментов количества движения для системы материальных точек — частиц жидкости, находящихся в канале (фиг. 23-14).

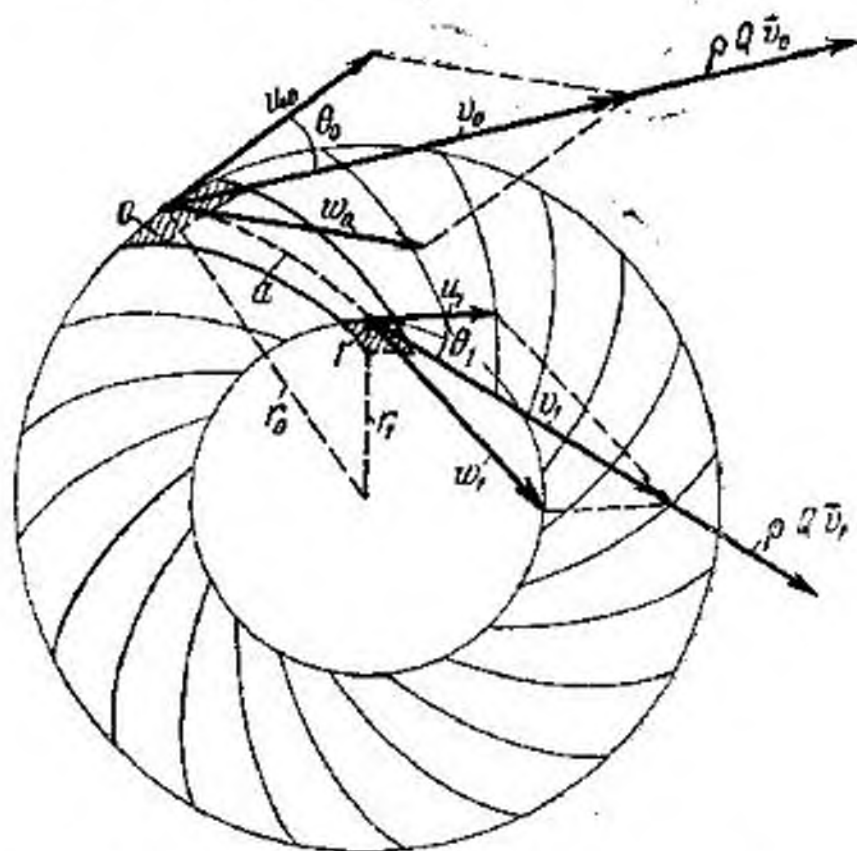
Поток жидкости в канале представим в виде одной струи, ось которой совпадает с осью канала. Примем также, что частицы жидкости подтекают к каналу с абсолютной скоростью v_0 , направление которой будет зависеть от устройств, подводящих жидкость к каналу. Абсолютное движение частицы будет складываться из ее переносного вращательного движения вместе с каналом и относительного движения по отношению к каналу. Абсолютная скорость частицы ψ по величине и направлению определяется диагональю параллелограмма, построенного на скорости переносного движения u и скорости относительного движения ω (для неподвижного канала $u = 0$).

Рассматриваемая модель потока во вращающемся канале представляет его грубую схему. В действительности относительное движение частиц оказывается весьма сложным. Благодаря инерции поток жидкости в канале оказывает сопротивление его закручиванию.

Проявляется оно в том, что на рассмотренное выше движение накладывается относительное вращательное движение, имею-

щее направление, обратное вращению канала. Угловую скорость относительного вращения называют относительным вихрем. Относительный вихрь способствует увеличению скоростей на задней стороне поверхности и уменьшению их на передней.

Благодаря относительному вихрю частицы жидкости, находящиеся на выходе из канала (на одном и том же расстоянии от оси и имеющие поэтому одинаковые скорости переносного движения), будут иметь различное значение относительной скорости, а значит, и абсолютной.



Фиг. 23-14. Действие струи на поверхность лопасти вращающегося колеса.

Таким образом, поле скоростей на выходе из вращающегося канала характеризуется большой неравномерностью, что, однако, здесь не учитывается.

Применительно к рассматриваемому случаю теорема моментов может быть сформулирована следующим образом. Производная по времени от момента количества движения системы материальных частиц, заполняющих полость канала относительно оси вращения, равняется главному моменту ΣM_s всех внешних сил, действующих на систему относительно той же оси. Внешними силами, действующими на систему, являются те же силы, которые подробно были рассмотрены в § 23-1.

Таким образом, уравнение моментов может быть представлено в виде:

$$\frac{dL}{dt} = M_{\text{масс}} + M_{\text{ст}} + M_0 + M_1 = \Sigma M_s, \quad (23-41)$$

где $M_{\text{масс}}$ — момент силы тяжести;
 $M_{\text{ст}}$ — момент сил реакции стенки;
 M_0 и M_1 — момент сил, с которыми на рассматриваемую систему материальных точек действует окружающая ее жидкость вне канала.

Рассуждая так же, как и в § 23-1, а именно: обозначая моменты количества движения массы жидкости в объемах $0, a$ и l относительно оси вращения соответственно через L_0, L_a и L_1 , будем иметь следующее. Момент количества движения рассматриваемой системы в перемещенном положении относительно оси вращения равен алгебраической сумме $L_a + L_1$.

Момент количества движения системы в начальном положении равен алгебраической сумме $L_0 + L_a$, причем момент количества движения системы в объеме a относительно оси (поскольку движение установившееся, а канал вращается с постоянной угловой скоростью или неподвижен) в обоих случаях один и тот же. Таким образом, алгебраическое приращение момента количества движения относительно оси вращения за время dt равно:

$$dL = L_1 - L_0, \quad (23-42)$$

т. е.

$$dL = \rho Q (\beta_1 v_1 \cos \theta_1 r_1 - \beta_0 v_0 \cos \theta_0 r_0) dt,$$

откуда после перехода к пределу

$$\frac{dL}{dt} = \rho Q (\beta_1 v_1 \cos \theta_1 r_1 - \beta_0 v_0 \cos \theta_0 r_0);$$

подставляя это в уравнение (23-41), найдем:

$$\rho Q (\beta_1 v_1 \cos \theta_1 r_1 - \beta_0 v_0 \cos \theta_0 r_0) = \Sigma M_s. \quad (23-43)$$

Момент сил, с которыми жидкость действует на поверхность M_s , равен по величине, но противоположен по знаку моменту $M_{\text{ст}}$. Поэтому согласно уравнению (23-43)

$$M_s = \rho Q \beta_0 v_0 \cos \theta_0 r_0 - \rho Q \beta_1 v_1 \cos \theta_1 r_1 + M_{\text{ст}} + M_0 + M_1. \quad (23-44)$$

Формула (23-44) выражает теорему Эйлера о главном моменте.

Если рассматривается не один канал, а система каналов, симметричная относительно оси вращения, то момент массовых сил (сил тяжести) равен нулю. Весьма часто принимаются равными нулю и моменты M_0 и M_1 . Только в этом случае индикаторная мощность струи равна:

$$N_i = (\beta_0 \rho Q v_0 \cos \theta_0 r_0 - \beta_1 \rho Q v_1 \cos \theta_1 r_1) \Omega.$$

Подставляя, вместо

$$r\Omega = u$$

получим:

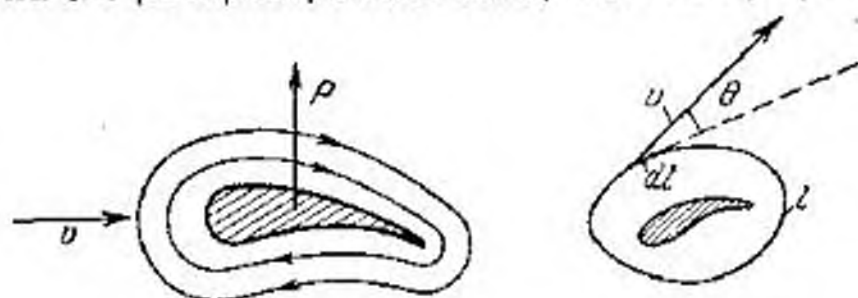
$$N_i = \rho Q (\beta_0 v_0 \cos \theta_0 u_0 - \beta_1 v_1 \cos \theta_1 u_1). \quad (23-45)$$

Формула (23-45) выражает теорему Эйлера о мощности.

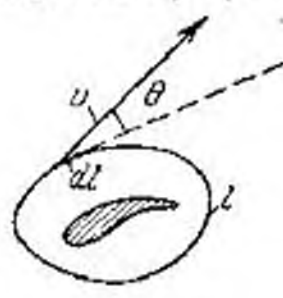
Характер изменения мощности от оборотов и конструктивных элементов поверхности подробно исследуется в теории гидравлических турбин.

23-8. Взаимодействие жидкости с телом крылового профиля. Теорема Н. Е. Жуковского о подъемной силе

Теорема Н. Е. Жуковского для определения подъемной силы вместе с постулатом С. А. Чаплыгина о безотрывном обтекании задней кромки, крыла является основой гидродинамической теории крыла или крылового профиля лопасти гидромашин. Эта теорема была опубликована Н. Е. Жуковским в 1906 г. в работе «О присоединенных вихрях» применительно к одиночному крылу и позже была им распространена на крыловой профиль, располо-



Фиг. 23-15. Схема циркуляционного потока вокруг обтекаемого тела.



Фиг. 23-16. К определению циркуляции.

женный в так называемой решетке, образованной системой профилей¹.

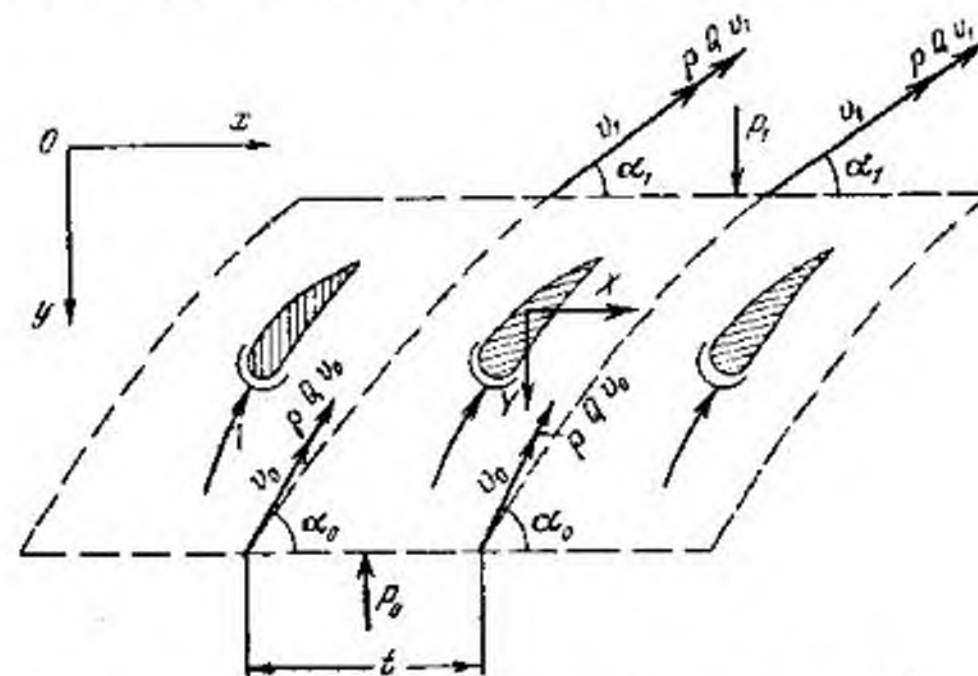
Сущность явления заключается в следующем.

Как было установлено выше, пограничный слой является источником возникновения вихрей, нарушающих плавное обтекание тела. Эти вихри являются причиной не только возникновения сопротивления давления, но и так называемой подъемной силы.

Возникая в потоке, они создают вокруг обтекаемого тела циркуляционное движение (фиг. 23-15), накладывающееся на основной поток, благодаря чему на противоположных сторонах обтекаемого тела скорости становятся неодинаковыми, что и создает разность давлений и вызывает появление подъемной силы.

¹ Н. Е. Жуковский, О присоединенных вихрях, Труды Отд. физ. наук Общ. любителей естествознания, т. XIII, вып. 2, 1907; Н. Е. Жуковский, Избранные сочинения, т. II, Гос. изд-во техн.-теор. литературы, 1948.

Для определения подъемной силы Н. Е. Жуковский предложил заменить действие сложной системы вихрей пограничного слоя воображаемым, присоединенным к рассматриваемому твердому телу вихрем, находящимся внутри обтекаемого тела и создающим вокруг тела циркуляционное движение.



Фиг. 23-17. Схема потока при обтекании решетки крыловых профилей.

Схема потенциального потока с присоединенным вихрем позволила Н. Е. Жуковскому, оставаясь в рамках гидромеханики идеальной жидкости, доказать для одиночного крыла следующую теорему: «Сила давления невихревого потока, текущего со скоростью v и обтекающего контур с циркуляцией Γ , выражается формулой

$$P = \rho \Gamma v; \quad (23-46)$$

направление этой силы мы получим, если вектор v повернем на прямой угол в сторону, противоположную циркуляции».

Циркуляцией вектора скорости называется интеграл

$$\Gamma = \oint v dl \cos \theta, \quad (23-47)$$

взятый (фиг. 23-16) по произвольному замкнутому контуру. Здесь v — скорость частиц на контуре, а θ — угол, который вектор скорости образует с касательной к контуру.

Докажем теорему для решетки. Для этого рассмотрим обтекание жидкостью системы лопаток (решетки), установленных на одинаковых расстояниях t (шаг лопаток) друг от друга (фиг. 23-17). Окружим одну из лопаток контрольной поверхностью, сечение которой образовано двумя линиями тока, находящимися друг от друга на расстоянии шага лопаток t , и двумя поперечными линиями длиной t (на фиг. 23-17 контрольная поверхность пока-